



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CONSTRUCCIÓN

**“DISEÑO ÓPTIMO DE UNIONES
SEMIRRÍGIDAS MEDIANTE SIMULACIÓN
NUMÉRICA Y MODELOS KRIGING”**

Concepción Díaz Gómez

2010



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CONSTRUCCIÓN

PROGRAMA DE DOCTORADO
ANÁLISIS Y DISEÑO AVANZADO DE ESTRUCTURAS

**“DISEÑO ÓPTIMO DE UNIONES
SEMIRRÍGIDAS MEDIANTE SIMULACIÓN
NUMÉRICA Y MODELOS KRIGING”**

TESIS DOCTORAL

Presentada por: Dña. Concepción Díaz Gómez

Dirigida por: Dr. Pascual Martí Montrull

Dr. Mariano Victoria Nicolás

Cartagena, abril de 2010



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA
Comisión de Doctorado

AUTORIZACIÓN DE LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL
POR LA COMISIÓN ACADÉMICA RESPONSABLE DEL PROGRAMA

D. Pascual Martí Montrull, Coordinador de la Comisión Académica del Programa
Análisis y Diseño Avanzado de Estructuras

INFORMA:

Que la Tesis Doctoral titulada “Diseño Óptimo de Uniones Semirrígidas Mediante Simulación Numérica y Modelos Kriging”, ha sido realizada por D^a. Concepción Díaz Gómez, bajo la dirección y supervisión de D. Pascual Martí Montrull y D. Mariano Victoria Nicolás y que la Comisión Académica ha dado su conformidad para que sea presentada ante la Comisión de Doctorado.

En Cartagena, a 12 de abril de 2010

EL COORDINADOR DE LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA



Pdo.: Pascual Martí



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

AUTORIZACIÓN DE LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL
POR LOS DIRECTORES

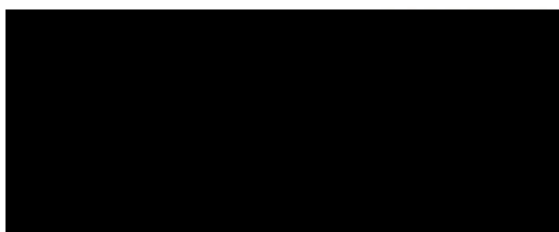
D. Pascual Martí Montrull y D. Mariano Victoria Nicolás, Profesores Doctores del Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras en el Departamento de Estructuras y Construcción

AUTORIZAN:

La presentación de la Tesis Doctoral titulada “Diseño Óptimo de Uniones Semirrígidas Mediante Simulación Numérica y Modelos Kriging”, realizada por D^a. Concepción Díaz Gómez, bajo nuestra dirección y supervisión, en el Departamento de Estructuras y Construcción, y que presenta para la obtención del grado de Doctor por la Universidad Politécnica de Cartagena.

En Cartagena, a 12 de abril de 2010

DIRECTORES DE TESIS



Fdo.: Pascual Martí Montrull



Fdo.

Mariano Victoria Nicolás



A Mariano

Agradecimientos

Quiero agradecer al Dr. Pascual Martí Montrull la confianza prestada, su dedicación, su colaboración, sus consejos y, sobre todo, su paciencia para llevar a buen término esta tesis doctoral.

A Mariano, por ser la persona que ha compartido el mayor tiempo a mi lado, por su paciencia, consejos y comprensión, y porque sin él no habría podido finalizar esta tesis.

A mis padres, hermanos, cuñados, sobrina, tíos, suegros, y amigos quiero expresar mi más sincero agradecimiento, porque a pesar de la distancia, sus consejos, ánimo, apoyo y alegría me dan la fuerza necesaria para seguir hacia delante.

Y finalmente, a todos los compañeros del Departamento de Estructuras y Construcción por su ánimo y apoyo durante estos años. Ellos son los que me hacen sonreír de Lunes a Viernes.

A todos, GRACIAS

Resumen

En los últimos años se han realizado un número importante de trabajos de investigación para desarrollar estrategias para el diseño óptimo de estructuras de acero con uniones semirrígidas, donde las uniones se modelan como elementos elásticos, mediante curvas momento-rotación obtenidas a partir de modelos simplificados existentes en la literatura (p.ej. modelos empíricos). El principal inconveniente de estos modelos es que la resistencia y la rigidez rotacional de la unión no se corresponden exactamente con las de la unión real. Una forma de resolver este problema es utilizar modelos más detallados de la unión (p.ej. el método de los componentes y modelos numéricos), en los que exista una relación más estricta entre las propiedades de los elementos resistentes (chapa de testa, tornillos, etc.) y la resistencia y la rigidez de la unión.

En esta tesis se presenta un modelo numérico de detalle, basado en el método de los elementos finitos, para modelar uniones semirrígidas viga-columna atornilladas con chapa de testa extendida. Este modelo ha sido validado mediante ensayos experimentales recogidos en la literatura, demostrándose que reproduce correctamente el comportamiento real de la unión.

Con el objetivo de reducir el coste computacional que conlleva el acoplamiento de las técnicas numéricas de optimización y el análisis por elementos finitos, se presenta una metodología para el diseño óptimo de uniones semirrígidas, mediante la integración del análisis por elementos finitos, los metamodelos y las técnicas de optimización. El metamodelo se construye a partir un conjunto de puntos del espacio de diseño y un modelo Kriging. Estos puntos son generados mediante el método de muestreo Hipercubo Latino y analizados con el modelo numérico propuesto.

La metodología propuesta proporciona al diseñador un instrumento capaz de obtener el diseño óptimo de una unión de forma más rápida que utilizando el modelo numérico. Las variables de diseño son el diámetro y la localización de los tornillos, y la geometría de la chapa de testa. La función objetivo consiste en maximizar la resistencia y la rigidez de la unión, o minimizar el coste de la unión. Las restricciones pueden ser los valores máximo y mínimo de los parámetros geométricos de la unión (según la norma EN 1993-1-8:2005), la resistencia y/o la rigidez de la unión. Los algoritmos de optimización utilizados son programación matemática y genéticos.

La metodología ha sido probada a través de varios ejemplos. Los resultados demuestran la eficiencia del procedimiento, permitiendo obtener un diseño óptimo de detalle en un tiempo razonable.

Finalmente, se presentan algunos ábacos de diseño que relacionan el momento resistente y la rigidez de la unión. Estos ábacos permiten al diseñador obtener, para distintos criterios de diseño, la configuración óptima de la unión de forma rápida y sencilla.

Abstract

In the last few years an important amount of research works have been carried out to develop strategies for the optimum design of steel structures with semirigid joints, where joints are modeled like elastic elements, through a moment-rotation curve obtained by available simplified models in the literature (e.g. empiric models). The main trouble of these models is that strength and rotational stiffness of the joint do not match exactly with obtained values from a real joint. One way of solving this trouble is to use more detailed models of the joint (e.g. the components method and numerical models), what allows a better relationship between the properties of the resistant elements (end plates, bolts, etc.) and the strength and stiffness of the joint.

In this thesis, a numerical model of detail is introduced, based on the finite element method, to model bolted extended end-plate beam-to-column joint. This model has been checked through experimental tests collected in the literature, showing that one accurately reproduces the real behaviour of the joint.

In order to reduce the computational cost that involves to use numerical techniques of optimization coupled directly to an analysis by finite elements, a methodology for optimum design of semirigid joints is introduced, by means of integration of the analysis by finite elements, metamodels and optimization techniques. The metamodel is built starting from of a group of points of the design space and a Kriging model. Those points are generated through a Latin Hypercube sampling procedure and analyzed by the developed numerical model.

The proposed methodology provides designer a tool to obtain the optimum design of a joint in a quicker way than using the numerical model. Design variables are location and diameter of bolt and dimensions of the end plate. The objective function is to maximize either strength or stiffness or minimize cost of the joint. The constraints can be maximum and minimum values of the geometric parameters of the joint (according to EN 1993-1-8:2005), the strength and/or stiffness of the joint. The used optimization algorithms are mathematical programming and genetic.

The methodology has been proven through several examples. The results demonstrate the efficiency of the procedure, allowing to obtain a detailed optimum design in a reasonable time.

Finally, design abaci are introduced which relate resistant moment and stiffness of the joint. Those abaci allow the designer to obtain, for different design criteria, the optimum configuration of the joint in a quick and simple way.

Índice

LISTA DE SÍMBOLOS	xxi
 Capítulo 1	
INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1 Introducción	1
1.2 Análisis de uniones.....	4
1.2.1 Antecedentes y estado actual del análisis de estructuras con uniones semirrígidas.....	4
1.2.2 Requisitos básicos para definir el comportamiento de una unión	6
1.2.3 Clasificación de las uniones	7
1.2.4 Diferencia entre conexión y unión	9
1.2.5 Tipos de uniones viga-columna.....	10
1.3 Formulación del diseño óptimo de estructuras.....	11
1.3.1 Variables de diseño	12
1.3.2 Función objetivo.....	12
1.3.3 Restricciones	13
1.4 Optimización de propiedades, forma y topología.....	13
1.5 Métodos de optimización	14
1.5.1 Programación matemática	14
1.5.2 Criterios de optimalidad	15
1.5.3 Algoritmos evolucionarios	15
1.5.4 Metamodelos	16
1.6 Objetivos de la tesis.....	18
1.7 Organización de la tesis.....	19
 Capítulo 2	
UNIONES SEMIRRÍGIDAS VIGA-COLUMNA.....	21
2.1 Introducción.....	21

2.2	Clasificación de la uniones.....	22
2.2.1	Clasificación atendiendo a la rigidez.....	22
2.2.2	Clasificación atendiendo a la resistencia.....	24
2.2.3	Clasificación atendiendo a la capacidad de rotación.....	26
2.3	Tipos de uniones viga-columna.....	26
2.3.1	Unión con un angular o chapa simple al alma de la viga.....	27
2.3.2	Unión con dos angulares al alma de la viga.....	28
2.3.3	Unión con chapa de testa parcial.....	28
2.3.4	Unión con angulares a las alas de la viga.....	29
2.3.5	Unión con angulares a la alas y alma de la viga.....	29
2.3.6	Unión con chapa de testa extendida.....	30
2.3.7	Unión con chapa de testa enrasada.....	31
2.3.8	Unión con perfiles en T.....	31
2.4	Representación matemática de la curva momento-rotación.....	32
2.4.1	Representaciones basadas en rigideces, resistencias y factores de forma...	33
2.4.2	Representaciones basadas en aproximaciones matemáticas obtenidas mediante regresión.....	38
2.5	Modelos para predecir la curva momento-rotación.....	40
2.5.1	Modelos experimentales.....	40
2.5.2	Modelos empíricos.....	42
2.5.2.1	Modelo de Frye y Morris.....	43
2.5.2.2	Modelo de Krishnamurthy.....	43
2.5.2.3	Modelo de Kukreti.....	44
2.5.2.4	Modelo de Attiogbe y Morris.....	45
2.5.2.5	Modelo de Faella, Piluso y Rizzano.....	45
2.5.3	Modelos analíticos.....	46
2.5.3.1	Modelo de Chen.....	46
2.5.3.2	Modelo de Yee y Melchers.....	47
2.5.4	Modelos mecánicos.....	47
2.5.5	Modelos numéricos.....	48
2.6	Modelización del comportamiento de la uniones.....	49
2.6.1	Idealización elástica para análisis global elástico.....	49
2.6.2	Idealización rígido-plástica para análisis global rígido-plástico.....	50
2.6.3	Idealización no lineal para análisis global elastoplástico.....	50

Capítulo 3

ANÁLISIS DE UNIONES VIGA-COLUMNA CON EL MÉTODO DE LOS COMPONENTES.....		53
3.1	Introducción.....	53
3.2	Componentes de una unión viga columna con chapa de testa extendida.....	55
3.3	Fuerzas en una unión.....	59

3.4 Resistencia y rigidez de los componentes	61
3.4.1 T-stub en tracción	63
3.4.2 Alma de la columna a cortante	66
3.4.3 Alma de la columna a compresión	67
3.4.4 Alma de la columna a tracción	68
3.4.5 Ala de la columna a flexión.....	68
3.4.6 Chapa de testa extendida a flexión	69
3.4.7 Ala y alma de la viga a compresión	70
3.4.8 Alma de la viga a tracción	70
3.4.9 Tornillos a tracción	70
3.5 Ensamblaje de la resistencia.....	71
3.5.1 Distribución de las fuerzas en los tornillos	72
3.5.2 Resistencia efectiva de las filas de tornillos	73
3.6 Ensamblaje de la rigidez.....	75
3.7 Capacidad rotacional	77
3.8 Resistencia a cortante	77
3.9 Cálculo de las soldaduras	78
3.9.1 Método simplificado.....	78
3.9.1.1 Cálculo de la soldadura horizontal	79
3.9.1.2 Cálculo de la soldadura vertical	79

Capítulo 4

ANÁLISIS DE UNIONES VIGA-COLUMNA CON EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....	81
4.1 Introducción.....	81
4.2 Modelos numéricos previos.....	82
4.3 Características de los modelos de elementos finitos para uniones viga columna con chapa de testa extendida	85
4.3.1 Tipo de elemento	86
4.3.1.1 Elementos 2D o 3D	86
4.3.1.2 Orden de interpolación	86
4.3.1.3 Elementos tetraédricos o hexaédricos	87
4.3.1.4 Integración reducida o completa	87
4.3.2 Discretización.....	88
4.3.3 Ley constitutiva del material	89
4.3.4 Modelado de los tornillos	92
4.3.5 Contacto entre las superficies.....	93
4.3.5.1 Coeficiente de rozamiento.....	94
4.4 Modelo numérico para la simulación de uniones viga columna con chapa de testa extendida	95
4.4.1 Modelos experimentales referenciados	96

4.4.1.1	T101.010.....	96
4.4.1.2	T101.014.....	99
4.4.1.3	FS1a.....	100
4.4.2	Modelo geométrico.....	102
4.4.3	Modelo de elementos finitos	104
4.4.3.1	Curvas tensión-deformación de los materiales.....	104
4.4.3.2	Elementos	105
4.4.3.3	Malla.....	105
4.4.3.4	Condiciones de contorno	107
4.4.3.5	Zonas de contacto	108
4.4.3.6	Cargas	108
4.4.3.7	Parámetros del análisis	110
4.4.4	Curva momento-rotación del modelo numérico.....	110
4.4.5	Verificación del modelo numérico	113
4.4.5.1	Comparación entre los modelos numéricos y experimentales T101.014 y FS1a	117
4.4.5.2	Modelos numéricos frente al método de los componentes.....	119

Capítulo 5

OPTIMIZACIÓN MEDIANTE METAMODELOS	123
5.1 Introducción.....	123
5.2 Métodos de muestreo.....	125
5.2.1 Muestreo por Hipercubo Latino	126
5.3 Metamodelos	128
5.3.1 Modelos Kriging.....	129
5.3.1.1 Fundamentos.....	129
5.3.1.2 Construcción del modelo Kriging	130
5.3.1.3 Funciones de regresión	131
5.3.1.4 Funciones de correlación.....	131
5.3.1.5 Validación del modelo.....	132
5.4 Optimización	133
5.4.1 Introducción.....	133
5.4.2 Programación matemática	135
5.4.2.1 Programación cuadrática sucesiva.....	137
5.4.3 Algoritmos genéticos.....	141
5.4.3.1 Estructura de un algoritmo genético simple	142
5.4.3.2 Codificación de las variables de diseño.....	143
5.4.3.3 Función de aptitud	144
5.4.3.4 Selección.....	145
5.4.3.5 Cruce.....	146
5.4.3.6 Mutación.....	147

5.4.3.7 Otros operadores.....	148
5.5 Metodología para el diseño óptimo de uniones viga-columna con chapa de testa extendida con elementos finitos y modelos kriging	149

Capítulo 6

APLICACIÓN DEL DISEÑO ÓPTIMO DE UNIONES VIGA-COLUMNA CON ELEMENTOS FINITOS Y MODELOS KRIGING	153
6.1 Introducción.....	153
6.2 Diseño óptimo de una unión viga-columna IPE300 HE160B con variables continuas.....	153
6.2.1 Problema de optimización	154
6.2.1.1 Variables de diseño.....	155
6.2.1.2 Funciones objetivo.....	155
6.2.1.3 Restricciones.....	156
6.2.2 Datos del modelo	157
6.2.2.1 Geometría	157
6.2.2.2 Materiales	158
6.2.2.3 Carga y condiciones de contorno aplicadas.....	158
6.2.3 Modelo Kriging	158
6.2.3.1 Muestra para obtener el modelo Kriging.....	159
6.2.3.2 Puntos de validación.....	160
6.2.3.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging.....	161
6.2.4 Optimización	176
6.2.4.1 Resultados de la optimización	177
6.2.4.2 Análisis de los resultados de la optimización.....	183
6.2.4.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño.....	185
6.3 Diseño óptimo de una unión viga-columna IPE300 HE160B con variables discretas	192
6.3.1 Problema de optimización	192
6.3.2 Modelo Kriging	192
6.3.2.1 Muestra para obtener el modelo Kriging.....	193
6.3.2.2 Puntos de validación.....	193
6.3.2.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging.....	195
6.3.3 Optimización	198
6.3.3.1 Resultados de la optimización	198
6.3.3.2 Análisis de los resultados de la optimización.....	202
6.3.3.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño.....	203

6.3.3.4 Comparación entre el uso de variables continuas y variables discretas con el mismo perfil de viga	207
6.4 Diseño óptimo de una unión viga-columna IPE200 HE160B con variables continuas.....	209
6.4.1 Problema de optimización	209
6.4.2 Modelo Kriging	209
6.4.2.1 Muestra para obtener el modelo Kriging.....	209
6.4.2.2 Puntos de validación.....	211
6.4.2.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging.....	211
6.4.3 Optimización	213
6.4.3.1 Resultados de la optimización.....	213
6.4.3.2 Análisis de los resultados de la optimización.....	214
6.4.3.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño.....	215
6.4.3.4 Comparación entre el uso de distintos perfiles de vigas con variables continuas	216
6.5 Ábacos de diseño.....	217
 Capítulo 7	
CONCLUSIONES	223
7.1 Introducción.....	223
7.2 Trabajo realizado	223
7.3 Conclusiones	224
7.4 Aportaciones originales	228
7.5 Trabajos futuros.....	229
 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 231

Lista de símbolos

MAYÚSCULAS ROMANAS

A_s	Área resistente del tornillo
A_{vc}	Área resistente a cortante de la columna
$B_{p,Rd}$	Resistencia a punzonamiento de cálculo entre la cabeza y la tuerca de un tornillo
C	Coefficientes de regresión
C_1, C_2, C_3	Parámetros a ajustar
C_{US}	Coste de la unión
C_j	Parámetro ajustado mediante regresión lineal
D_k	Parámetro ajustado mediante regresión lineal
D_{XC_1}, D_{XC_2}	Desplazamientos horizontales de los puntos C_1 y C_2
E	Módulo de elasticidad longitudinal del material
F_c	Fuerzas de compresión
$F_{c,fb,Rd}$	Resistencia de diseño del ala y alma de la viga a compresión
$F_{c,wc,Rd}$	Resistencia de diseño del alma de la columna a compresión
$F_{obj,VC}$	Valor de la función objetivo con variables de diseño continuas
$F_{obj,VD}$	Valor de la función objetivo con variables de diseño discretas
F_p	Fuerza de pretensado de un tornillo
$F_{t1,Rd}$	Resistencia de la primera fila de tornillos
$F_{t2,Rd}$	Resistencia de la segunda fila de tornillos
$F_{t3,Rd}$	Resistencia de la tercera fila de tornillos
$F_{t,b,Rd}$	Resistencia a tracción de un tornillo
F_{ti}	Fuerzas de tracción en los tornillos
$F_{tr,Rd}$	Resistencia efectiva a tracción de la fila de tornillos r

$F_{t,wb,Rd}$	Resistencia de diseño del alma de la viga a tracción
$F_{t,wc,Rd}$	Resistencia de diseño del alma de la columna a tracción
$F_{tr,fc,Rd}$	Resistencia a flexión del ala de la columna para cada fila r
$F_{tr,fp,Rd}$	Resistencia a flexión de la chapa de testa de cada fila r
$F_{w,Rd}$	Resistencia de un cordón de soldadura por unidad de longitud
G	Módulo de elasticidad transversal
$G_i(g_i)$	Función de penalización
$H[\phi]$	Función de Heaviside
$I_b(I_c)$	Momento de inercia de la viga (columna)
K	Parámetro que varía en función de las propiedades geométricas y mecánicas
K_{cwc}	Rigidez del alma de la columna a compresión
K_{cws}	Rigidez del panel del alma a cortante
K_{eq}	Rigidez equivalente de los componentes sin considerar la rigidez del panel a cortante ni la rigidez del alma de la columna a compresión
K_ϕ	Rigidez rotacional de la unión
$K_{\phi,p}$	Rigidez rotacional plástica de la unión
$K_{\phi,y}$	Rigidez rotacional elastoplástica
L	Distancia entre el punto de aplicación de la carga y el extremo de la viga
L_b	Longitud de elongación de los tornillos Longitud de la viga
$L_{Z(C_1-C_2)}$	Distancia vertical entre los puntos C_1 y C_2
M	Momento
M_0	Momento de referencia
$M_{b1,Ed}, M_{b2,Ed}$	Momentos transmitidos por las vigas 1 y 2
$M_{pl,b,Rd} (M_{pl,c,Rd})$	Momento plástico de la viga (columna)
$M_{b,Rd}$	Momento de diseño de la viga
M_i	Momento inicial
M_j	Momento en el extremo superior del tramo j
$M_{j,Ed}$	Momento de cálculo
$M_{j,p}$	Resistencia plástica
$M_{j,Rd}$	Momento resistente de la unión
$M_{j,Rd,EC3}$	Momento resistente de la unión calculado con del método de los componentes
$M_{j,y}$	Resistencia elástica

$N_{b1,Ed}, N_{b2,Ed}$	Axiles transmitidos por las vigas 1 y 2
$N_{pl,b,Rd}$	Axil plástico de la viga
N_{Ed}	Axil de cálculo de la viga
P	Carga
P_i	Parámetro geométrico de la unión
R^2	Coefficiente de determinación
S_j	Rigidez rotacional
$S_{j,ini}$	Rigidez inicial de la unión
S_ϕ	Rigidez rotacional secante
$V_{b1,Ed}, V_{b2,Ed}$	Cortantes transmitidos por las vigas 1 y 2
$V_{pl,b,Rd}$	Cortante plástico de la viga
V_{Ed}	Esfuerzo cortante de cálculo
W_b	Módulo resistente de la viga
XG	Puntos generados
XG_v	Puntos generados válidos
XG_{NV}	Puntos generados no válidos
XG_{pV}	Puntos generados para la validación de un modelo
XM	Muestra que contiene los XG_v
XM_v	Muestra que contiene los XG_{pV}

MAYÚSCULAS ROMANAS (MATRICES)

R	Matriz de correlación
$R(x_i, x_j)$	Función de correlación
X	Muestra
	Matriz de diseño
Y	Respuesta de la muestra X
$Z(x)$	Función aleatoria

MINÚSCULAS ROMANAS

a	Garganta de soldadura
a_1	Distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 1 y el ala superior de la viga
a_2	Distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 2 y el ala superior de la viga
a_3	Distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 3 y el ala inferior de la viga

a_{fp}	Espesor de la garganta de soldadura entre el ala de la viga y la chapa
a_{wp}	Espesor de la garganta de soldadura entre el alma de la viga y la chapa
b_b	Ancho de la viga
b_c	Ancho de la columna
$b_{eff,c,wc}$	Ancho efectivo del alma de la columna a compresión
$b_{eff,t,wb}$	Ancho efectivo del alma de la viga a tracción
$b_{eff,t,wc}$	Ancho efectivo del alma de la columna a tracción
b_{fc}	Ala y alma de la viga a compresión
b_p	Ancho de la chapa de testa extendida
b_{wt}	Alma de la viga a tracción
c_{fb}	Ala de la columna a flexión
cu_m	Coste, por unidad de peso, del montaje de la chapa de testa en la viga
cu_p	Coste, por unidad de peso, de la chapa cortada, taladrada, tratada, y puesta en obra
cu_s	Coste, por unidad de peso, de la soldadura acabada
cu_t	Coste, por unidad de peso, de los tornillos puestos en obra
c_{wc}	Alma de la columna a compresión
c_{wt}	Alma de la columna a tracción
d	Diámetro de un tornillo
	Distancia entre el eje del tornillo al alma de la T-stub
d_0	Diámetro del agujero del tornillo
d_g	Distancia entre las filas de tornillos traccionados y comprimidos
d_m	Valor medio de la dimensión entre caras y entre vértices de la cabeza del tornillo o de la tuerca
d_r	Diámetro resistente de un tornillo
d_{wc}	Altura de la parte recta del alma de la columna
e	Distancia horizontal del eje del tornillo al borde de la chapa
e_x	Distancia vertical entre el eje del tornillo de la fila 1 y el borde de la chapa
$f(\mathbf{x})$	Función objetivo
$\tilde{f}(\mathbf{x})$	Función objetivo aproximada
f_p	Chapa de testa a flexión
$f_p(\mathbf{x}, r)$	Función objetivo penalizada
f_u	Tensión última
$f_{u,b}$	Tensión de rotura de los tornillos
$f_{u,fb}$	Tensión de rotura del ala de la viga
$f_{u,fc}$	Tensión de rotura del ala de la columna
$f_{u,p}$	Tensión de rotura de la chapa de testa
$f_{u,wc}$	Tensión de rotura del alma de la columna

$f_{u,wb}$	Tensión de rotura del alma de la viga
f_y	Tensión de fluencia
f_{yb}	Tensión de fluencia de la viga
$f_{y,b}$	Tensión de fluencia de los tornillos
f_{yc}	Tensión de fluencia de la columna
$f_{y,cw}$	Tensión de fluencia del alma de la columna
$f_{y,fb}$	Tensión de fluencia del ala de la viga
$f_{y,p}$	Tensión de fluencia de la chapa de testa
$f_{y,wb}$	Tensión de fluencia del alma de la viga
$f_{y,wc}$	Tensión de fluencia del alma de la columna
g	Distancia horizontal entre los tornillos
$g_k(\mathbf{x})$	Restricción de diseño de desigualdad k
$\tilde{g}_k(\mathbf{x})$	Restricción de diseño de desigualdad aproximada k
h_1, h_2, h_3	Distancia de la fila 1, 2, y 3 al centro de compresiones respectivamente
h_b	Altura de la viga
h_c	Altura de la columna
$h_j(\mathbf{x})$	Restricción de diseño de igualdad j
$\tilde{h}_j(\mathbf{x})$	Restricción de igualdad aproximada j
h_p	Altura de la chapa de testa extendida
h_r	Distancia de la fila de tornillos r al centro de compresiones
$k_{c,wc}$	Rigidez del alma de la columna a compresión
k_{tb}	Rigidez de un tornillo a tracción
$k_{t,wc}$	Rigidez del alma de la columna a tracción
$k_{tr,fc}$	Rigidez del alma de la columna a flexión para la fila r
k_{wc}	Factor de reducción
k_{wp}	Rigidez del alma de la columna a cortante
l	Longitud del cordón de soldadura
l_a	Longitud del angular
$l_{1,afp}, l_{2,afp}$	Longitudes de la soldadura horizontal
$l_{3,awp}$	Longitud de la soldadura vertical
l_{eff}	Longitud efectiva
$l_{eff,l}$	Longitud efectiva para el modo de rotura 1
l_{pi}	Distancia vertical del borde inferior de la chapa al ala inferior de la viga
l_{ps}	Distancia vertical del borde superior de la chapa al ala superior de la viga
m	Número de variables. Número de restricciones. Número de tramos menos uno

m_i	Número de restricciones de igualdad
m_d	Número de restricciones de desigualdad
n	Número de variables
	Factor de forma
	Distancia entre el eje del tornillo y la fuerza de palanca
	Número de experimentos
	Tamaño de la muestra
n_b	Número de tornillos por angular en el ala del pilar
p	Distancia vertical entre los ejes de los tornillos de las filas 2 y 3
	Número de funciones básicas en el modelo de regresión
p_x	Distancia vertical entre los ejes de los tornillos de la fila 1 y fila 2
r	Peso de la penalización
r_b	Radio de acuerdo de la unión entre el alma y ala de la viga
r_c	Radio de acuerdo de la unión entre el alma y ala de la columna
t_a	Espesor de los angulares
tb	Tornillos a tracción
t_f	Espesor del ala
t_p	Espesor de la chapa de testa extendida
t_{fc}	Espesor del ala de la columna
t_{fb}	Espesor del ala de la viga
t_{fc}	Espesor del ala de la columna
t_{wb}	Espesor del alma de la viga
t_{wc}	Espesor del alma de la columna
w	Distancia horizontal entre los ejes de los tornillos
	Factor de reducción
wp	Panel del alma de la columna a cortante
x_i	Variable de diseño i
x_i^i	Límite inferior de las variables de diseño i
x_i^s	Límite superior de las variables de diseño i
z	Distancia al centro de compresiones
z_{eq}	Brazo equivalente

MINÚSCULAS ROMANAS (VECTORES)

\mathbf{d}_k	Dirección de búsqueda
$\mathbf{f}(\mathbf{x})$	Función conocida de \mathbf{x}
	Función de regresión
\mathbf{x}	Vector n -dimensional de variables de diseño
$\mathbf{y}(\mathbf{x})$	Respuesta real

$\hat{y}(x)$	Función de interés desconocida
	Respuesta aproximada

MINÚSCULAS GRIEGAS

α	Coeficientes de la regresión
α_k	Longitud del movimiento
β	Factor de transformación
β_w	Coeficiente de correlación
ξ	Parámetro dependiente de la tipología de la unión
ϕ	Giro relativo entre ejes
ϕ_0	Rotación permanente para el momento de referencia después de la descarga
ϕ_{Cd}	Capacidad de rotación de cálculo
ϕ_i	Rotación inicial de la unión
ϕ_j	Rotación de la unión
ϕ_k	Rotación inicial k -ésima
γ	Rotación del panel del alma
$\gamma_{c,s}$	Rotación del panel del alma de la columna debida al cortante
γ_{M_0}	Coeficiente parcial para la resistencia de las secciones transversales
γ_{M_2}	Coeficiente parcial de seguridad para los tornillos
$\bar{\lambda}_p$	Esbeltez del panel del alma de la columna
μ	Coeficiente de fricción o rozamiento
	Relación entre la rigidez inicial y la rigidez secante
η_r	Coeficiente para disminuir el valor de la rigidez
ν	Coeficiente de Poisson
ρ	Factor de reducción para considerar el pandeo del alma de la columna
ρ_A	Peso específico del acero
$\sigma_{0,002}$	Límite de elasticidad aparente
σ^2	Varianza
$\sigma_{com,Ed}$	Tensión longitudinal de compresión
σ_f	Tensión de fluencia
σ_p	Límite de proporcionalidad
τ_{crit}	Tensión equivalente según el modelo de fricción de Coulomb
θ	Estimador de máxima probabilidad
θ_c	Rotación de la conexión
$\theta_{el,c}$	Giro elástico producido en la columna

MINÚSCULAS GRIEGAS (VECTORES)

β	Vector de coeficientes de regresión
---------	-------------------------------------

ACRÓNIMOS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
AGs	Algoritmos Genéticos
AISC	American Institute of Steel Construction
ANN	Artificial Neural Network
ASD	Allowable Stress Design
BLUP	Best Linear Unbiased Predictor
CAE	Computer Aided Engineering
CCD	Central Composite Design
CE	Computación Evolutiva
CTE	Código Técnico de la Edificación
DACE	Design and Analysis of Computer Experiments
DOE	Design of Experiments
EAE	Instrucción Española de Acero Estructural
EC3	Eurocódigo 3. Método de los componentes
ECCS	European Convention for Constructional Steelwork
EP	Evolutionary Programming
errAbsMax	Error Absoluto Máximo
AbsMax	Error Absoluto Máximo
errAbsMed	Error Absoluto Medio
AbsMed	Error Absoluto Medio
errAbsStd	Desviación Típica del Error Absoluto
AbsStd	Desviación Típica del Error Absoluto
errRelMax	Error Relativo Máximo
errRelMed	Error Relativo Medio
RelMed	Error Relativo Medio
errRelStd	Desviación Típica del Error Relativo
RelStd	Desviación Típica del Error Relativo
ESs	Evolutionary Strategies
FSD	Fully Stressed Design
FSM	Finite State Machines
GAs	Genetic Algorithms
GP	Genetic Programming
IMSE	Integrated Mean Squared Error
KrCG	Modelo Kriging con regresión Cuadrática y correlación Gaussiana
KrLG	Modelo Kriging con regresión Lineal y correlación Gaussiana

LHS	Latin Hypercube Sampling
LRFD	Load and Resistance Factor Design
MARS	Multivariate Adaptive Regression Splines
maximin	Maximizar la mínima distancia entre puntos
MC	Método de los Componentes
MEF	Método de los Elementos Finitos
minimax	Minimizar la máxima distancia entre puntos
MPA	Multipoint approximation
OC	Optimality Criteria
RBF	Radial Basis Functions
RQP	Recursive Quadratic Programming
RRMSE	Relative Root Mean Squared Error
RSM	Response Surface Methodology
SCDB	Steel Connection Data Bank
SPV	Support Vector Regression
SR	Superficie de Respuesta
SVM	Support Vector Machine

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1 INTRODUCCIÓN

Actualmente existen un incontable número de estructuras fabricadas en acero que ponen de manifiesto las enormes posibilidades que ofrece este material. Algunas de las razones que justifican la elección del acero para construir una estructura o alguno de sus elementos, son: una magnífica relación resistencia/volumen, una amplia gama de posibles aplicaciones, la disposición de una gran cantidad de piezas estandarizadas, su fiabilidad, y la capacidad para adaptarse a casi cualquier forma arquitectónica.

En general, las estructuras de acero pueden estar formadas por piezas simples o compuestas que se unen entre sí, a partir de un diseño, para resistir conjuntamente. Para ello se debe garantizar que las uniones proyectadas sean capaces de transmitir adecuadamente los esfuerzos de unas a otras barras.

No es preciso insistir sobre la importancia que tienen las uniones, ya que, es suficiente que falle cualquiera de ellas, para ocasionar la ruina total o parcial de la estructura. Por lo tanto, resulta indispensable que en el proyecto de una estructura de acero estén recogidos y resueltos adecuadamente el diseño de las uniones.

El comportamiento de una unión suele ser bastante complejo y con un alto grado de indeterminación, lo que en muchas ocasiones hace que un análisis riguroso resulte inviable o simplemente antieconómico. De ahí que, las expresiones utilizadas para su dimensionado estén basadas en consideraciones empíricas y en los resultados de ensayos correctamente realizados.

Los medios de unión se pueden clasificar como *fijos* (remaches y soldaduras) y *desmontables* (tornillos). El remache ha sido tradicionalmente el elemento de unión más usado en la construcción de acero, si bien, hoy en día, prácticamente ha dejado de utilizarse en nuestro país.

Las principales ventajas de las uniones atornilladas frente a las uniones soldadas son: la ejecución de la unión puede realizarse en condiciones atmosféricas desfavorables, presentan un mejor comportamiento frente a la fatiga y a la rotura frágil, los costes relacionados con el

control de calidad son menores, y los plazos de ejecución inferiores. Por el contrario, los gastos de proyecto derivados del cálculo y representación son mayores, el montaje de las piezas es más exigente (tolerancias más reducidas), y el aspecto final es menos estético que con uniones soldadas.

Toda unión representa, por su propia naturaleza, una discontinuidad y, por tanto, una zona potencialmente peligrosa. De hecho, la mayoría de los problemas que surgen en las estructuras de acero se deben, normalmente, a uniones mal proyectadas o mal ejecutadas.

Para el análisis de una estructura es necesario definir los tipos de uniones con las que se realizarán las conexiones entre sus elementos. Para ello es necesario definir las coacciones al movimiento (giros y desplazamientos) en los extremos de cada una de las barras, lo que permite determinar los valores y los tipos de esfuerzos que se transmitirán entre las mismas.

Tradicionalmente, el comportamiento de las uniones se ha limitado a dos tipos: *articulaciones*, donde la rigidez se considera idealmente nula y *rígidas*, donde la rigidez es considerada idealmente infinita. Esta situación simplifica el análisis y el diseño estructural, pero no considera el comportamiento real de las uniones, ya que éste se sitúa entre estos dos extremos. Esta situación demuestra la necesidad del concepto *semirrígido*, en otras palabras, que cualquier unión cuenta con una rigidez finita.

Una de las principales causas que ha motivado esta simplificación es que, hasta hace pocos años, las normas de aplicación para el análisis y el diseño de las uniones solamente permitían comprobar su resistencia frente a los esfuerzos que las solicitaban, pero sin incluir criterios para calcular su rigidez. Para garantizar que las uniones fueran rígidas, si así se había previsto, los nudos se resolvían colocando rigidizadores de forma sistemática, sin embargo, los costes de ejecución aumentaban sustancialmente sin haber evaluado, con suficiente precisión, la necesidad de los mismos.

Por este motivo, muchas de las estructuras de acero diseñadas mediante nudos rígidos no resultaban económicamente viables, ya que al coste de los perfiles de las barras había que añadir el elevado coste de la ejecución de las uniones (material adicional y sobre todo mano de obra).

Las normas modernas permiten analizar el comportamiento real de las uniones a partir de una curva *momento-rotación*, y considerar su efecto tanto en la resistencia de la unión como en el comportamiento global de la estructura. Este tipo de análisis permite descomponer la unión en los diferentes elementos que la componen y evaluar de esta forma la deformabilidad, la rigidez y la resistencia de cada uno de ellos. Este método, denominado como el *Método de los Componentes* (MC), ha sido estudiado por distintos investigadores y ha sido objeto de múltiples trabajos: Zoetemeijer (1983), Yee y Melchers (1986), Jaspart (1991), Faella et al. (2000), etc. Las conclusiones de estos estudios han permitido la redacción de la parte 8 del Eurocódigo 3: *Proyecto de estructuras de acero. Diseño de uniones* (EN 1993-1-8:2005 o EC3-1-8:2005), norma europea que sustituye y completa los Anejos J y K del Eurocódigo 3 (ENV 1993-1-1:1996). Apuntar también que, el método de los componentes está recogido en la norma española *Código Técnico de la Edificación* (CTE:2006).

El coste total de una estructura de acero (ITEA, 2000) se puede dividir en costes de material (20-40%) y mano de obra (cálculos, dibujo, y fabricación), sin incluir la pintura y el montaje, (60-80%). El coste de las uniones puede alcanzar el 40% del coste total de la estructura.

Una aproximación al comportamiento real de las uniones repercute considerablemente en el coste del material. De hecho, muchas uniones proyectadas como articuladas, disponen de cierta rigidez. Por el contrario, otras se comportan como rígidas, aunque no incluyan rigidizadores. Lo que permite, en ambos casos, su estudio como uniones semirrígidas, reduciendo las dimensiones de las vigas, y por tanto el coste total de la estructura.

Cualquier ahorro en los costes de mano de obra tiene potencialmente una gran influencia en el coste global de la estructura. Por tanto, hay que intentar unificar y tipificar los distintos tipos de uniones, para aprovechar las ventajas de la fabricación en serie, así como, facilitar la fabricación en taller y el montaje en obra.

El proceso de diseño de una unión requiere una gran experiencia por parte del diseñador. El método que, tradicionalmente, se emplea es el siguiente: se define un diseño inicial cuyo comportamiento es analizado; de los resultados del análisis se puede deducir (por experiencia o intuición) los cambios que hay que realizar para mejorar el diseño; el proceso de diseño se finaliza cuando se considera que es lo suficientemente bueno. Este método denominado de *prueba y error*, presenta el inconveniente de que las modificaciones dependen totalmente de la experiencia del diseñador, lográndose soluciones buenas, pero no las mejores.

La teoría de la optimización matemática está constituida por un conjunto de resultados y métodos numéricos enfocados a encontrar el mejor diseño entre una colección de alternativas, sin tener que evaluar explícitamente todas esas alternativas. El concepto de optimización está en la base de la ingeniería, puesto que la función clásica del diseñador es diseñar sistemas novedosos, mejores, más eficientes, y menos costosos.

En general, un problema de optimización consiste en buscar ciertos valores para determinadas variables, de forma que cumpliendo un conjunto de requisitos representados habitualmente por ecuaciones o inecuaciones algebraicas, proporcionan el mejor valor posible para una función que es utilizada para medir el rendimiento de nuestro diseño.

En los últimos 10 años se han realizado una cantidad importante de trabajos de investigación (Simões, 1996; Sánchez y Martí, 1998; Sánchez, 1999; Dhillon, 1999; Kameshki y Saka, 2003, etc.) para desarrollar estrategias para el diseño óptimo de estructuras de acero con uniones semirrígidas. En estos trabajos, las uniones semirrígidas se han modelado como elementos elásticos, con curvas momento-rotación obtenidas con alguno de los modelos simplificados existentes en la literatura (p.ej. Frye y Morris, 1975). Uno de los inconvenientes de utilizar estos modelos simplificados es que la resistencia y la rigidez rotacional de la unión no corresponden, exactamente, a la unión real. Una forma de resolver este problema sería la utilización, dentro del proceso de optimización, de modelos más detallados de la unión, en los que exista una relación estricta entre las propiedades de los

elementos resistentes (chapa de testa, diámetro y calidad de los tornillos, etc.) y la resistencia y rigidez de la unión, tal como ocurre en el método de los componentes del EC3-1-8:2005.

1.2 ANÁLISIS DE UNIONES

Las estructuras de acero están formadas por distintos tipos de elementos, y cada uno de estos elementos debe estar convenientemente unido a los otros elementos de la estructura. Esto implica el uso de diferentes tipos de uniones. Los principales son:

- Aquellos que se producen cuando tiene lugar un cambio de dirección, por ejemplo: en las uniones viga-columna, en las uniones embrochaladas, y entre las barras que forman cerchas o celosías.
- Los que se requieren para asegurar que la estructura tenga un tamaño adecuado, para su correcto transporte y montaje. Por ejemplo, los pilares se suelen empalmar cada dos o tres pisos.
- Los que se producen cuando tiene lugar un cambio de componente, lo que incluye la unión de la estructura de acero a otras piezas del sistema estructural, como: bases de pilares, uniones a núcleos de hormigón, paredes, forjados, cubiertas, etc.

En general, cualquier diseño estructural requiere de un cierto grado de simplificación. Los nudos de estructuras de barras de acero, frecuentemente, se modelizan como articulados o completamente rígidos. En el primer caso, se admite que el giro entre las barras que concurren al nudo es libre y entre ellas solo se transmiten fuerzas; en el segundo caso, se supone que el giro experimentado por los extremos de todas las barras es el mismo y, por tanto, entre las barras que concurren al nudo se transmiten fuerzas y momentos.

Las uniones semirrígidas representan un término medio, ya que, su organización constructiva permite que las barras unidas puedan girar relativamente entre ellas. Por lo que, estas uniones, parcialmente deformables, son capaces de transmitir tanto fuerzas como un cierto momento (el correspondiente a la restricción que impone la unión al giro libre de los extremos de las barras).

0.0.1 Antecedentes y estado actual del análisis de estructuras con uniones semirrígidas

Los primeros estudios realizados con uniones semirrígidas y su efecto en el comportamiento de las estructuras se remontan a 1930, con la aparición de los primeros informes del *Steel Structures Research Committee* de Londres.

Hasta el momento se han desarrollado un gran número de estudios, tanto teóricos como experimentales, sobre el comportamiento de este tipo de uniones y su influencia en el conjunto de la estructura.

Batho y Rowan (1934), propusieron un método gráfico, conocido como *beam-line*, que permitía obtener el valor de las restricciones producidas por las uniones en el extremo de cada una de las barras, a partir de una curva momento-rotación experimental.

Baker y Rathbun (1936), aplicaron por primera vez en el análisis de estructuras de barras con nudos semirrígidos el método *Slope-Deflection*, desarrollado por Axel Bendixen en 1914, para estructuras de barras conectadas mediante uniones rígidas, y el *método de distribución de momentos* desarrollado por Hardy Cross en 1932.

En el período comprendido entre los años 1936 y 1950 fueron muchas las investigaciones relacionadas con la aplicación de estos métodos en el análisis de estructuras con nudos semirrígidos. De entre todos estos estudios se pueden destacar los realizados por Baker y Williams (1936), Johnston y Mount (1942), Stewart (1949), y Surochnikoff (1950).

A partir de los años 50, la evolución de los ordenadores permitía resolver sistemas de ecuaciones de mayor tamaño y con mayor facilidad, lo que unido a la creciente complejidad de los sistemas estructurales, condujo al origen de los *Métodos Matriciales*, de entre los cuales destacaba el *Método de las Rigideces* (o *de los Desplazamientos*). El uso de estos métodos fue generalizado durante los años 60, y es en 1963 cuando Monforton y Wu (1963), propusieron modificar la matriz de rigidez de una barra conectada mediante nudos rígidos, para introducir las características de las uniones semirrígidas y de este modo tener en cuenta su efecto en el análisis de la estructura.

Posteriormente, otros autores como Livesley (1964), Gere y Weaver (1965), y Lionberger y Weaver (1969) desarrollaron estudios similares a los realizados por Monforton y Wu (1963).

En 1978, la *European Convention for Constructional Steelwork* (ECCS) publica unas recomendaciones para la construcción en acero, llamadas *European recommendations for steel construction*, que constituyen las bases del actual Eurocódigo 3. Estas bases sustituían al *método de las tensiones admisibles* por el *método de los estados límite*, y recomendaban para el diseño de uniones, las uniones articuladas sin rigidizar.

Tras la investigación y publicación de distintos procedimientos por diferentes autores para el análisis de estructuras de barras con uniones semirrígidas, Nethercot (1985) publicó en 1985, *Joint action and the design of steel frames*, y en 1986, *The behaviour of steel frame structures allowing for semi-rigid joint action*.

Lui y Chen (1987) propusieron métodos de análisis de estructuras con uniones semirrígidas a partir de la formulación de la matriz de rigidez, al igual que Goto y Chen (1987).

En 1984, basándose en los estudios de la ECCS, la *Commission des Communautés Européennes* publica la primera versión del Eurocódigo 3, titulada *Eurocode 3: règles unifiées communes pour les constructions en acier*. En este documento, las uniones son clasificadas como uniones *articuladas*, *rígidas* y *flexibles* para el análisis estático, y como *de resistencia completa* o *parcial* para el análisis plástico, pero sin considerar ni el uso, ni la modelización de este tipo de uniones. Esta norma se publicó para ser utilizada de forma experimental con una invitación a ser comentada, de modo que las sugerencias y comentarios pudieran ser utilizados para elaborar la norma definitiva.

Fruto de los estudios realizados en 1987 por el grupo de trabajo *TWG 8.2*, se creó el comité técnico nº10 de la ECCS, *TC-10 Structural Connections*, dedicado al estudio del comportamiento de las uniones estructurales.

Durante estos años se han ido realizando modificaciones en el documento del Eurocódigo, hasta que finalmente, en mayo de 2005, se publicó la norma *Eurocode 3: Design of steel structures-Part 1-8: Design of Joints* (EC3-1-8:2005), parte dedicada exclusivamente a uniones, incluyendo las uniones semirrígidas. En esta parte, se predice la respuesta de la unión a partir de las propiedades mecánicas y geométricas de sus componentes mediante el método de los componentes.

El EC3-1-8:2005 recoge la investigación y el desarrollo de muchos años de trabajo sobre diferentes aspectos de las estructuras de acero, siendo su contenido algo complejo.

Es evidente que mediante ensayos de laboratorio puede obtenerse información muy precisa acerca de la deformabilidad y resistencia de las uniones, pero estas técnicas resultan bastante costosas para la práctica diaria, limitándose normalmente al campo de la investigación.

Sin embargo, resulta posible utilizar muchos de los resultados experimentales gracias a la creación de bancos de datos donde se han venido almacenando y organizando los resultados obtenidos en numerosos ensayos y con diferentes tipos de uniones.

0.0.2 Requisitos básicos para definir el comportamiento de una unión

Para poder resistir las acciones exteriores, una estructura debe desarrollar unos esfuerzos internos que hagan posible el equilibrio con las fuerzas exteriores (acciones aplicadas y reacciones). Para que se desarrollen estos esfuerzos internos se han de producir unas deformaciones que, evidentemente, alterarán la geometría inicial de la estructura. Puesto que una estructura se diseña para satisfacer una serie de requisitos funcionales, se puede decir que una estructura es adecuada para resistir unas fuerzas exteriores si lo hace de manera que las modificaciones de sus propiedades y/o geometría inicial no son excesivas, o lo que es lo mismo, que su *resistencia* y *rigidez* son las adecuadas para la función que ha de cumplir. En los tiempos en que la resistencia de los materiales era baja, su comprobación era fundamental y, en la mayoría de los casos, ésta garantizaba que la rigidez era suficiente. En los últimos años, el desarrollo y el empleo de materiales con una resistencia cada vez mayor permiten el uso de elementos de menor tamaño, y por tanto menos rígidos. Debido a esto, la respuesta correcta de una estructura viene condicionada, cada vez más, por su rigidez.

Una unión viga-columna puede ser representada mediante un muelle rotacional (Figura 1.1a) el cual une las líneas correspondientes al eje de la columna con el eje de la viga, tal y como se muestra en la Figura 1.1b, de forma que en función del momento (M_j) que transmita la viga a la columna se produce un giro relativo (ϕ) entre los ejes (Figura 1.1c). En la Figura 1.1d se representa la curva momento-rotación real de una unión viga-columna en función del momento aplicado y el giro producido. Esta curva se representa mediante una ley no lineal que puede sustituirse por otras más sencillas que se estudiarán en el capítulo 2.

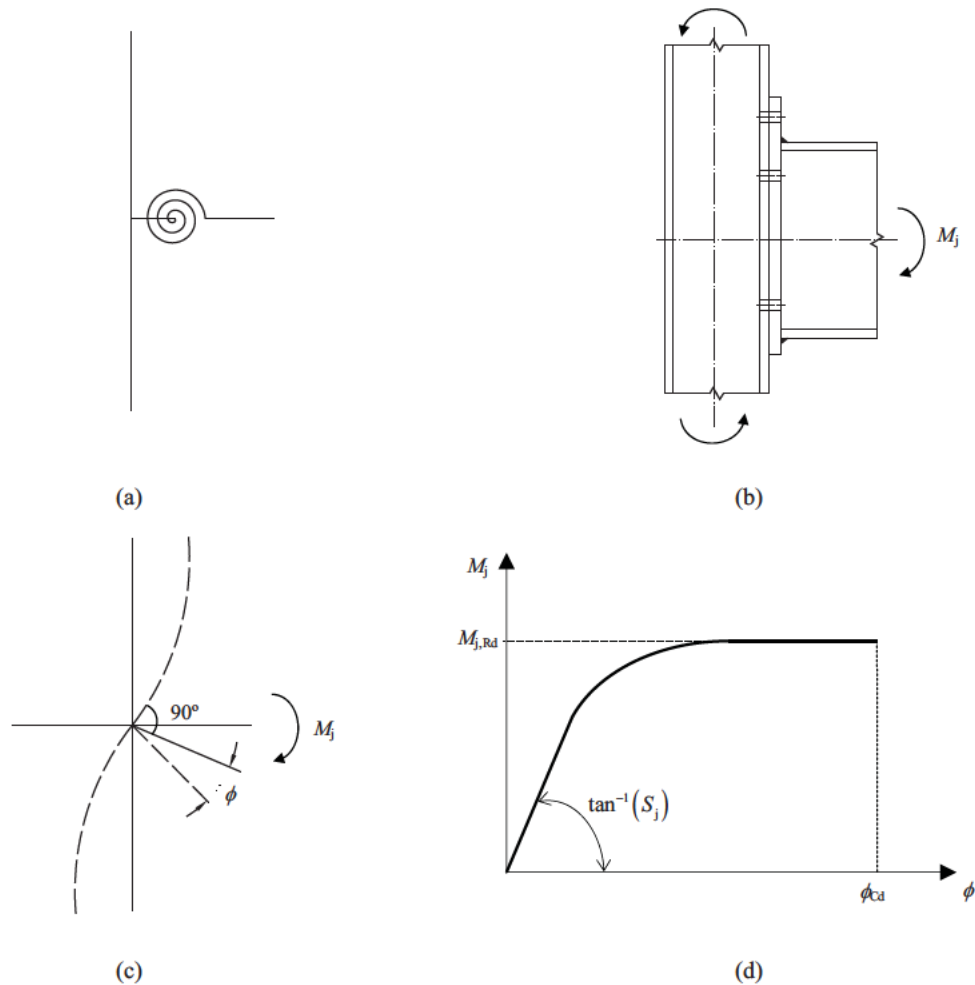


Figura 1.1. Comportamiento real de una unión viga-columna: (a) modelo ideal; (b) nudo real; (c) giro relativo viga-columna; (d) curva momento-rotación.

Para conocer el comportamiento de una unión o la respuesta rotacional, es necesario determinar sus propiedades mecánicas en términos de rigidez, resistencia, y ductilidad o capacidad de deformación (Figura 1.1d):

- *Rigidez rotacional* (S_j): relación entre el momento transmitido y el giro relativo, entendido como la diferencia entre los giros absolutos de los elementos conectados.
- *Momento resistente de cálculo* ($M_{j,Rd}$): valor máximo del momento, entendido como el momento resistente plástico que resiste la unión.
- *Capacidad rotacional de cálculo* (ϕ_{Cd}): giro máximo producido por el momento resistente de cálculo de la unión.

0.0.3 Clasificación de las uniones

Las uniones se pueden clasificar en función de:

- Rigidez rotacional: nominalmente articulada, rígida y semirrígida.
- Resistencia: nominalmente articulada, resistencia completa y resistencia parcial.
- Capacidad de rotación: ductilidad completa y parcial.

Las uniones con ductilidad completa disponen de una capacidad rotacional mayor o igual a la del miembro que conectan. Las uniones que no cumplen este requisito son clasificadas como uniones de ductilidad parcial. Aunque este criterio no se ha incorporado todavía en los códigos modernos, únicamente presentan una serie de recomendaciones sobre la capacidad rotacional de la unión.

Si se combinan los criterios de clasificación relativos a la resistencia y a la rigidez rotacional, el resultado son cinco tipos de uniones:

- Rígidas de resistencia completa.
- Rígidas de resistencia parcial.
- Semirrígidas de resistencia completa.
- Semirrígidas de resistencia parcial.
- Articuladas.

Para conocer si los efectos derivados del comportamiento deben considerarse en el análisis de la estructura, el Eurocódigo clasifica las uniones según tres modelos:

- Unión *continua*: garantiza la compatibilidad del giro entre todos los componentes que une. Por tanto, su comportamiento no influye en el análisis global de la estructura.
- Unión *simple*: impide la compatibilidad de los giros entre las barras conectadas, no se transmiten momentos, y se corresponden con las uniones denominadas articuladas.
- Unión *semicontinua*: presenta una compatibilidad parcial del giro entre los elementos conectados por la unión, y es preciso tener en cuenta su comportamiento en el análisis global de la estructura.

Por tanto, el modelo de unión más apropiado debería determinarse en función de la clasificación de la unión y del método de análisis elegido (Tabla 1.1).

Tabla 1.1 Modelos de unión y métodos de análisis estructural

Método de análisis global		Clasificación de la unión	
Elástico	Articulada	Rígidas	Semirrígidas
Rígido-plástico	Articuladas	Resistencia completa	Resistencia parcial
Elastoplástico	Articuladas	Rígidas de resistencia completa	Semirrígidas de resistencia completa
			Semirrígidas de resistencia parcial
			Rígidas de resistencia parcial
Modelo de unión	Simple	Continua	Semicontinua

Atendiendo a los criterios de resistencia y rigidez, la Tabla 1.1 puede reescribirse como muestra la Tabla 1.2.

Tabla 1.2 Clasificación de las uniones

Rigidez	Resistencia		
	Resistencia completa	Resistencia parcial	Articuladas
Rígidas	Continua	Semicontinua	—
Semirrígidas	Semicontinua	Semicontinua	—
Articulada	—	—	Simple

Nota: “—” no tiene sentido

0.0.4 Diferencia entre conexión y unión

Habitualmente podemos encontrar que las estructuras de acero están formadas por vigas y columnas, obtenidas a partir de perfiles en forma de I o en H y enlazados entre sí mediante conexiones. Estas conexiones pueden ser: entre una viga y una columna, entre dos vigas, entre dos columnas, o entre una columna y su base. Dependiendo de los elementos conectados y de su localización en la estructura, en la Figura 1.2 se pueden diferenciar:

- Unión viga-columna de un solo lado con la columna continua (1.1).
- Unión viga-columna a dos caras (doble) con la columna continua (2.1).
- Unión viga-columna a un solo lado con la columna no continua (1.2).
- Unión viga-columna a dos caras (doble) con la columna no continua (2.2).
- Empalme de vigas (3).
- Empalme de columnas (4).
- Base de columnas (5).

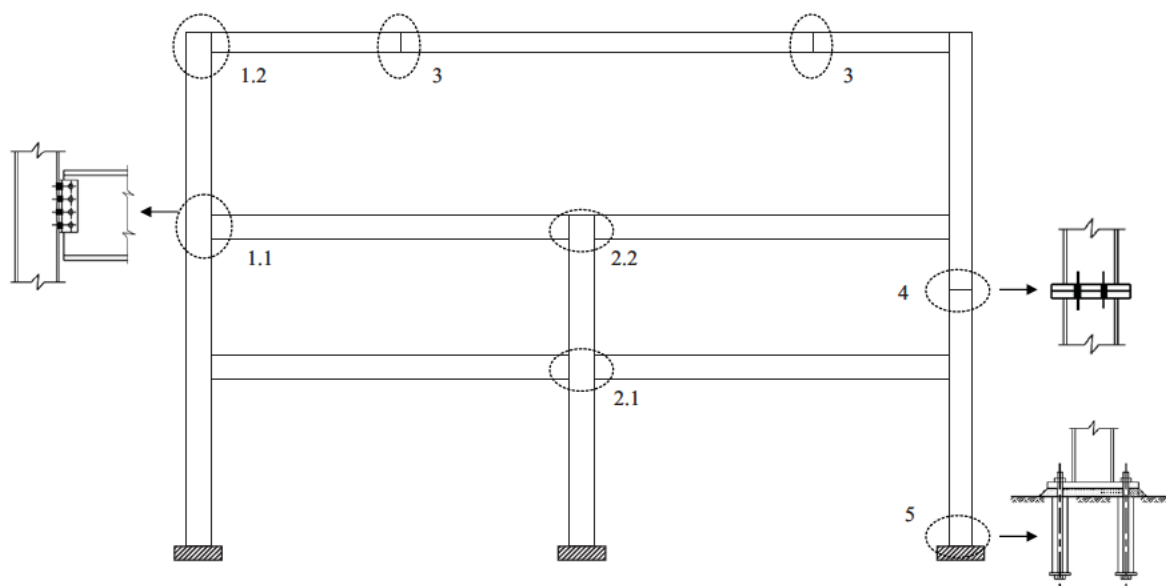


Figura 1.2. Diferentes tipos de uniones en una estructura (EN 1993-1-8:2005).

Aunque, en ocasiones, los términos *conexión* y *unión* se emplean como sinónimos, introducen conceptos diferentes (Figura 1.3).

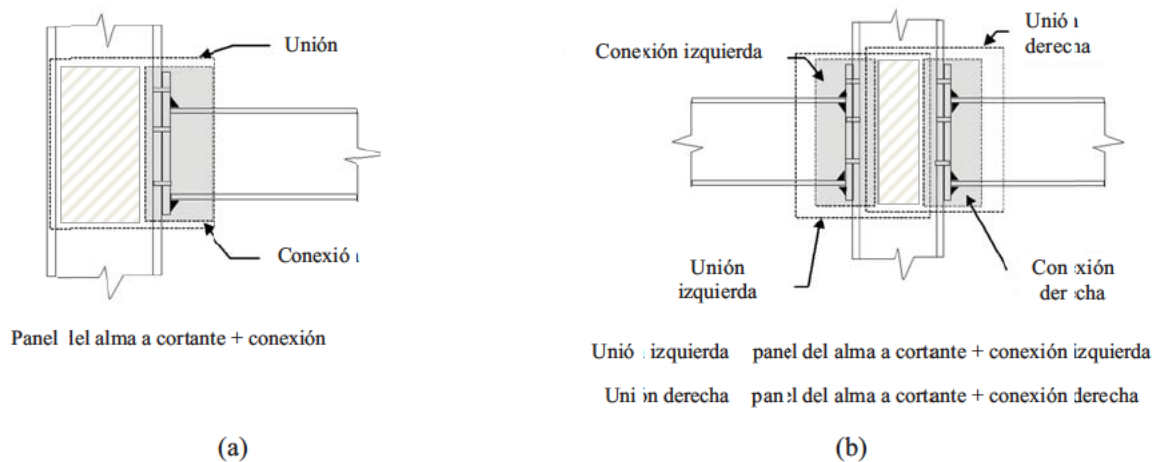


Figura 1.3. Distinción entre conexión y unión (EN 1993-1-8: 2005): (a) unión simple; (b) unión doble.

Se define *conexión* (connection) como el conjunto de elementos físicos que sujetan mecánicamente los elementos enlazados y se sitúa en la zona donde se produce el enlace.

Por otro lado, cuando se tiene en cuenta tanto la conexión como las correspondientes zonas de interacción entre los elementos enlazados (p.ej: la zona del panel del alma), se debería utilizar el término *unión* (join).

Dependiendo del número de elementos conectados entre sí, se pueden distinguir los tipos de uniones: simples o desde un solo lado (Figura 1.3a), y dobles o desde ambos lados (Figura 1.3b). Apuntar que, las uniones de doble lado se deben considerar como dos uniones: unión izquierda y unión derecha.

1.2.5 Tipos de uniones viga-columna

El comportamiento de una unión viga-columna depende en gran medida del modo en el cual se materializa en la práctica. Mediante la modificación de algunos detalles constructivos se pueden obtener comportamientos que varían desde una unión casi perfectamente rígida, como las uniones totalmente soldadas, hasta prácticamente una articulación, como corresponde a las realizadas mediante angulares de alma, ver Figura 1.4.

Las uniones viga-columna se pueden clasificar según el momento de rotación, en:

- **Rígidas:** aquellas que pueden transmitir cualquier tipo de esfuerzo y no influyen en las distribuciones de los esfuerzos de la estructura. Por ejemplo: uniones con angulares de ala y alma atornillados y soldados, angulares de ala y alma atornillados, uniones soldadas con rigidizadores, uniones con chapa de testa atornillada con la columna rigidizada (Figura 1.4a), etc.
- **Articuladas:** se definen como uniones que no pueden transmitir momentos, aunque si son capaces de transmitir esfuerzos cortantes y normales a la columna (esfuerzos axiales en la viga). Por ejemplo: uniones con angulares al alma atornillados o soldados (Figura 1.4c), angulares de alas atornillados, chapa de testa parcial atornillada, etc.

- *Semirrígidas*: comportamiento intermedio entre las uniones rígidas y articuladas. Es decir, pueden transmitir todo tipo de esfuerzos, pero los incrementos en los giros y en los desplazamientos no pueden ser despreciados. Por ejemplo: uniones con chapa de testa extendida atornillada (Figura 1.4b), viga soldada al ala de la columna, etc.

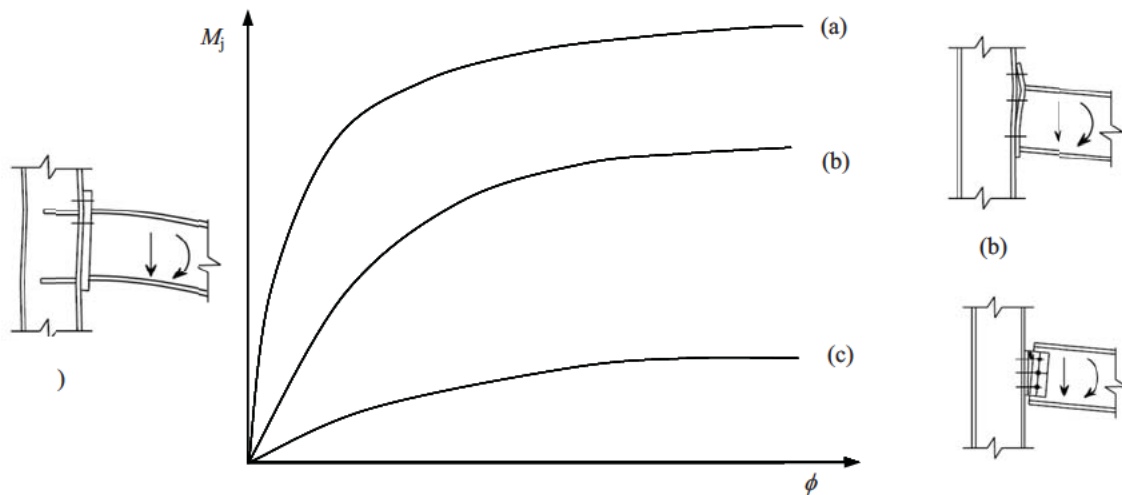


Figura 1.4. Diagrama momento-rotación para uniones viga-columna:
(a) rígida; (b) semirrígida; (c) articulada.

1.3 FORMULACIÓN DEL DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS

Antes de emprender cualquier estudio de optimización, es importante definir los límites del sistema que se investiga. Generalmente, el diseño que se pretende optimizar pertenece a un conjunto mayor, y estos límites son las acotaciones que lo separan del mismo. Sirven para aislar el sistema de su entorno, puesto que para su análisis, todas las interacciones entre el sistema y su entorno se suponen invariables a un determinado nivel.

El problema de diseño óptimo se entiende actualmente como aquél que se plantea determinar el valor de una serie de variables, de manera que se minimice (ó maximice) el valor de una función objetivo, a la vez que se cumplen una serie de restricciones impuestas. En términos matemáticos, el problema se puede formular como: encontrar el vector de variables de diseño \mathbf{x} que

$$\begin{aligned}
 &\text{minimice} && f(\mathbf{x}) \\
 &\text{sujeto a} && g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, m_g \\
 & && h_k(\mathbf{x}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, m_h \\
 & && x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

donde

- \mathbf{x} vector n -dimensional de variables de diseño
- $f(\mathbf{x})$ función objetivo, representa el criterio óptimo
- $h_j(\mathbf{x})$ restricción de diseño de igualdad j

$g_k(\mathbf{x})$	restricción de diseño de desigualdad k
m_i	número de restricciones de igualdad
m_d	número de restricciones de desigualdad
x_i^i	límite inferior de las variables de diseño i
x_i^s	límite superior de las variables de diseño i
x_i	variable de diseño i
n	número de variables

Al espacio n -dimensional definido por el vector de variables \mathbf{x} se le denomina *espacio de diseño*. Un conjunto de variables de diseño define un punto en el espacio de diseño. Las restricciones definen hipersuperficies que acotan un entorno en el espacio de diseño. Si un punto es tal que se cumplen todas las restricciones, ese punto es un *diseño válido* o *factible*; si, por el contrario, viola alguna restricción, el punto del espacio de diseño corresponde a un *diseño no válido* o *no factible*.

1.3.1 Variables de diseño

En primer lugar, es necesario distinguir entre las magnitudes que intervienen en un diseño, cuyos valores pueden ser modificados, y aquellas magnitudes cuyos valores están fijados por factores externos, y por tanto fuera de los límites del diseño. Los *parámetros* del problema representan magnitudes cuyo valor es constante durante todo el diseño y son consecuencia, en general, de una serie de condiciones impuestas externamente al problema. Por el contrario, las *variables* hacen referencia a magnitudes cuyos valores pueden cambiar a lo largo de la evolución del diseño.

En el caso más general, se distinguen cuatro tipos de variables:

- Propiedades de la sección de la pieza: área, momentos de inercia, y de torsión, etc.
- Geometría de la estructura: altura, longitud, espesor, etc.
- Topología de la estructura: densidad del material, perímetro total, etc.
- Propiedades constitutivas: módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson, etc.

1.3.2 Función objetivo

Una vez que se ha construido y delimitado el problema de interés, el siguiente paso es elegir un criterio con el que evaluar los diseños, de forma que podamos identificar cual es el “mejor” diseño según este criterio. Por tanto, la función objetivo suele ser una función escalar de las variables que intervienen en el diseño, y la condición habitual que se le exige a dicha función es que para la solución óptima alcance un valor mínimo (o máximo).

Hasta el momento, la función objetivo que se ha utilizado con mayor frecuencia es la masa del diseño, debido a que las primeras optimizaciones estructurales se desarrollaron en el campo de la aeronáutica, en la cual el valor del peso es el principal condicionamiento.

El planteamiento tradicional es pues, expresar la masa de la pieza en función de las variables de diseño, y tratar de obtener el mínimo valor para dicha masa. Esta práctica se sigue realizando actualmente con una gran eficacia, puesto que la masa estructural está

directamente relacionada con el coste total de la misma. Cuanto menos material se utilice, más económica será la pieza en términos generales. Sin embargo, en la evaluación del coste total entran en juego otros factores, como: costes de fabricación, mano de obra, tiempo de producción mínimo, máxima tasa de producción, mínima energía utilizada, máxima carga, etc. Estos aspectos pueden llegar a ser decisivos a la hora de evaluar la rentabilidad de uno u otro diseño, y es por ello que conviene tenerlos en cuenta al plantear la expresión de la función objetivo. Asimismo, también pueden ser empleadas como funciones objetivo otros estimadores: coste anual, beneficio anual neto, tasa coste-beneficio, fiabilidad estructural, frecuencias naturales, tensión máxima, desplazamientos en puntos críticos, rigidez de la estructura, etc.

1.3.3 Restricciones

La mayoría de los casos prácticos se formulan como problemas con restricciones. Esto se debe a que en la mayor parte de los problemas complejos, como es el diseño de una estructura, no pueden tratarse libremente teniendo en cuenta todas las elecciones posibles, sino que debe de descomponerse en subproblemas separados. En donde, cada uno de estos subproblemas tienen restricciones que han sido impuestas para acotar el campo de exploración. Por lo tanto, las restricciones son condiciones que debe de cumplir el diseño para que pueda ser considerado como válido, planteándose en función de las variables, a las que se les exige tener un valor o mantenerse dentro de unos límites.

Las restricciones se pueden dividir en *explícitas* o *implícitas*. Las primeras actúan directamente imponiendo condiciones a una variable (o un grupo de ellas), mientras que las segundas imponen condiciones sobre magnitudes que dependen a su vez de las variables. Es importante la distinción entre ambas porque las restricciones explícitas reciben un tratamiento más sencillo en la mayoría de los métodos de diseño.

Las restricciones, también, se pueden agrupar en restricciones de *igualdad* o *desigualdad*. Las restricciones de igualdad suelen estar asociadas a las relaciones que fijan el comportamiento de la estructura, tales como condiciones de equilibrio, compatibilidad, ley de comportamiento del material, etc. Otras relaciones de igualdad están asociadas a las relaciones entre las variables de diseño del problema (condiciones de simetría, tangencia, curvatura, etc.). Las restricciones de desigualdad suelen estar asociadas con limitaciones impuestas a la respuesta del elemento estructural, como tensiones, desplazamientos máximos, frecuencias de vibración, etc., así como, aquellas que delimitan el rango de los valores posibles de las variables.

1.4 OPTIMIZACIÓN DE PROPIEDADES, FORMA, Y TOPOLOGÍA

Los diferentes tipos de optimización estructural dependen de cuáles sean las variables de diseño utilizadas. De los cuatro tipos de variables, definidas anteriormente, el material de la estructura suele considerarse como un parámetro, y es fijado inicialmente por el diseñador. Quedan pues, como variables de diseño más frecuentes, las propiedades de la sección, la geometría, y la topología del diseño. Estos tres tipos de variables son el origen de tres tipos de

optimización estructural distintos, y cuyas características principales se exponen a continuación.

En la optimización de *propiedades* (o tamaño), las variables de diseño están asociadas a propiedades geométricas de la sección transversal de los elementos que componen la estructura (espesores, áreas de las barras, momentos de inercia, etc.).

En la optimización de *forma* (o geometría), además de las variables empleadas en la optimización de propiedades, son utilizadas variables asociadas a la forma de la estructura.

Un factor crucial para alcanzar un diseño óptimo es la *topología* de la estructura. Es decir, la definición del número de elementos (o cavidades) que configuran la estructura. En este sentido, la optimización de forma no resulta válida dado que, en este tipo de problemas el *género topológico* (número de elementos) del modelo permanece invariable durante la optimización, es decir la topología inicial y final es la misma. Sin embargo, en muchos problemas es conveniente introducir cavidades interiores no existentes en el diseño de partida, a través de las cuales se puede por ejemplo, disminuir el peso de la estructura, sin que por ello se viole obligatoriamente alguna de las restricciones impuestas.

1.5 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

Los principios básicos sobre la teoría de la optimización se sitúan cronológicamente entre los siglos XVII y XVIII, a ellos contribuyeron Galilei (1638), Leibniz (1646), Lagrange (1736), Hamilton (1808), Michell (1904), etc.

En la actualidad, los modelos que se desarrollan paralelamente con la aplicación de las técnicas CAE (Computer Aided Engineering) requieren de una enorme cantidad de tiempo, tanto en el modelado como en el análisis. Por este motivo, muchos diseñadores se encuentran con verdaderas dificultades a la hora de aplicar estas técnicas, sobre todo, en las primeras fases del proceso de diseño. Una solución para estos problemas, recae en los denominados *Modelos Sustitutos* o *Metamodelos*. Estos modelos conllevan un menor coste computacional, lo que permite a los diseñadores su utilización aún en las etapas iniciales del diseño (Amago, 2002).

En los sucesivos apartados se elabora una descripción sobre algunos de estos métodos, así como diferentes técnicas que establecen el actual marco para resolver el problema de diseño óptimo.

1.5.1 Programación matemática

Las técnicas de programación matemática obtienen la solución al problema de diseño aplicando métodos numéricos de minimización (o maximización) de funciones objetivo, sujetas o no a unas restricciones, siendo las características particulares del problema las que condicionan el método numérico más apropiado.

En la mayoría de las aplicaciones para el diseño óptimo de estructuras la función objetivo consiste en minimizar la masa de la misma, y las restricciones que se le imponen suelen

derivarse a causa de limitaciones de tensión, de pandeo, o de desplazamientos en puntos específicos de la estructura.

En función de las características de las variables se tiene la *programación continua*, cuando las variables pueden adoptar cualquier valor; *programación entera*, cuando las variables pueden adoptar únicamente valores enteros, y *programación discreta*, cuando las variables pueden adoptar solamente valores enteros o no, dentro de una gama predefinida.

Otra clasificación se puede realizar atendiendo a la linealidad o no linealidad de las funciones. Si la función objetivo y todas las restricciones son funciones lineales, el problema es de *programación lineal*, en el caso de que la función objetivo o alguna de las restricciones no lo fuera, el problema es de *programación no lineal*.

1.5.2 Criterios de optimalidad

Los *Criterios de Optimalidad* (Optimality Criteria, OC) proporcionan soluciones a problemas concretos de optimización, dirigiendo la solución por medio de la aplicación de criterios que se sabe (o se cree) que son apropiados para el problema tratado.

Algunos criterios de optimalidad cuentan con un claro sentido físico, tal es el caso del *Diseño Totalmente Tensionado* (Fully Stressed Design, FSD), en el que cada elemento de la estructura soporta la tensión máxima, bajo al menos uno de los estados de cargas especificados. El método FSD es un diseño óptimo a resistencia, con variables de propiedades de los elementos. Inicialmente, el método no considera otro tipo de restricciones, si bien se puede generalizar para tratar restricciones de desplazamiento. La característica más destacada del método FSD es la ausencia de una función objetivo, por tanto no existe una cantidad a minimizar, y no se puede asegurar que un algoritmo FSD converja al diseño de mínima masa, ya que no se puede explicitar dicha condición.

1.5.3 Algoritmos evolucionarios

En 1859, el naturalista Charles Darwin definió el concepto de selección natural como un proceso en el cual se preservan las diferencias individuales favorables y se erradican aquellas que son perjudiciales. El origen de la *Computación Evolutiva* (CE), es decir, el estudio de los fundamentos y aplicaciones de ciertas técnicas heurísticas de búsqueda fundadas en los principios naturales de la evolución, se establece en los años 1950, con los trabajos de Box (1957), Friedman (1959), Bledsoe (1961), y Bremermann (1962). Desgraciadamente, este área permaneció en el desconocimiento, hasta que los trabajos de Rechenberg (1965), Fogel et al. (1966), y Holland (1975) comenzaron a cambiar lentamente este escenario.

Los fundamentos de la CE están basados en evolucionar una población de individuos (candidatos a ser la solución de un problema conocido) utilizando operadores inspirados en la selección natural y en la variación genética. Históricamente, los principales algoritmos evolucionarios son: *Estrategias Evolucionarias* (Evolutionary Strategies, ESs), *Programación Evolucionaria* (Evolutionary Programming, EP), *Algoritmos Genéticos* (Genetic Algorithms, GAs), y *Programación Genética* (Genetic Programming, GP). Además de los cuatro

anteriores, existe una gran variedad de técnicas mixtas, como: *messy GA* (Goldberg et al., 1989), *CHC* (Eshelman, 1991), *structured GA* (Dasgupta y MacGregor, 1991), *breeder GA* (Mühlenbein y Schlierkamp-Voosen, 1993), etc.

- *Estrategias evolucionarias*: este método fue desarrollado por Rechenberg (1965). A diferencia del resto de los algoritmos evolucionarios, el método ESs fue concebido como un procedimiento para la optimización numérica, incorporando (y en este orden) los siguientes operadores: recombinación, mutación, y selección.
- *Programación evolucionaria*: concebida por Fogel (1966), y posteriormente revisada por su hijo (Fogel, 1992, 1995). El interés del método se concentra en la simulación del comportamiento inteligente empleando para ello, máquinas FSM (Finite State Machines) capaces de aprender una secuencia de símbolos, para predecir los siguientes.
- *Algoritmos genéticos*: están basados en la evolución de los seres vivos. Los fundamentos de los algoritmos genéticos fueron establecidos por Holland (1975), y están recogidos en diversos textos: Goldberg (1989), Davis (1991), Michalewicz (1992), y Reeves (1993), etc. El algoritmo genético utiliza, generalmente, representación binaria para la codificación de los individuos, selección probabilística, cruce, y mutación.
- *Programación genética*: derivada de los algoritmos genéticos, y propuesta por Koza (1992, 1994). La programación genética es una rama de la computación evolutiva, en la cual los individuos que componen la población son programas ejecutables organizados en forma de árboles sintácticos.

1.5.4 Metamodelos

Las características principales que deberían exigirse a un método de optimización son: coste computacional bajo, potencia, generalidad, robustez, y precisión. Fijadas estas directrices, parecería que abordar problemas de gran tamaño, frecuencias propias, impacto, no lineales, y/o con funciones con niveles de ruido elevados resultaría muy costoso de optimizar.

En la Figura 1.5 se representa el esquema de un proceso de optimización convencional. Esta metodología intenta alcanzar el diseño óptimo a través de un proceso iterativo donde se incluye el análisis del modelo y el cálculo de sensibilidades.

Algunos de los problemas encontrados en la optimización convencional, incluyendo la programación matemática y los criterios de optimalidad, surgen cuando son aplicados a problemas cuyos espacios de diseño son complejos, o en los algoritmos evolucionarios, cuando el coste computacional resulta considerable, lo que hace inviable en muchas ocasiones el proceso de optimización.

Una alternativa para evitar estos inconvenientes consiste en generar un modelo sustituto o metamodelo, cuyo análisis requiere un coste computacional menor. En la actualidad, las metodologías más utilizadas para la construcción de metamodelos son: la *Metodología de las Superficies de Respuesta* (Response Surface Methodology, RSM) y el *Diseño y Análisis de Experimentos Computacionales* (Design and Analysis of Computer Experiments, DACE).

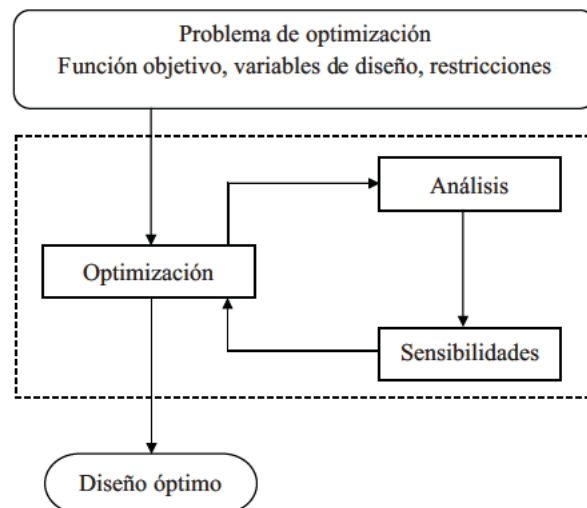


Figura 1.5. Diagrama de flujo para la optimización convencional.

Para la construcción de un metamodelo, generalmente, deben de realizarse los siguientes pasos: (1) generar una muestra del espacio de diseño mediante métodos de muestreo (diseño de experimentos); (2) elegir; (3) ajustar, y (4) validar el modelo. En la Figura 1.6 se representa el esquema general de un proceso de optimización mediante metamodelos.

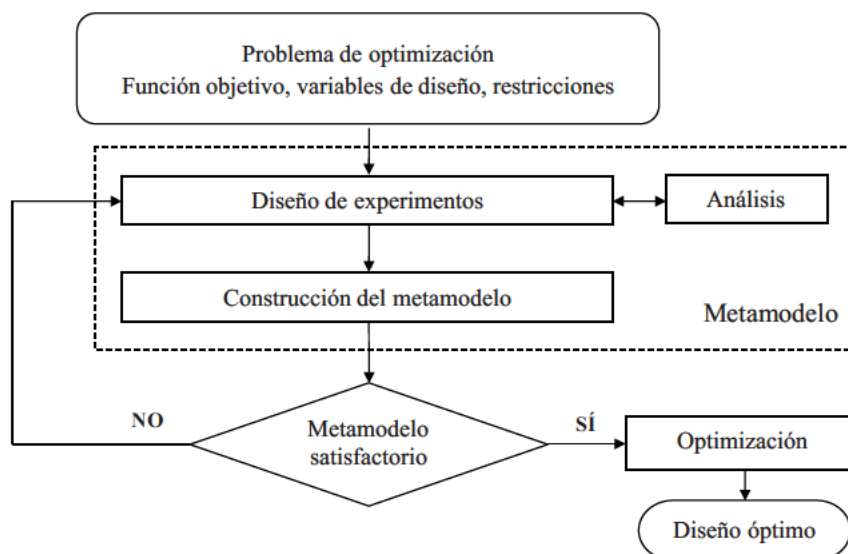


Figura 1.6. Diagrama de flujo para la optimización mediante metamodelos.

Durante mucho tiempo, se ha llevado a cabo una intensa labor de investigación (Box y Wilson, 1951; Taguchi, 1976; Sacks et al., 1989a,b; Myers y Montgomery, 1995; Varadarajan et al., 2000; Simpson et al., 2001; Lophaven et al., 2002a,b; Martin y Simpson, 2005; Fang et al., 2006, etc.) para que las técnicas de metamodelado puedan ser aplicadas al diseño óptimo. Esto incluye la investigación sobre el diseño de experimentos, tipos de metamodelos, técnicas de ajuste, validación del modelo, etc. Actualmente, las técnicas de metamodelado se han

convertido en una herramienta de decisión muy útil para los diseñadores, desempeñando un papel clave en muchas áreas (Gary y Shan, 2007): aproximación de modelos, exploración del espacio de diseño, formulación del diseño óptimo, aplicaciones industriales (multiobjetivo, multidisciplinar, probabilística, etc.), etc.

En la Tabla 1.3 (Simpson et al., 2001) se muestran las opciones más utilizadas para el método de muestreo, el tipo y el ajuste del modelo.

Tabla 1.3 Opciones para la construcción de un metamodelo

Método de muestreo/ Diseño de experimentos	Tipo del modelo	Ajuste del modelo
Classic methods	Polynomial (linear, quadratic, o higher)	(Weighted) Least squares regression
Factorial		
Central composite	Splines (linear, cubic, NURBS)	Best Linear Unbiased Predictor (BLUP)
Box Behnken		
Alphabetical optimal	Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)	Best Linear Predictor
Plackett Burman		Log Likelihood
Space filling methods	Gaussian process	Multipoint approximation (MPA)
Simple Grids	Kriging	
Latin hypercube	Radial basis Functions (RBF)	Sequential o adaptive metamodeling
Orthogonal array		
Hammersley sequence	Leas interpolating polynomials	Back propagation (para ANN)
Uniform designs		Entropy
Minimax	Artificial Neural Network (ANN)	
Maximin		
Hybrid methods	Knowledge Base o Decision Tree	
Random selection	Support Vector Machine (SVM)	
Human selection		
Importance sampling	Hybrid models	
Directional simulation		
Discriminative sampling		
Sequencial methods		
Adaptive methods		

1.6 OBJETIVOS DE LA TESIS

El objetivo principal de esta tesis es desarrollar un procedimiento para el diseño óptimo de uniones semirrígidas viga-columna atornilladas con chapa de testa extendida. Las funciones objetivo pueden ser: maximizar la resistencia o la rigidez rotacional de la unión, o minimizar el coste de la unión, a partir de los costes de los elementos que la componen y el coste de ejecución (material adicional y mano de obra), garantizando que la unión resiste un momento dado y tiene una rigidez inicial determinada. Las variables de diseño pueden ser: el diámetro de los tornillos; geometría de la chapa de testa extendida, y la localización de los tornillos. Las restricciones consideradas pueden ser: la resistencia y la rigidez rotacional de la unión; los límites superiores e inferiores de las variables de diseño; los valores máximos y mínimos de los parámetros geométricos de la unión contemplados por la norma, y la ley tensión-deformación del acero.

Para la resolución del diseño óptimo de la unión se utilizan técnicas de metamodelado, integrando un modelo numérico y un modelo Kriging. El problema de optimización se resuelve mediante programación matemática o algoritmos genéticos.

1.7 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La tesis se ha estructurado en siete capítulos y las referencias bibliográficas utilizadas, incluyendo este primer capítulo como introducción.

En el capítulo 1 se ha realizado una introducción general al análisis de uniones y al diseño óptimo de estructuras, así como los objetivos y organización de esta tesis.

En el capítulo 2 se realiza un estudio detallado sobre las uniones semirrígidas viga-columna clasificando las uniones a partir de su resistencia, rigidez y capacidad rotacional; así como el comportamiento de la unión a través de la curva momento-rotación.

El capítulo 3 está dedicado al análisis de uniones viga-columna mediante el método de los componentes según el Eurocódigo 3 (EC3-1-8:2005). Se determina la rigidez, resistencia y capacidad rotacional de la unión, a partir de la cuales se puede obtener la curva momento-rotación que caracteriza su comportamiento.

En el capítulo 4 se presenta el análisis de uniones viga-columna mediante un modelo numérico basado en el método de los elementos finitos, con el objetivo de obtener la curva momento-rotación de la unión. Para ello, se ha realizado una recopilación bibliográfica donde se recogen algunos modelos numéricos previos; se describe el modelo numérico realizado para la simulación de uniones semirrígidas con chapa de testa extendida, así como, los modelos experimentales referenciados para validar el modelo y una comparación con el método de los componentes.

En el capítulo 5 se describe la metodología desarrollada para el diseño óptimo de uniones viga-columna mediante metamodelos, incluyendo el método de muestreo, el modelo Kriging, y los algoritmos de optimización utilizados.

En el capítulo 6 se resuelve una serie de ejemplos para ilustrar el diseño óptimo de uniones viga-columna, utilizando el modelo numérico desarrollado en esta tesis y un modelo Kriging. Las conclusiones extraídas del análisis de los resultados se utilizan para elaborar un conjunto de ábacos de diseño.

El capítulo 7 se hace un resumen del trabajo de investigación realizado en esta tesis, se exponen los resultados, las conclusiones y aportaciones originales, y se proponen trabajos futuros como continuación de la línea de investigación seguida.

Finalmente, se incluyen las referencias bibliográficas ordenadas alfabéticamente. Estas referencias se citan en la tesis con el apellido de los autores y el año de la publicación.

Capítulo 2

Uniones semirrígidas viga-columna

2.1 INTRODUCCIÓN

Prácticamente, cualquier unión fabricada en acero se puede clasificar como semirrígida. Es decir, cualquier unión presenta una rigidez finita. Las estructuras de acero, frecuentemente, son diseñadas suponiendo que las uniones son articuladas o rígidas. Esto simplifica el análisis y el diseño estructural, pero se obvia el comportamiento real de las uniones. Las normas actuales, como el Eurocódigo 3 (EC3-1-8:2005), además de las uniones rígida y articulada, contemplan un nuevo tipo de unión, la semirrígida.

Muchos proyectistas de estructuras no están de acuerdo con la división planteada por el Eurocódigo 3, debido en parte, al trabajo adicional que supone la incorporación de uniones semirrígidas en el cálculo de los esfuerzos. Una forma, aunque no muy correcta, de evitar esta nueva tarea es seguir introduciendo uniones articuladas o rígidas. Sin embargo, el EC3-1-8:2005 requiere analizar la influencia del comportamiento real de las uniones sobre la respuesta global de la estructura, es decir, sobre el grado de precisión con el que se han obtenido los esfuerzos y los desplazamientos. Esto puede resultar laborioso cuando el diseño de las uniones se realiza en una fase posterior al cálculo de esfuerzos, lo que puede llegar a exigir algunas iteraciones entre el análisis global de la estructura y las comprobaciones del diseño detallado.

Por el contrario, si el diseñador considera, en las fases preliminares del cálculo, no solo las propiedades de las barras, sino también las características de las uniones (rigidez y resistencia), el análisis es más laborioso debido a que el proceso de resolución es iterativo, ya que el valor de los esfuerzos influye en las características de la unión y viceversa. Sin embargo, al considerar el comportamiento semirrígido se tiene en cuenta el comportamiento real de la unión, lo que permite obtener un ahorro significativo en el coste total de la estructura. Por ejemplo, en estructuras arriostradas, el empleo de las uniones semirrígidas, posiblemente más costosas que las uniones articuladas, permite reducir la sección de las vigas. En cambio, en estructuras no arriostradas, el empleo de uniones semirrígidas, menos costosas que las rígidas, exige aumentar la sección de las vigas y, posiblemente, de las columnas.

En el caso de pórticos de poca altura y varios vanos el uso de uniones semirrígidas resulta recomendable. En el caso de pórticos de mayor altura, los desplazamientos debidos al viento son mayores, lo que impide que esta tipología cumpla con todos los requerimientos. Sin embargo, los pórticos semirrígidos pueden combinarse con sistemas arriostrados o rígidos para limitar los desplazamientos laterales debidos al viento (Chen et al., 1996a), obteniendo un equilibrio óptimo entre el coste y los requisitos funcionales.

Las uniones semirrígidas presentan un mayor equilibrio entre el coste de mano de obra y material si se comparan con las uniones articuladas y rígidas.

2.2 CLASIFICACIÓN DE LAS UNIONES

Para el análisis global de las estructuras es necesaria su clasificación en: estructuras con nudos articulados (simples), estructuras con nudos semirrígidos (semicontinuas), y estructuras con nudos rígidos (continuas).

El AISC (American Institute of Steel Construction) distingue en la norma ASD (Allowable Stress Design) tres tipos de sistemas estructurales:

- *Tipo 1* (estructuras de nudos rígidos): los elementos que concurren en un punto forman un nudo rígido, por lo que las tangentes a las directrices de ambos elementos mantienen ángulos invariables después de la deformación.
- *Tipo 2* (estructuras de nudos articulados): las uniones pueden transmitir el esfuerzo cortante, siendo despreciable el momento flector inducido en la viga, lo que permite el giro.
- *Tipo 3* (estructuras de nudos semirrígidos): las uniones pueden transmitir el esfuerzo cortante y parte del momento flector.

Por otro lado, el AISC distingue en la norma LRFD (Load and Resistance Factor Design) dos tipos de sistemas estructurales:

- *Tipo FR* (Fully Restrained): se corresponde con el tipo 1 de la norma ASD.
- *Tipo PR* (Partially Restrained): incluye los tipos 2 y 3 de la norma ASD. Si se elige el tipo de construcción PR, deben de tenerse en cuenta la deformabilidad de la unión para el diseño y análisis de la estructura.

A continuación, se describe las diferentes clasificaciones establecidas en la actual norma europea EC3-1-8:2005 en términos de rigidez, resistencia, y capacidad de rotación.

2.2.1 Clasificación atendiendo a la rigidez

A partir de la rigidez rotacional, las uniones se pueden clasificar como nominalmente articulada, rígida y semirrígida. Sus principales características son:

- *Nominalmente articulada* (rigidez nula o relativamente muy pequeña): debe ser capaz de transmitir las fuerzas internas sin desarrollar momentos significativos que puedan afectar adversamente a sus elementos o a la estructura completa. Así como, aceptar los giros que se producen debido a las cargas de diseño (Figura 2.1a).

- **Rígida** (rigidez infinita o relativamente muy grande): su deformación no tiene una influencia apreciable sobre la distribución de las fuerzas y momentos internos en la estructura, ni en la deformación total. Debe ser capaz de transmitir las fuerzas y momentos determinados en el cálculo. No se producen rotaciones relativas entre los extremos de las barras, por lo que el nudo experimenta un único giro como si se tratara de un sólido rígido (Figura 2.1b).
- **Semirrígida**: no cumple ninguno de los criterios anteriores. Queda definida por su diagrama momento-rotación ($M_j - \phi$). Debe ser capaz de transmitir las fuerzas y los momentos determinados en el cálculo. Debido al momento se produce un giro relativo (ϕ) entre las barras conectadas (Figura 2.1c).

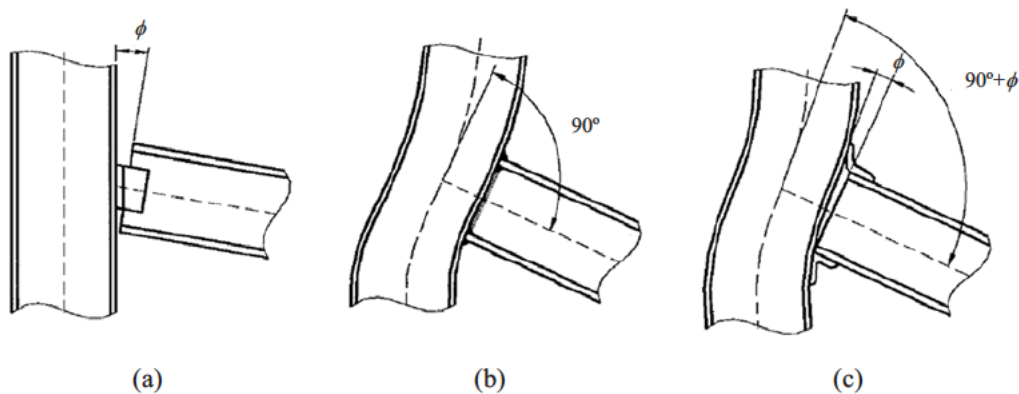


Figura 2.1. Clasificación de las uniones de acuerdo con su rigidez:
(a) articulada; (b) rígida; (c) semirrígida.

Límites para la clasificación según EC3-1-8:2005

Una vez se ha determinado la rigidez de la unión, ésta se compara con la rigidez de la viga. Si la rigidez de la unión es lo suficientemente grande con respecto a la rigidez de la viga, ésta se clasifica como rígida, si la rigidez es menor o igual que la mitad de la rigidez de la viga, la unión es clasificada como articulada (Figura 2.2).

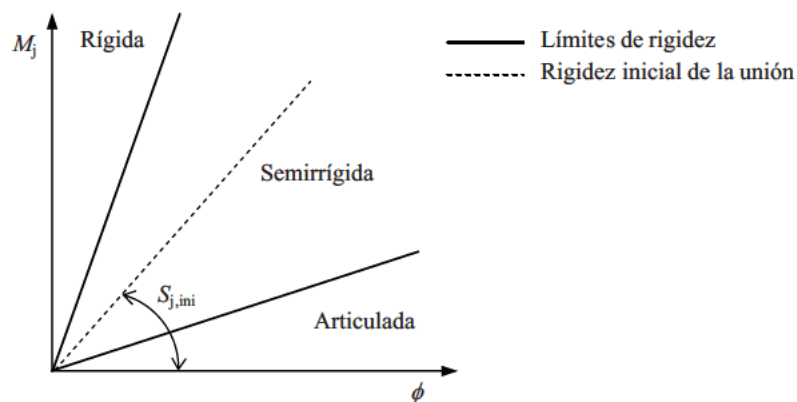


Figura 2.2. Límites para la clasificación de una unión en función de la rigidez.

Los límites establecidos en el EC3-1-8:2005 (apartado 5.2.2) para las uniones son:

- Rígida

$$S_{j,ini} \geq \frac{k_b EI_b}{L_b} \quad (2.1)$$

donde

$S_{j,ini}$ es la rigidez inicial de la unión.

$k_b = 8$ para estructuras arriostradas: aquellas cuyo sistema de arriostramiento reduce al menos un 80% los desplazamientos horizontales.

$k_b = 25$ para estructuras no arriostradas, teniendo en cuenta que en cada planta se debe cumplir la condición $\frac{K_b}{K_c} \geq 0,1$. Si $\frac{K_b}{K_c} < 0,1$ la unión se puede clasificar como semirrígida. Siendo

$K_b = \frac{I_b}{L_b}$ el cociente entre la inercia y la longitud de la viga superior de esa planta.

$K_c = \frac{I_c}{L_c}$ el cociente entre la inercia y la longitud de la columna de esa planta.

- Semirrígida

$$\frac{0,5EI_b}{L_b} < S_{j,ini} < \frac{k_b EI_b}{L_b} \quad (2.2)$$

Opcionalmente, cualquier unión incluida en la zona articulada o rígida se puede tratar como unión semirrígida.

- Nominalmente articulada

$$S_{j,ini} \leq \frac{0,5EI_b}{L_b} \quad (2.3)$$

2.2.2 Clasificación atendiendo a la resistencia

Si se comparan la resistencia de cálculo de la unión y la resistencia de los elementos a unir (viga y columna) las uniones pueden ser clasificadas como nominalmente articulada, resistencia completa y resistencia parcial. Sus principales características son:

- *Nominalmente articulada*: debe ser capaz de transmitir las fuerzas internas sin desarrollar momentos significativos que puedan afectar adversamente a sus elementos o a la estructura completa. Así como, aceptar los giros que se producen debido a las cargas de diseño.
- *Resistencia completa*: la resistencia de diseño de la unión es mayor o igual a la resistencia de los elementos unidos.

- *Resistencia parcial*: no cumple ninguno de los criterios anteriores.

Límites para la clasificación según EC3-1-8:2005

La clasificación de una unión en función de su resistencia resulta de comparar el momento resistente de cálculo de la unión ($M_{j,Rd}$) con los límites de resistencia completa y nominalmente articulada (Figura 2.3). Estos límites son establecidos en el EC3-1-8:2005 (apartado 5.2.3).

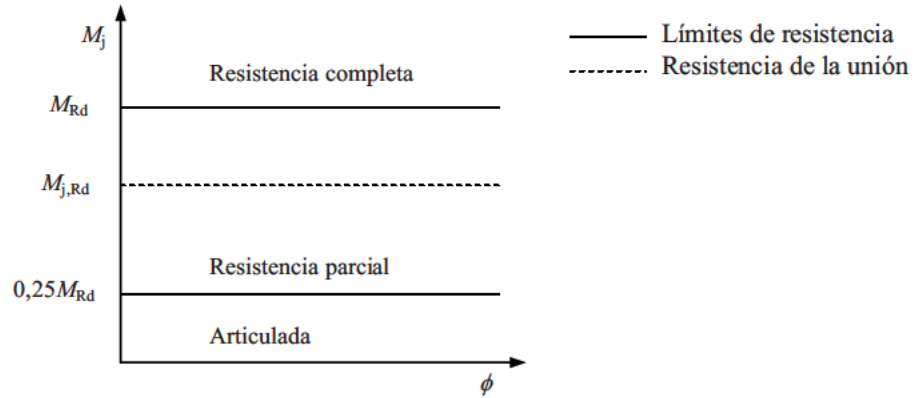


Figura 2.3. Límites para la clasificación de una unión en función de la resistencia.

- Resistencia completa

$$M_{j,Rd} \geq M_{Rd} \quad (2.4)$$

donde M_{Rd} es el mayor valor de

$$M_{Rd} \geq \min(M_{pl,b,Rd}, M_{pl,c,Rd}) \quad (2.5)$$

si la columna no es continua (Figura 1.2, tipo 1.2), o

$$M_{Rd} \geq \min(M_{pl,b,Rd}, 2M_{pl,c,Rd}) \quad (2.6)$$

si la columna es continua (Figura 1.2, tipo 1.1). Siendo $M_{pl,b,Rd}$ el momento resistente plástico de la viga y $M_{pl,c,Rd}$ el momento resistente plástico de la columna.

- Resistencia parcial

$$0,25M_{Rd} < M_{j,Rd} < M_{Rd} \quad (2.7)$$

- Nominalmente articulada

$$M_{j,Rd} \leq 0,25M_{Rd} \quad (2.8)$$

2.2.3 Clasificación atendiendo a la capacidad de rotación

Esta clasificación no está presente todavía en los códigos modernos (EC3-1-8:2005, CTE), donde aún no se recogen criterios cuantitativos. El EC3-1-8:2005 únicamente presenta una serie de recomendaciones relativas a la capacidad rotacional de la unión (apartado 6.4), donde se establece que toda unión perteneciente a una estructura en la que se realice un análisis rígido-plástico global, debe contar con la suficiente capacidad de rotación. Si el momento resistente $M_{j,Rd}$ es al menos 1,2 veces la resistencia plástica de cálculo de los elementos conectados, no es necesario comprobar la capacidad de rotación de la unión.

Añadir, que la curva real momento-rotación de una unión no está siempre contenida en una única región. Es muy frecuente que la parte inicial esté en la región de uniones semirrígidas y el tramo final en la región de uniones rígidas (Figura 2.4).

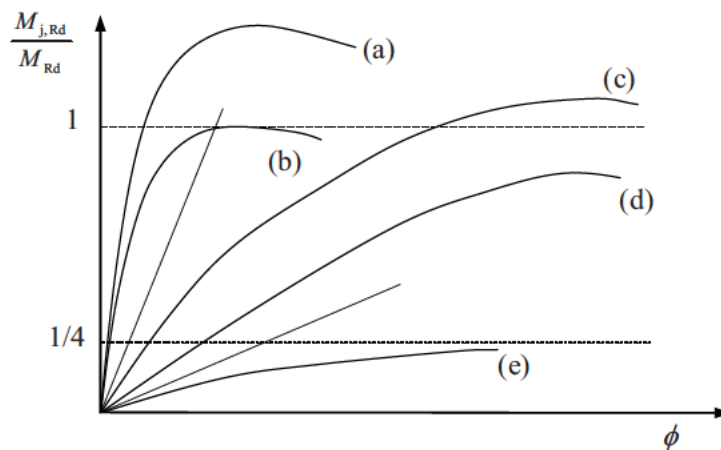


Figura 2.4. Clasificación de las uniones: (a) rígida de resistencia total; b) rígida de resistencia parcial; (c) semirrígida de resistencia total; (d) semirrígida de resistencia parcial; (e) articulada.

2.3 TIPOS DE UNIONES VIGA-COLUMNA

A continuación, se realiza una breve descripción sobre los tipos de uniones viga-columna más utilizados en las estructuras de acero. En el trabajo de Chen (2000) se pueden encontrar las curvas momento-rotación para algunos de estos tipos de uniones (Figura 2.5).

Este tipo de gráfico puede ser utilizado para una clasificación inicial de las uniones, práctica común entre muchos proyectistas de estructuras. Advertir, que esta clasificación es orientativa. Por ejemplo, si se observa la pendiente de la curva de la unión con chapa de testa parcial en la Figura 2.5, podría ser clasificada como una unión semirrígida. Sin embargo, en la mayoría de los casos, si se utiliza el Eurocódigo 3 para su clasificación debería considerarse articulada.

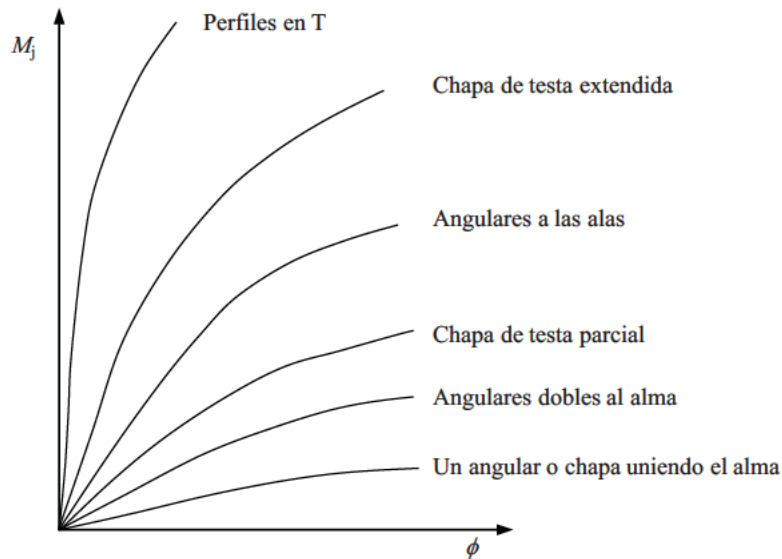


Figura 2.5. Curva momento-rotación de uniones viga-columna (Chen, 2000).

2.3.1 Unión con un angular o chapa simple al alma de la viga

Esta unión está formada por un perfil angular atornillado, o soldado, al ala de la columna y al alma de la viga (Figura 2.6a). La unión con chapa simple es similar, pero en lugar de emplear un angular se utiliza una chapa soldada o atornillada. Estas uniones presentan un comportamiento similar, ofrecen muy poca rigidez, y tradicionalmente se han considerado como articuladas.

Los resultados obtenidos por Kishi y et al. (1997) demuestran que un número apreciable de las curvas para este tipo de uniones (Figura 2.6b) se encuentran inicialmente dentro de la zona semirrígida, pero al aumentar el valor del giro (ϕ) entran en la zona articulada.

Por tanto, estas uniones, inicialmente, podrían considerarse como semirrígidas, pero si se aumenta el valor de la carga se deberían considerar articuladas. Su máxima capacidad resistente al momento se sitúa alrededor de $0,10M_{Rd}$, valor muy inferior al $0,25M_{Rd}$ que establece como límite por el EC3-1-8:2005, lo que confirma su carácter articulado.

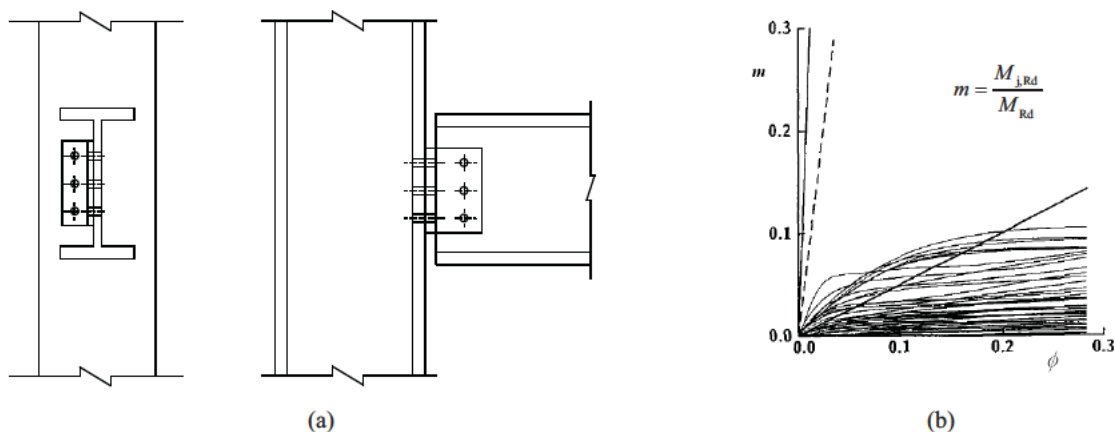


Figura 2.6. Unión con un angular al alma de la viga.

2.3.2 Unión con dos angulares al alma de la viga

Esta unión está formada por dos perfiles angulares atornillados, o soldados, a un ala de la columna y al alma de la viga (Figura 2.7a).

A pesar de que su rigidez es aproximadamente el doble que las uniones con un angular, el AISC (AISC, 1980) clasifica esta unión como tipo 2. Kishi y et al. (1997) demuestran que la mayoría de las curvas (Figura 2.7b) están en la zona articulada.

La unión más resistente analizada por Kishi y et al. (1997) tiene una resistencia de $0,20M_{Rd}$, valor inferior al $0,25M_{Rd}$ establecido como límite por el EC3-1-8:2005 para la clasificación como articulada.

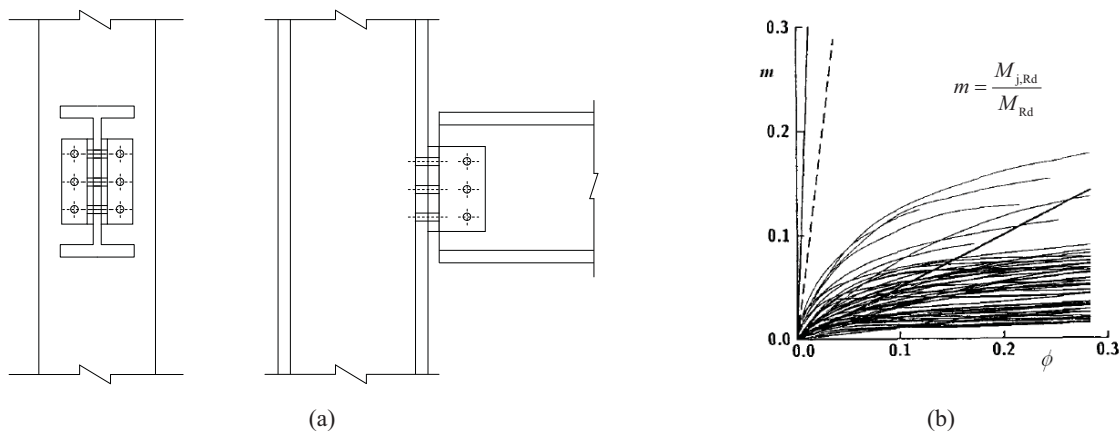


Figura 2.7. Unión con dos angulares atornillados al alma de la viga.

2.3.3 Unión con chapa de testa parcial

Esta unión consta de una chapa de testa cuya longitud total es inferior al canto de la viga (Figura 2.8a). Las curvas momento-rotación son similares a las obtenidas si la unión se realiza mediante dos angulares al alma de la viga, siendo empleadas frecuentemente para transmitir el cortante de la viga a la columna.

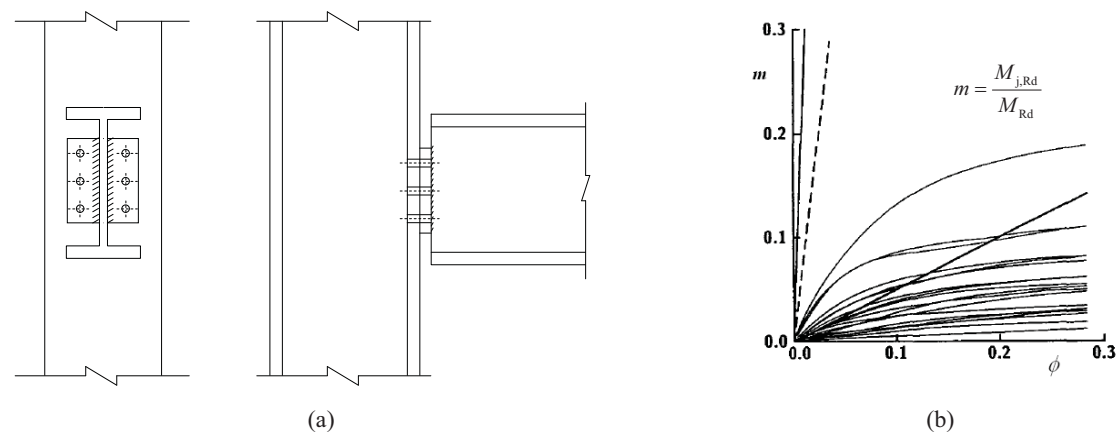


Figura 2.8. Unión con chapa de testa parcial en el alma de la viga.

El AISC (AISC, 1980) clasifica esta unión como semirrígidas. Los resultados obtenidos por Kishi y et al. (1997), demuestran que su comportamiento (Figura 2.8b) es muy similar al de la unión con dos angulares al alma de la viga (Figura 2.7b). Su resistencia es baja ($< 0,25M_{Rd}$), y presenta una gran capacidad rotacional, por lo que debería clasificarse como articulada según el EC3-1-8:2005.

2.3.4 Unión con angulares a las alas de la viga

Esta unión se realiza con dos perfiles en ángulo. El perfil superior (Figura 2.9a) une el ala de la columna con el ala superior de la viga, y el perfil inferior (o de asiento) une el ala de la columna con el ala inferior de la viga.

El AISC (AISC, 1980) considera que el angular de asiento transmite el esfuerzo cortante de la viga a la columna y el angular superior solo sirve para estabilizar la unión lateralmente, considerándose como articulada. Sin embargo, Kishi y et al. (1997) demuestran (Figura 2.9b) que un número significativo de curvas se encuentran en la zona semirrígida. En el caso de pórticos arriostrados, algunas de estas curvas presentan incluso un comportamiento mixto, rígido al inicio pero semirrígido al aumentar el valor del giro. La capacidad resistente de estas uniones varía entre $0,10M_{Rd}$ y $0,50M_{Rd}$, por lo que podrían clasificarse como semirrígidas, según el EC3-1-8:2005.

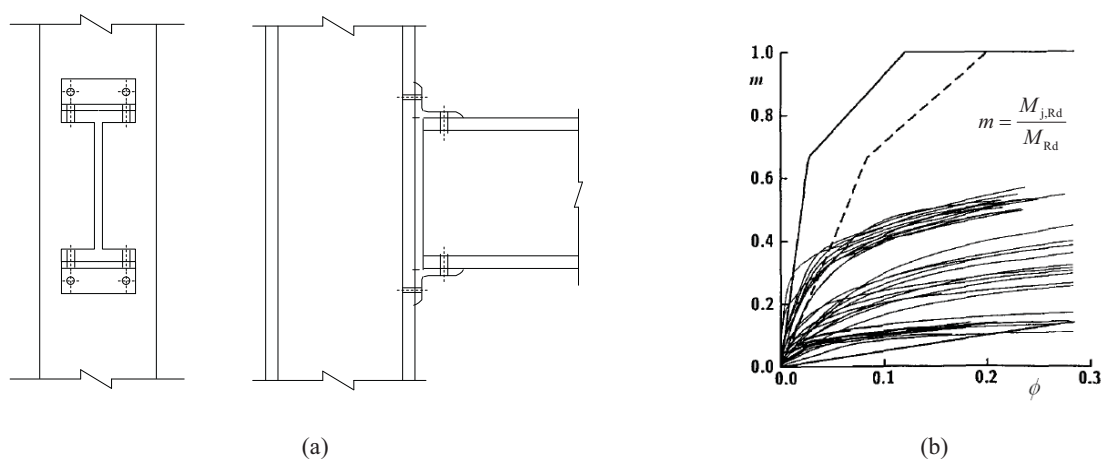


Figura 2.9. Unión con angulares a las alas de la viga.

2.3.5 Unión con angulares a las alas y al alma de la viga

Esta unión es una combinación entre la unión con angulares a las alas de la viga y la unión de doble angular al alma de la viga (Figura 2.10a). Mediante el doble angular se pretende mejorar la transmisión del cortante. El AISC (AISC, 1980) clasifica esta unión como tipo 3.

Kishi y et al. (1997) indican que la capacidad resistente de estas uniones se encuentra entre $0,20M_{Rd}$ y $0,80M_{Rd}$ (Figura 2.10b), por lo que podrían clasificarse como semirrígidas. En el caso de pórticos no arriostrados, casi todas las curvas se encuentran en la región semirrígida.

Sin embargo, para pórticos arriostrados, algunas de estas uniones presentan un comportamiento rígido-semirrígido.

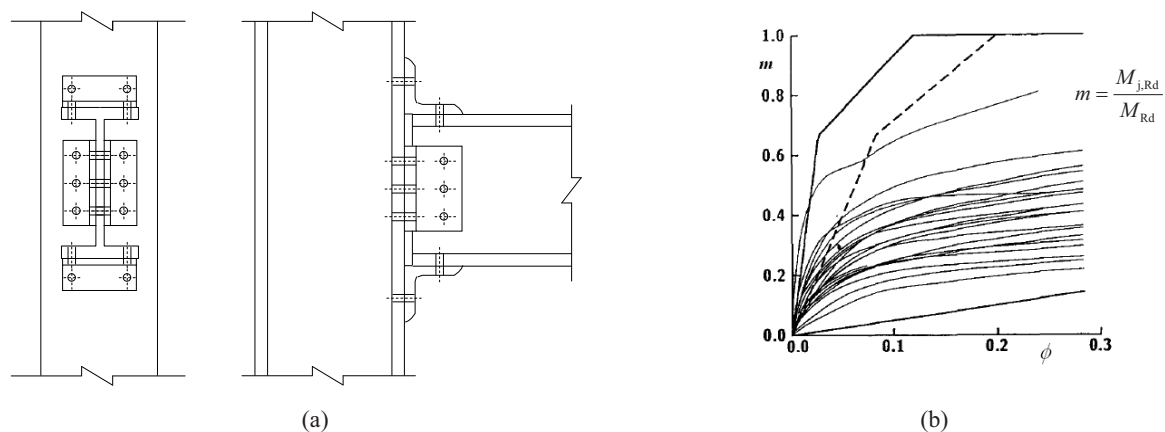


Figura 2.10. Unión con angulares a las alas y al alma de la viga.

2.3.6 Unión con chapa de testa extendida

Existen dos tipos de uniones con chapa de testa extendida: extendida en la zona de tracción (Figura 2.11a) o hacia ambos lados (Figura 2.11b). La unión con chapa de testa extendida a ambos lados es preferible cuando la unión pueda verse sometida a una inversión de los momentos (p.ej., en zonas sísmicas).

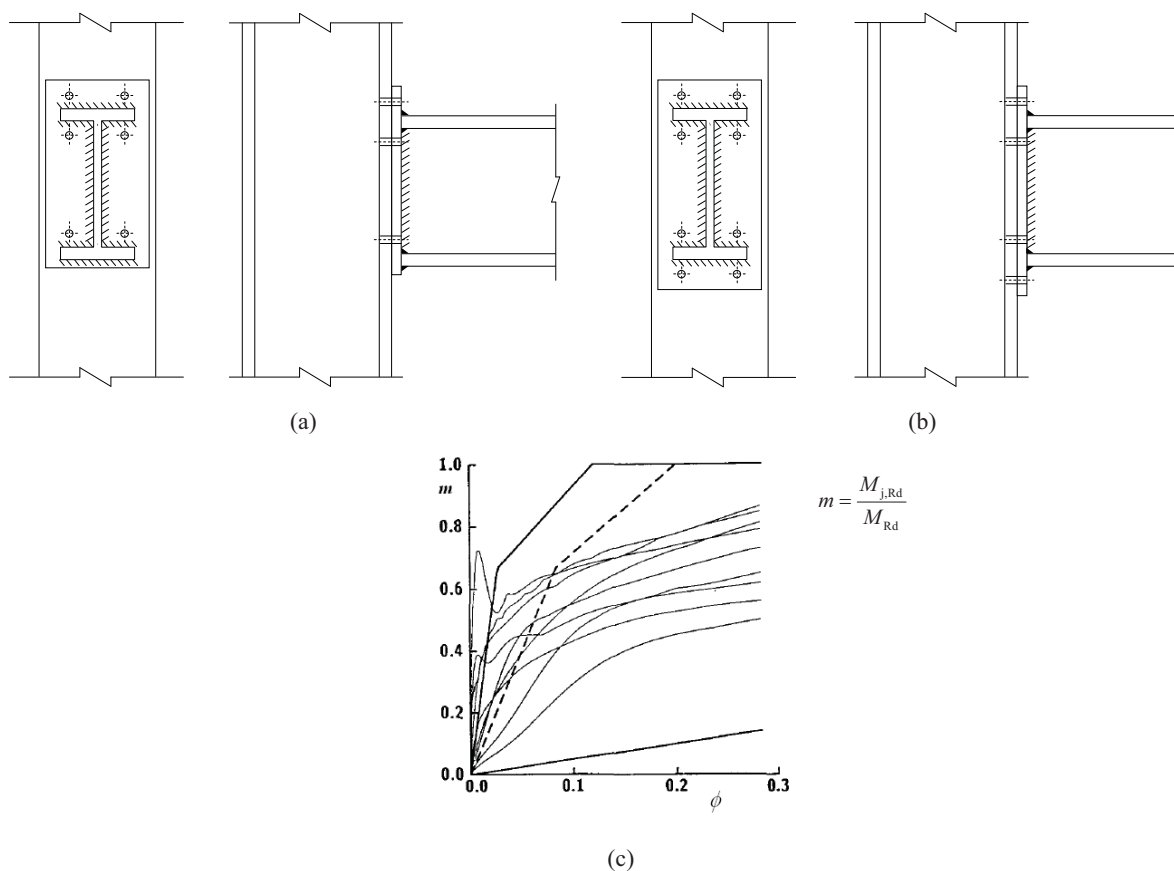


Figura 2.11. Unión con chapa de testa extendida.

Algunas de estas uniones han sido clasificadas como rígidas (LRFD, 1994) y son empleadas frecuentemente para transmitir los momentos de la viga a la columna.

Su comportamiento depende en gran medida de la existencia de rigidizadores en la columna. Los rigidizadores en el alma de la columna restringen su deformación, obteniendo uniones más rígidas.

Esta es la unión con mayor rigidez entre las analizadas por Kishi y et al. (1997). Como se puede observar en la Figura 2.11c, esta unión cuenta con una elevada rigidez inicial, pero se comporta como semirrígida para mayores giros. La resistencia de estas uniones se encuentra entre $0,40M_{Rd}$ y $0,80M_{Rd}$, con una aceptable capacidad rotacional, por lo que, deberían clasificarse globalmente como semirrígidas.

Esta es una unión muy común desde 1960, debido a su sencillez de fabricación y montaje. Combina las ventajas del trabajo de soldadura en taller (soldeo entre la chapa y las alas y alma de la viga) con el atornillado en obra (atornillado entre la chapa y la columna).

2.3.7 Unión con chapa de testa enrasada

Un ejemplo de este tipo de uniones se muestra en la Figura 2.12a. Kishi y et al. (1997) indican que la capacidad resistente de estas uniones se encuentra entre $0,20M_{Rd}$ y $0,80M_{Rd}$ (Figura 2.12b), por lo que podrían clasificarse como semirrígidas. Para pórticos no arriostrados estas uniones se confirman como semirrígidas. Sin embargo, para pórticos arriostrados, algunas de estas uniones presentan un comportamiento rígido-semirrígido.

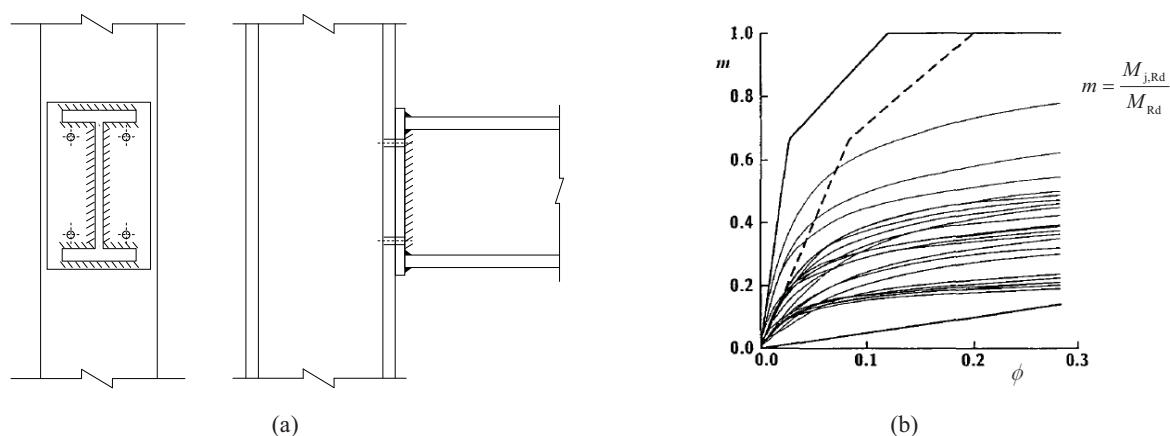


Figura 2.12. Unión con chapa de testa enrasada.

2.3.8 Unión con perfiles en T

Este tipo de unión está formado por perfiles en forma de T unidos al ala de la columna y a las alas de la viga, y angulares unidos al ala de la columna y al alma de la viga (Figura 2.13a), o sin angulares (Figura 2.13b). Este tipo de unión es considerada una de las más rígidas (Figura 2.5). La norma ASD considera esta unión como tipo 1 y la norma LRFD la considera como unión Tipo FR.

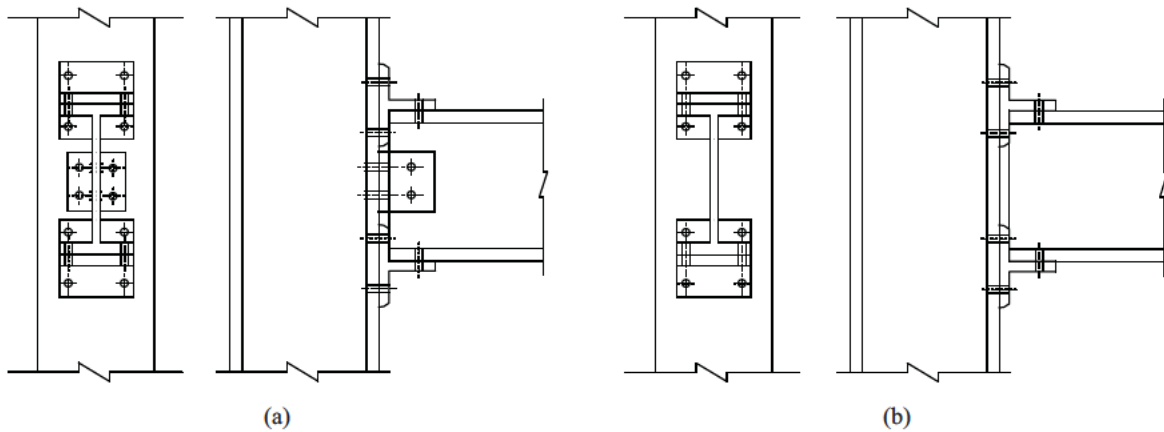


Figura 2.13. Unión con perfiles en T.

2.4 REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LA CURVA MOMENTO-ROTACIÓN

Para tener en cuenta el comportamiento de una unión en el análisis global de una estructura es necesario conocer la representación matemática de la curva momento-rotación.

La representación puede definirse mediante diferentes expresiones y con niveles de precisión distintos (bi, tri-lineal, etc.), es decir, diferentes ajustes para una misma curva real.

En la Figura 2.14 se muestran diferentes representaciones matemáticas de la curva momento-rotación ($M_j - \phi$).

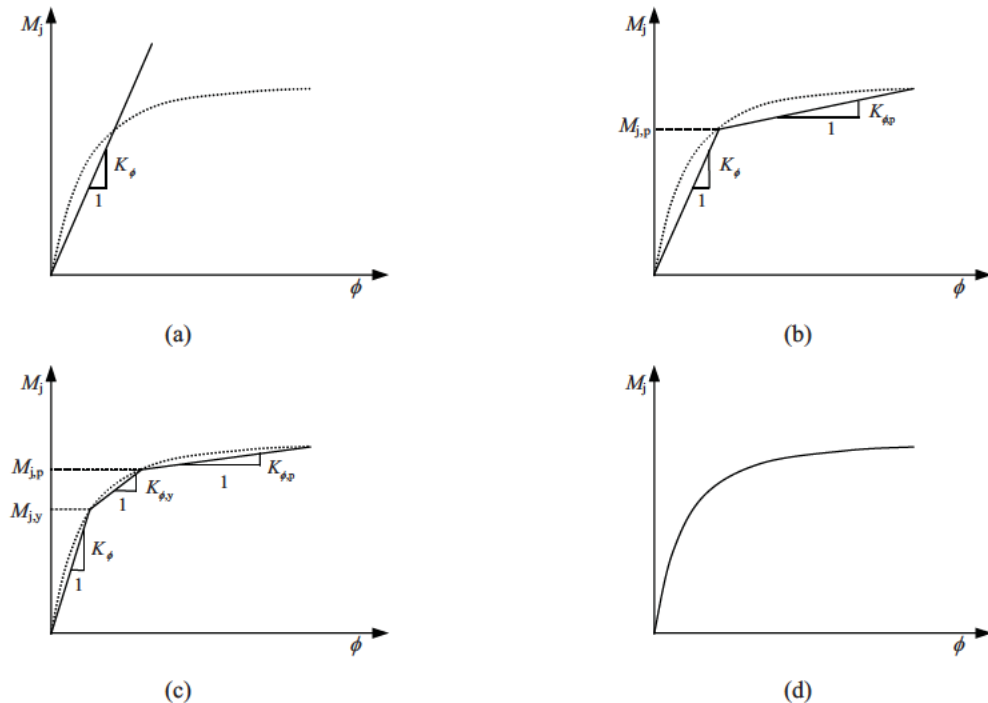


Figura 2.14. Diferentes representaciones matemáticas de la curva momento-rotación:
(a) lineal; (b) bilineal; (c) multilineal (trilineal); (d) no lineal.

La representación lineal es la más sencilla y también la menos precisa (Figura 2.14a), debido a que sobreestima la rigidez de la unión para grandes giros. La representación bilineal (Figura 2.14b) es utilizada por muchos programas de cálculo de estructuras (Stark y Bijlaard, 1988), se consigue una importante mejora, pero como se puede observar, se produce una disminución de la rigidez brusca en el punto de intersección de los dos tramos. Para evitar este inconveniente, se han propuesto otras representaciones, como la las multilineales (Moncarz y Gerstle, 1981; Poggi y Zandonini, 1985), Figura 2.14c. Sin embargo, la mejor precisión se obtiene utilizando representaciones continuas no lineales (Figura 2.14d).

Las representaciones matemáticas de la curva momento-rotación se pueden clasificar en dos grandes grupos: aquellas que están basadas en parámetros con un claro significado físico y un factor de forma, y las que están basadas en aproximaciones matemáticas obtenidas mediante regresión, donde los factores de ajuste no tienen un significado físico claro.

2.4.1 Representaciones basadas en rigideces, resistencias y factores de forma

Este tipo de representación matemática depende de unos parámetros que cuentan con un claro significado físico, como: la rigidez, la resistencia y el factor de forma de la unión. Por ejemplo:

- *Lineal* (Figura 2.14a). Solo depende de la rigidez rotacional de la unión (K_ϕ).

$$M_j = K_\phi \phi \quad (2.9)$$

- *Bilineal* (Figura 2.14b). Depende de tres parámetros: rigidez rotacional, resistencia plástica ($M_{j,p}$), y rigidez rotacional plástica ($K_{\phi,p}$) de la unión.

$$M_j = \begin{cases} K_\phi \phi & \text{si } M_j \leq M_{j,p} \\ K_{\phi,p} \phi & \text{si } M_{j,p} \leq M_j \end{cases} \quad (2.10)$$

- *Trilineal* (Figura 2.14c, Moncarz y Gerstle (1981)). Depende de cinco parámetros: rigidez rotacional, resistencia elástica ($M_{j,y}$), rigidez rotacional elastoplástica ($K_{\phi,y}$), resistencia plástica, y rigidez rotacional plástica.

$$M_j = \begin{cases} K_\phi \phi & \text{si } M_j \leq M_{j,y} \\ K_{\phi,y} \phi & \text{si } M_{j,y} < M_j < M_{j,p} \\ K_{\phi,p} \phi & \text{si } M_{j,p} \leq M_j \end{cases} \quad (2.11)$$

El EC3-1-8:2005, en su apartado 6.3.1, sugiere que la representación de la curva momento-rotación sea trilineal (Figura 2.15), con un valor para $K_{\phi,p} = 0$. El primer tramo presenta un comportamiento lineal controlado por el valor de la rigidez rotacional (K_ϕ), hasta un valor del momento igual a $2/3 M_{j,Rd}$, siendo $M_{j,Rd}$ el momento resistente de la unión. El segundo tramo es no lineal y está comprendido entre $2/3 M_{j,Rd} < M_j < M_{j,Rd}$, siendo

$$M_j = \frac{K_\phi}{\left(1,5 \frac{M_j}{M_{j,Rd}}\right)^\xi} \phi \quad (2.12)$$

donde ξ depende del tipo de conexión (EC3-1-8:2005, tabla 6.8)

$$\xi = \begin{cases} 2,7 & \text{uniones soldadas y atornilladas con chapa de testa} \\ 3,1 & \text{resto de uniones} \end{cases} \quad (2.13)$$

El último tramo es horizontal y se asume un comportamiento perfectamente plástico ($M_j = M_{j,Rd}$).

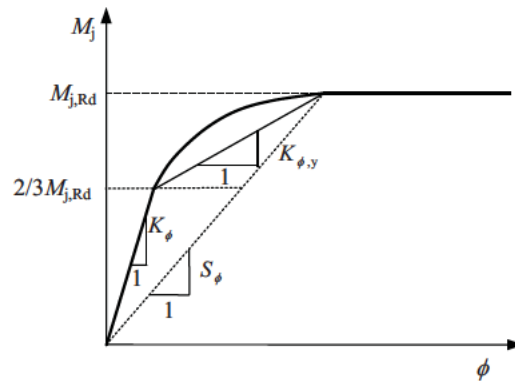


Figura 2.15. Aproximación trilineal de la curva $M_j - \phi$ (EC3-1-8:2005, apartado 6.3.1).

A efectos prácticos, el tramo no lineal puede ser sustituido por un tramo lineal con pendiente (Figura 2.15)

$$K_{\phi,y} = \frac{K_\phi}{3 \left(1,5^\xi - \frac{2}{3}\right)} \cong \begin{cases} \frac{K_\phi}{7} & \text{para } \xi = 2,7 \\ \frac{K_\phi}{8,5} & \text{para } \xi = 3,1 \end{cases} \quad (2.14)$$

La rigidez rotacional secante (S_ϕ) correspondiente al momento resistente de la unión viene dada por

$$S_\phi \cong \begin{cases} \frac{K_\phi}{3} & \text{para } \xi = 2,7 \\ \frac{K_\phi}{3,5} & \text{para } \xi = 3,1 \end{cases} \quad (2.15)$$

Adicionalmente, el EC3-1-8:2005 propone una representación simplificada bilineal (Figura 2.16) para el análisis elastoplástico de estructuras

$$M_j \cong \begin{cases} \frac{K_\phi}{\eta_r} \phi & \text{si } \ell_j < M_{j,Rd} \\ M_{j,Rd} & \text{si } \ell_j \geq M_{j,Rd} \end{cases} \quad (2.16)$$

donde η_r es un coeficiente para disminuir el valor de la rigidez, que depende del tipo de unión y de su ejecución. Por ejemplo, $\eta_r = 2$ para uniones viga-columna (Briquet et al., 1994; Jaspart y Briquet, 1995).

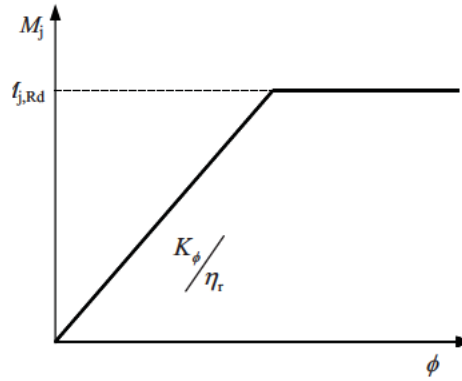


Figura 2.16. Representación simplificada de la curva $M_j - \phi$ propuesta por el Eurocódigo 3.

- *No lineal*

La formulación no lineal, quizás, más sencilla es la propuesta por Ramberg y Osgood (1943), Figura 2.17

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{M}{M_0} \left[1 + \left(\frac{M}{M_0} \right)^{n-1} \right] \quad \text{con} \quad M_0 = K_\phi \phi_0 \quad (2.17)$$

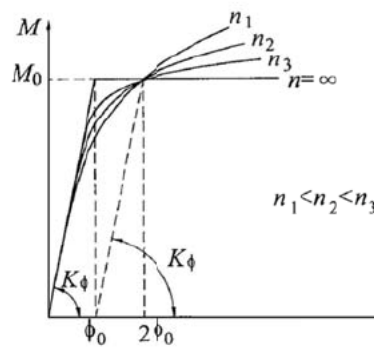


Figura 2.17. Representación no lineal de la curva $M - \phi$ (Ramberg-Osgood, 1943).

Esta representación depende de tres parámetros: un factor de forma que caracteriza la concentración debido al cambio de pendiente de la curva (n), la rotación (ϕ_0) permanente correspondiente al momento de referencia M_0 después de la descarga, y la rigidez inicial (K_ϕ). Apuntar que para $n = \infty$ se obtiene una curva bi-lineal que corresponde a un

comportamiento elástico-perfectamente plástico, donde M_0 se interpretaría como el momento plástico de la unión.

Abolmaali et al. (2005) compararon las curvas momento-rotación para uniones atornilladas con chapa de testa enrasada, obtenidas mediante la representación propuesta por Ramberg-Osgood (1943) y un modelo de elementos finitos, consiguiendo unos resultados excelentes.

Otra representación no lineal es mostrada en la Figura 2.18 (Goldberg y Richard, 1963; Abbot y Richard, 1975; Attiozbe y Morriss, 1991), con una formulación

$$\frac{M}{M_0} = \frac{(1 - \bar{K}_p) \frac{\phi}{\phi_0}}{\left[1 + \left| (1 - \bar{K}_p) \frac{\phi}{\phi_0} \right|^n \right]^{\frac{1}{n}}} + \bar{K}_p \frac{\phi}{\phi_0} \quad \text{con} \quad \bar{K}_p = \frac{K_{\phi,p}}{K_\phi} \quad (2.18)$$

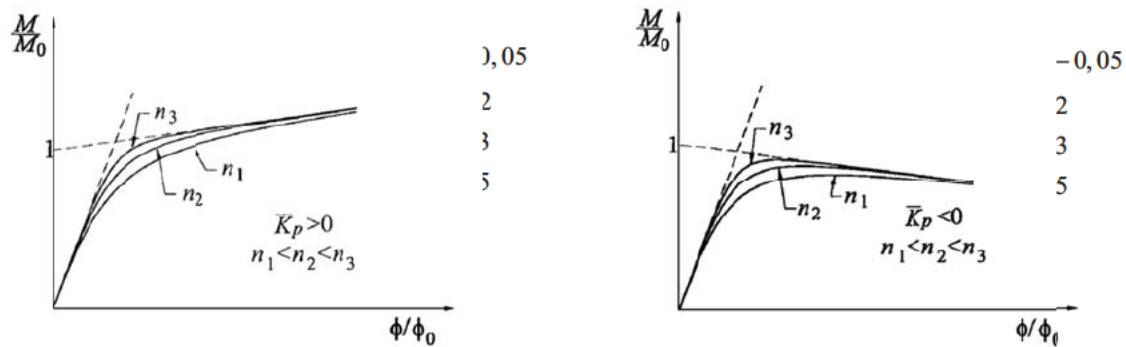


Figura 2.18. Representaciones no lineales de la curva $M/M_0 - \phi/\phi_0$:

(a) rigidez plástica positiva; (b) rigidez plástica negativa.

Esta representación depende de cuatro parámetros: un momento de referencia (M_0), la rigidez inicial (K_ϕ), la rigidez plástica ($K_{\phi,p}$) y un factor de forma (n). La principal ventaja respecto de la representación de Ramberg-Osgood es que permite valores positivos, nulos, y negativos para la rigidez plástica. Los valores negativos son apropiados cuando la unión falla debido al pandeo local de la zona comprimida de la columna.

- *Exponencial*

Otra formulación que también permite considerar valores positivos, nulos, y negativos de $K_{\phi,p}$ es la denominada exponencial (Yee y Melchers, 1986), Figura 2.19

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \exp \left[-\frac{\phi}{\phi_0} \left(1 - \bar{K}_p + n' \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right] + \bar{K}_p \frac{\phi}{\phi_0} \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} n' = n \frac{\phi_0}{K_\phi} \\ \bar{K}_p = \frac{K_{\phi,p}}{K_\phi} \end{cases} \quad (2.19)$$

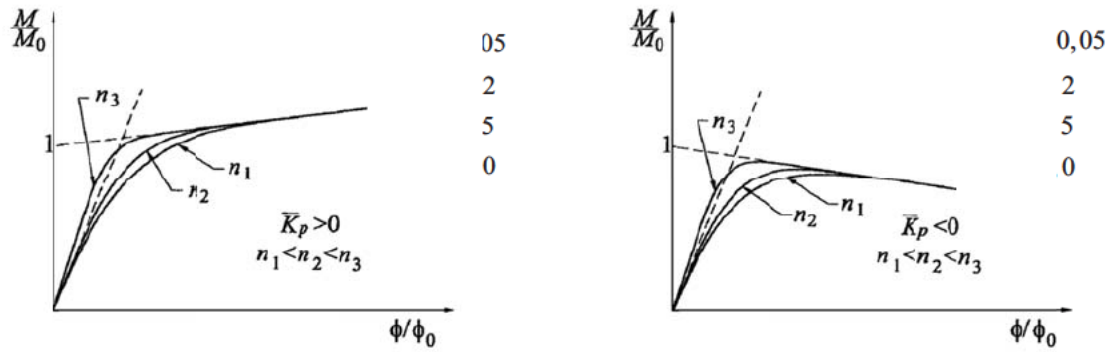


Figura 2.19. Representación exponencial de la curva $M/M_0 - \phi/\phi_0$ (Yee y Melchers, 1986).

La representación exponencial se caracteriza porque la curva tiene una pendiente inicial igual a la rigidez elástica de la unión

$$\frac{dM}{d\phi} = K_{\phi} \quad \text{para} \quad \phi = 0 \quad (2.20)$$

mientras que para valores elevados de rotación se aproxima mediante

$$M = M_0 + K_{\phi,p} \phi \quad (2.21)$$

En ciertos casos, puede rebasar la recta límite $M = \zeta \phi$. Aunque, el principal inconveniente es que el factor de forma (n) no es un parámetro adimensional.

Otras representaciones son las propuestas por Pilvin (1983), Figura 2.20

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{M}{M_0} \left[1 + \frac{1}{2^n - 1} \frac{\frac{M}{M_0}}{1 - \frac{M}{M_0}} \right] \quad (2.22)$$

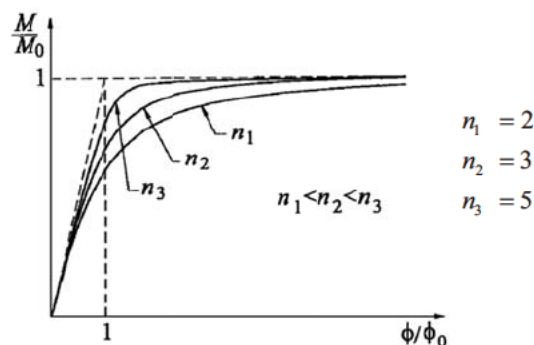


Figura 2.20. Representación exponencial de la curva $M/M_0 - \phi/\phi_0$ (Pilvin, 1983).

y Colson (1991), Figura 2.21

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{M}{M_0} \frac{1}{1 - \left(\frac{M}{M_0} \right)^n} \quad (2.23)$$

donde $M_0 = K_\phi \phi_0$

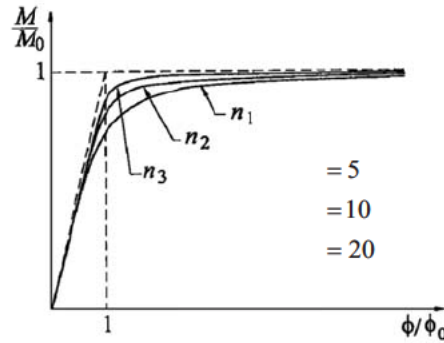


Figura 2.21. Representación exponencial de la curva $M/M_0 - \phi/\phi_0$ (Colson, 1991).

- *Logarítmica*

Wu y Chen (1990) proponen una representación logarítmica para uniones con angulares, Figura 2.22

$$\frac{M}{M_0} = n \ln \left(1 + \frac{\phi}{n\phi_0} \right) \quad (2.24)$$

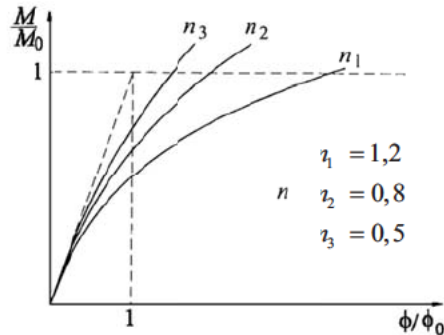


Figura 2.22. Representación logarítmica de la curva $M/M_0 - \phi/\phi_0$ (Wu y Chen, 1990).

2.4.2 Representaciones basadas en aproximaciones matemáticas obtenidas mediante regresión

Como alternativa a las representaciones mostradas en la sección 2.4.1, existe otro conjunto donde los parámetros no tienen un significado físico claro, ya que son coeficientes para ajustar una curva mediante regresión.

La formulación más sencilla es la introducida por Krishnamurty et al. (1979)

$$\phi = CM^\alpha \quad (2.25)$$

Ésta fue utilizada para representar la curva momento-rotación para uniones con chapa de testa enrasada, utilizando un análisis paramétrico mediante elementos finitos, siendo C y α los coeficientes de la regresión.

Otra representación, más precisa, es la que expresa el giro en función de las tres primeras potencias del momento (Kennedy, 1969; Sommer, 1969; Frye y Morris, 1975)

$$\phi = C_1 M + C_2 M^3 + C_3 M^5 \quad (2.26)$$

donde C_1 , C_2 y C_3 son los parámetros a ajustar. Sin embargo, esta representación presenta inconvenientes si la pendiente de la curva es negativa (Radziminski y Azizinamini, 1988). Para evitar estos problemas, se propuso una formulación alternativa, que consiste en dividir la curva experimental momento-rotación en una serie de tramos, y ajustar para cada uno de ellos una curva B-Spline cúbica (Jones et al., 1981)

$$\phi = \phi_i + \sum_{j=0}^m b_j \left(\langle M - M_j \rangle \right)^3 \quad \text{siendo} \quad \langle M - M_j \rangle = \begin{cases} M - M_j & \text{si } M > M_j \\ 0 & \text{si } M \leq M_j \end{cases} \quad (2.27)$$

donde m es el número de tramos considerados menos uno (número de intersecciones entre tramos), M_j es el momento en el extremo superior del tramo j , ϕ_i es la rotación inicial de la unión (normalmente, $\phi_i = 0$), y b_j son los coeficientes a obtener mediante un ajuste por mínimos cuadrados. Aunque es un buen método, se necesita un gran número de datos para poder realizar un ajuste aceptable.

Otra representación exponencial es (Lui y Chen, 1986)

$$M = \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\phi|}{2j\alpha}\right) \right] + M_i + K_{\phi,p} |\phi| \quad (2.28)$$

siendo M_i el momento inicial, y C_j y α los parámetros del modelo. Esta representación requiere de $(m+3)$ parámetros para realizar el ajuste, donde m es el número de constantes C_j . Habitualmente, se obtiene una precisión suficiente para $m = 4, 5$, ó 6 .

Por último, Kishi y Chen (1986), a partir de la ecuación (2.28), propusieron la siguiente relación

$$M = M_i + \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\phi|}{2j\alpha}\right) \right] + \sum_{k=1}^n D_k (|\phi| - |\phi_k|) H[|\phi| - |\phi_k|] \quad (2.29)$$

siendo α el factor de escala introducido para lograr la estabilidad numérica, C_j y D_k los parámetros de ajuste a obtener mediante una regresión lineal (Kishi, 1994), ϕ_k la rotación inicial de la k -ésima componente lineal de la curva momento-rotación, y $H[\phi]$ la función de Heaviside

$$H[\phi] = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi \geq 0 \\ 0 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

2.5 MODELOS PARA PREDECIR LA CURVA MOMENTO-ROTACIÓN

Para modelar el comportamiento rotacional de una unión es necesario un método (o modelo) que permita obtener (o predecir) la curva momento-rotación de la unión. Para ello, es necesario utilizar algún tipo de representación matemática como las descritas en la sección 2.4.

Existen diferentes modelos para obtener la curva momento-rotación de una unión. Éstos se pueden clasificar en modelos: experimentales, empíricos, analíticos, mecánicos, o numéricos.

El modelo recogido en el Eurocódigo (EC3-1-8:2005) es un método mecánico-analítico llamado el *método de los componentes*. Este método obtiene el comportamiento global de la unión mediante un conjunto de muelles que representan los mecanismos de deformación de la unión. La teoría general sobre este método se explica en el capítulo 3.

2.5.1 Modelos experimentales

Los modelos experimentales son los más fiables para obtener información sobre el comportamiento rotacional de una unión. Estos modelos están basados en ensayos a escala real desarrollados en laboratorios y controlados según las reglas de buena práctica. El principal inconveniente de estos modelos es su elevado coste, lo que limitan el continuo desarrollo de este tipo de técnicas, quedando reservadas para la investigación y la validación de los resultados obtenidos por métodos teóricos, analíticos, mecánicos, o numéricos.

Por otra parte, también es conocido que el comportamiento real de cualquier unión en una estructura real difiere del que presenta en los prototipos ensayados en el laboratorio. Esta diferencia puede ser debida a varios factores. El más evidente es que los prototipos, aunque sean a escala real, no reproducen la estructura completa, sino parte de ella (la unión propiamente dicha y unos tramos, de mayor o menor longitud, de las barras unidas). La primera consecuencia de este hecho es que las distribuciones de esfuerzos, y por tanto de tensiones, que se producen en los modelos no coinciden exactamente con las desarrolladas en la estructura real. Otra consecuencia es que, la evolución de las distribuciones de esfuerzos y tensiones durante el proceso de carga en la estructura real es diferente a la obtenida en el modelo de laboratorio. Por ejemplo, las secciones con momento nulo son siempre las mismas para los prototipos, tanto en las vigas como en las columnas, mientras que en las estructuras reales varían durante el proceso de carga.

Otros factores que influyen en el comportamiento de una unión, y que habitualmente no se reproducen en un laboratorio son: las imperfecciones geométricas debidas a las tolerancias de fabricación y montaje, las tensiones residuales, las cargas derivadas del proceso de montaje, y la gran variedad de condiciones de carga que debe soportar la estructura real.

La gran cantidad de ensayos realizados, en todo el mundo, han permitido crear diferentes bases de datos. Para cada ensayo, generalmente, se recopilan: las propiedades geométricas y

mecánicas de cada componente de la unión (vigas, columnas, y elementos que forman la unión), la curva momento-rotación, el nombre de los investigadores responsables de ensayo, etc. Actualmente, las principales bases de datos son:

1. **Base de datos de Goverdhan:** fue la primera en desarrollarse (Goverdhan, 1983). En ella se recogen los datos y los resultados de los ensayos realizados en Estados Unidos (entre 1950 y 1983) para las uniones atornilladas viga-columna que se representan en la Figura 2.23.

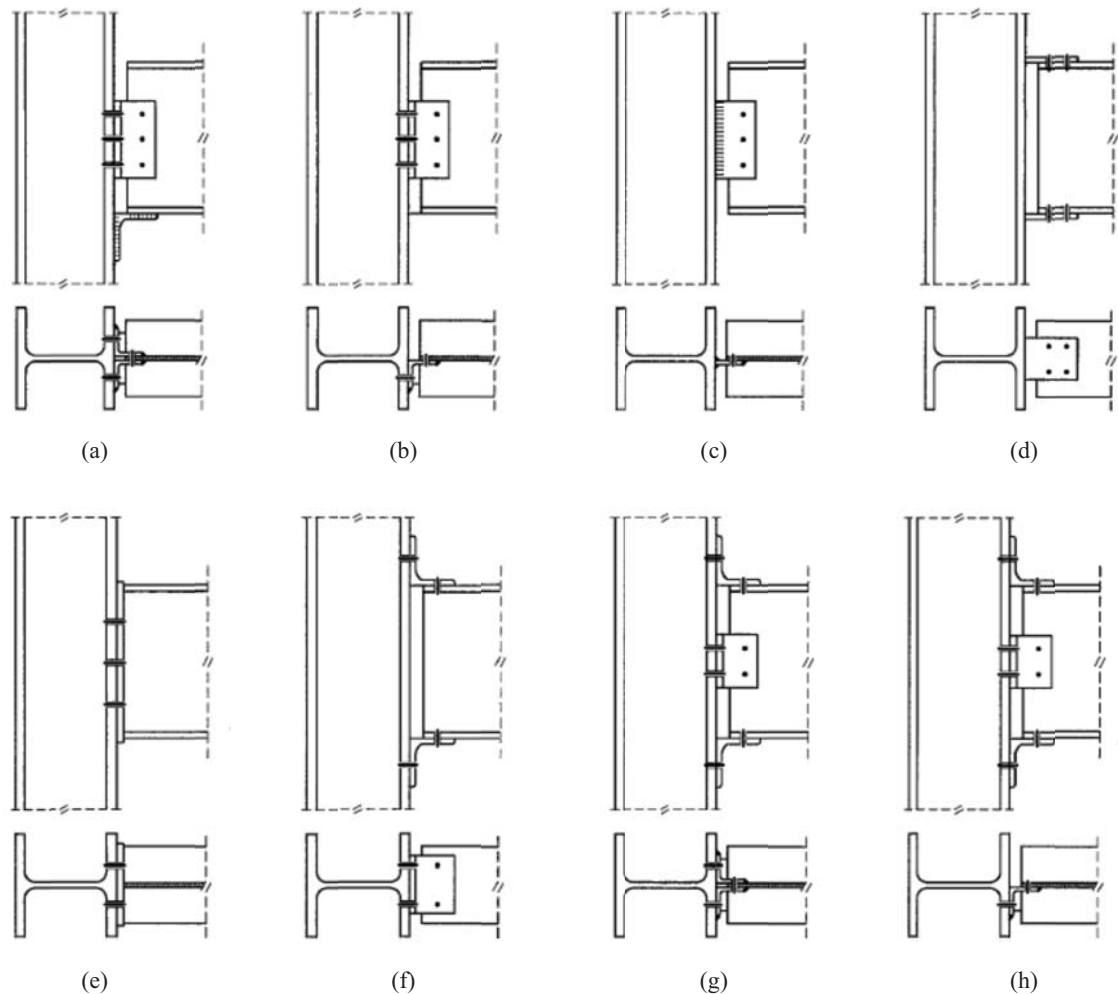


Figura 2.23. Tipos de uniones recogidas en la base de datos de Goverdhan: (a) dos angulares unidos al alma de la viga; (b) angular unido al alma de la viga; (c) chapa unida al alma de la viga; (d) chapas unidas a las alas de la viga; (e) chapa de testa enraizada; (f) dos angulares uniendo las alas de la viga; (g) dos angulares uniendo las alas de la viga con dos angulares uniendo el alma; (h) dos angulares uniendo las alas de la viga con un angular uniendo el alma.

2. **Base de datos de Nethercot:** fue realizada por Nethercot (Nethercot, 1985a, 1985b), el cual recopiló datos y resultados sobre más de 700 ensayos realizados con anterioridad por otros investigadores. Es la primera base de datos en Europa. Incluye las tipologías estudiadas por Goverdhan y las uniones viga-columna unidas mediante perfiles en T con y sin angulares en el alma de la viga (Figura 2.13).
3. **Steel Connection Data Bank (SCDB):** Kishi y Chen retomaron el trabajo de Goverdhan en Estados Unidos, recopilando todos los datos y los resultados sobre los ensayos de uniones realizados, a nivel mundial, entre 1936 y 1986 (Kishi y Chen, 1986), a la vez que desarrollaban de forma simultánea el programa SCDB, que proporcionaba la expresión matemática de la curva momento-rotación obtenida experimentalmente.
Los 396 ensayos incluidos en el programa SCDB están agrupados, según la tipología de la unión, en 7 tipos: un angular o chapa unida al alma de la viga, doble angular unido al alma de la viga, angulares en las alas y en el alma de la viga, angulares en las alas de la viga, chapa de testa extendida, chapa testa enrasada, y chapa de testa parcial.
4. **Base de datos SERICON:** base de datos elaborada por Arbed Recherches (Gerardy y Schleich, 1991) y la Universidad de Aachen (Weynand, 1992). Incluye solamente los datos y los resultados de ensayos realizados en diferentes países europeos (Weynand et al., 1998).

El uso de las bases de datos es una herramienta casi imprescindible para validar modelos matemáticos y numéricos que predicen la respuesta de la unión a partir de sus propiedades geométricas y mecánicas. Por el contrario, su uso para el diseño de estructuras está muy limitado, dada la escasa probabilidad que existe de encontrar en las bases de datos la unión, en concreto, que se quiere utilizar.

2.5.2 Modelos empíricos

Estos modelos se caracterizan por relacionar, mediante expresiones empíricas, los parámetros que aparecen en la formulación matemática de la curva momento-rotación de la unión con las características geométricas y mecánicas de sus componentes.

El principal inconveniente que presentan estos modelos es que su aplicabilidad está limitada a la tipología de la unión para la cual fueron calibrados. Además, la contribución con que cada componente afecta al comportamiento global de la unión no se puede determinar. Esto, unido al hecho de que el mecanismo de colapso de cualquier unión depende en gran medida de sus propiedades geométricas y mecánicas, hace que no sea recomendable su uso en aquellos tipos de uniones que no hayan sido utilizadas para efectuar su calibración.

A continuación se describen brevemente los principales modelos empíricos que han sido propuestos por diferentes investigadores.

2.5.2.1 Modelo de Frye y Morris

El modelo de Frye y Morris (1975) es uno de los más populares en Estados Unidos. Este modelo está basado en la representación de la curva momento-rotación mediante un polinomio de potencias impares

$$\phi = C_1 (KM) + C_2 (KM)^3 + C_3 (KM)^5 \quad (2.31)$$

donde K es un parámetro que varía en función de las propiedades geométricas y mecánicas, y C_1, C_2 , y C_3 son constantes para el ajuste de la curva.

Uno de los principales inconvenientes de este modelo, cuando se realiza un análisis en el que se considera la rigidez tangente de la unión, es que la pendiente de la curva momento-rotación puede resultar negativa para algunos valores de M (Radziminsky y Azizinamini, 1988). Para solucionar este problema Azizinamini et al. (1985) propusieron una formulación distinta para el parámetro K

$$K = P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_n^{\alpha_n} \quad (2.32)$$

donde P_i es un parámetro geométrico de la unión y α_i son coeficientes obtenidos a través del ajuste de la curva.

Este modelo ha sido utilizado por otros grupos de investigadores (Picard et al., 1976, Altman et al., 1982; Goverdhan, 1983), aplicándose a diferentes tipologías de uniones. Por ejemplo, para uniones con chapa de testa extendida y columna sin rigidizar (Kishi, 1994)

$$C_1 = 1,83 \times 10^{-3} \quad ; \quad C_2 = -1,04 \times 10^{-4} \quad ; \quad C_3 = 6,38 \times 10^{-6} \quad (2.33)$$

$$K = d_g^{-2,4} t_p^{-0,4} t_f^{-1,5}$$

donde d_g es la distancia entre las filas de tornillos traccionados y comprimidos, t_p es el espesor de la chapa, y t_f es el espesor del ala de la columna. Las unidades en las que se expresan las dimensiones son en pulgadas.

2.5.2.2 Modelos de Krishnamurthy

Krishnamurthy (1978a y 1978b) desarrolló programas de ordenador y modelos específicos para el análisis de uniones atornilladas. Este investigador llevó a cabo un estudio paramétrico sobre uniones con chapa de testa usando el método de los elementos finitos. Los ensayos experimentales se limitaron a cinco prototipos, y fueron utilizados únicamente para ajustar algunos de los parámetros del modelo y confirmar los resultados numéricos obtenidos.

El modelo numérico bidimensional era de tensión plana, en un plano paralelo al alma de la viga. La correlación entre este modelo bidimensional y la unión real se efectuó a través de ciertos parámetros, cuyos valores eran determinados a partir de cinco ensayos experimentales (Krishnamurthy y Graddy, 1976). Esta metodología fue ampliada posteriormente al caso de uniones con chapa de testa extendida con cuatro tornillos en la zona de tracción (Figura 2.24), obteniendo el modelo empírico de la ecuación (2.34) (Krishnamurthy et al., 1979).

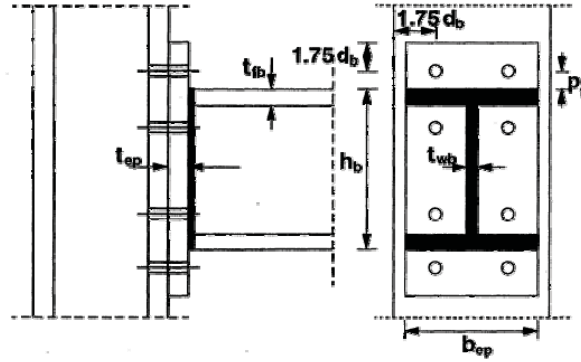


Figura 2.24. Geometría del modelo de Krishnamurthy et al. (1979).

$$\phi = CM^\alpha$$

$$\alpha = 1,58 \quad ; \quad C = \frac{1,4\beta\mu p_f^{2,03}}{A_b^{0,36} t_{ep}^{1,38}} \quad ; \quad \beta = \frac{0,0056 b_{ep}^{0,61} t_{fb}^{1,03}}{h_b^{1,30} t_{wb}^{0,26} W_b^{1,58}} \quad ; \quad \mu = \frac{1,0}{f_y^{0,38} f_{yb}^{1,20}} \quad (2.34)$$

donde W_b es el módulo resistente de la viga, f_y el límite elástico de la chapa, y f_{yb} el límite elástico de la viga.

Los parámetros anteriores son independientes de la geometría de la columna, ya que ésta no fue considerada en el modelo de elementos finitos, por lo que la curva momento-rotación se refiere a la conexión y no a la unión.

2.5.2.3 Modelos de Kukreti

La metodología que inició Krishnamurthy fue continuada por Kukreti, el cual llevó a cabo un nuevo análisis paramétrico de uniones con chapa de testa enrasada sin rigidizar (Figura 2.25).

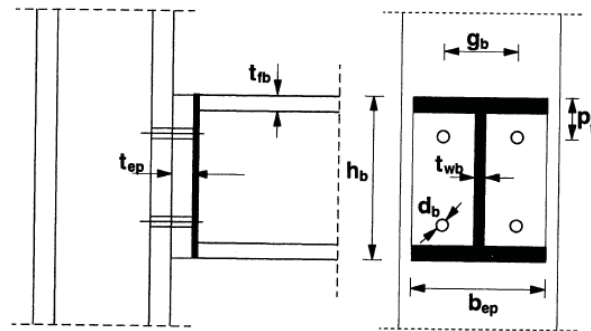


Figura 2.25. Geometría del modelo de Kukreti (1987).

Kukreti et al. (1987) utilizaron también el método de los elementos finitos, obteniendo el siguiente modelo

$$\phi = CM^\alpha$$

$$\alpha = 1,58 \quad ; \quad C = \frac{359 \times 10^{-6} p_f^{2,227}}{h_b^{2,616} t_{wb}^{0,501} t_{fb}^{0,038} d_b^{0,849} g_b^{0,519} b_{ep}^{0,218} t_{ep}^{1,539}} \quad (2.35)$$

donde las unidades utilizadas son pulgadas y kip-ft para longitudes y momentos, respectivamente.

Posteriormente, la misma metodología fue aplicada al estudio de uniones con chapa de testa extendida, sin rigidizar y con ocho tornillos en la zona traccionada (Kukreti et al., 1990). Además de la relación $M-\phi$, a partir de los resultados deducidos numéricamente analizando modelos de elementos finitos, se obtuvieron expresiones analíticas para la deformación máxima en la chapa de testa y para el esfuerzo axil en los tornillos más traccionados.

Los modelos empíricos basados en representaciones potenciales de la curva momento-rotación resultan bastante adecuados para predecir el comportamiento rotacional inicial de la unión, pero desviándose del comportamiento real a medida que aumentan las deformaciones plásticas (Krishnamurthy, 1979).

2.5.2.4 Modelo de Attiogbe y Morris

Attiogbe y Morris (1991) propusieron un modelo basado en los resultados obtenidos de los ensayos en laboratorio y en la representación matemática (2.18) de Goldberg y Richard (1963), para predecir el comportamiento rotacional de uniones viga-columna con doble angular en el alma.

Este modelo cuenta con cuatro parámetros $(\varphi_0, M_0, n, K_{\varphi,p})$ que se relacionan con las propiedades geométricas de la unión

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= (t_a^{0,595} g^{-2,817} l_a^{4,737} h_b^{-0,784} n_b^{-5,957}) \times 10^{-3} \\ M_0 &= t_a^{1,136} g^{-1,515} l_a^{1,139} h_b^{0,258} n_b^{0,309} \\ n &= t_a^{0,522} g^{1,564} l_a^{-1,073} h_b^{-0,737} n_b^{1,704} \\ K_{\varphi,p} &= t_a^{0,955} g^{2,044} l_a^{-4,445} h_b^{0,327} n_b^{7,555}\end{aligned}\tag{2.36}$$

donde t_a es el espesor de los angulares, g es la distancia horizontal entre los tornillos, l_a es la longitud del angular, h_b es el canto de la viga y n_b es el número de tornillos por angular en el ala de la columna. Las unidades en las que se expresan las dimensiones φ_0 , M_0 , n , y $K_{\varphi,p}$ son mm, rad, kN, y kNm/rad, respectivamente.

2.5.2.5 Modelo de Faella, Piluso, y Rizzano

Faella et al. (1997) utilizaron una aproximación diferente para uniones con chapa de testa extendida. Los datos de partida para establecer las relaciones entre los parámetros del modelo y las características geométricas y mecánicas de la unión fueron obtenidos a través de un amplio estudio paramétrico, utilizando un modelo mecánico (Faella et al., 1995a,b, 1996b) basado en el método de los componentes, presentado en el Eurocódigo 3 (CEN, 1996), y la representación matemática de la Figura 2.15.

El uso de un modelo mecánico es la principal ventaja de esta aproximación, ya que, en comparación con los modelos numéricos, se reduce considerablemente el tiempo de cálculo, y frente a los modelos experimentales, se reduce significativamente el coste económico. Estas

características resultan claves para obtener el modelo, ya que Faella y los otros investigadores tuvieron que analizar más de 110.000 casos de uniones viga-columna con chapa de testa.

2.5.3 Modelos analíticos

Los modelos analíticos se caracterizan por aplicar los conceptos básicos del análisis de estructuras a modelos simplificados de uniones viga-columna que solo consideran las zonas donde se producen las mayores deformaciones. Dichas zonas, al igual que el mecanismo de colapso de la unión, son obtenidas mediante la observación de los ensayos realizados en el laboratorio.

La principal ventaja de los modelos analíticos es su facilidad para predecir los dos parámetros básicos del comportamiento rotacional de una unión: su rigidez inicial y el momento último resistente. La rigidez inicial puede ser predicha mediante un análisis elástico de su modelo simplificado, mientras que la resistencia se puede obtener a partir del análisis plástico de su mecanismo de colapso. La interpolación solo es requerida cuando sea estrictamente necesaria toda la curva momento-rotación y, generalmente, se limita a la calibración de un factor de forma.

Los resultados obtenidos con estos modelos deben ser comparados con los resultados experimentales para garantizar su fiabilidad.

2.5.3.1 Modelos de Chen

Chen y sus colaboradores han realizado un gran esfuerzo para intentar predecir el comportamiento de las uniones viga-columna, ejecutadas con angulares, mediante la aplicación de la teoría del análisis de estructuras. Por ejemplo, para los casos de unión con doble angular de ala (Kishi y Chen, 1987; Chen et al., 1988a; 1988b) y con doble angular de alma (Kishi y Chen, 1987; Chen et al., 1988b) se han obtenido distintas expresiones para la rigidez inicial y el momento último de la unión en función de las características elásticas y geométricas de sus componentes.

Para poder representar matemáticamente la curva momento-rotación, se adoptó en los modelos la relación potencial expresada en (2.18), con $K_{\phi,p} = 0$. Los diferentes valores que adopta el factor de forma n para los diferentes tipos de uniones con angulares pueden ser encontrados en Liew et al. (1993a).

Posteriormente, diferentes investigadores (Kishi et al., 1993; Liew et al., 1993a) generaron una serie de ábacos adimensionales para la aplicación práctica de estos modelos, introduciendo su uso en un procedimiento de diseño y análisis avanzado de uniones semirrígidas (Liew et al., 1993b).

El principal inconveniente de los modelos de Chen, al igual que los modelos de Krishnamurthy, radica en el hecho de que no tienen en cuenta la deformación de la columna, ya que en éstos se asume que las uniones están sobre un soporte rígido.

2.5.3.2 Modelo de Yee y Melchers

Yee y Melchers (1986) realizaron un estudio completo acerca de las uniones con chapa de testa extendida, incluyendo las deformaciones que se producen en la columna.

En su estudio se distinguen:

- la deformación a flexión de la chapa de testa,
- la deformación a flexión del ala de la columna,
- el alargamiento de los tornillos,
- la deformación por cortante del alma de la columna, y
- la deformación a compresión del alma de la columna.

y seis posibles modos de fallo:

- rotura a tracción de los tornillos,
- formación de un mecanismo plástico en la chapa de testa,
- formación de un mecanismo plástico en la zona de tracción del ala de la columna,
- plastificación a cortante del alma de la columna,
- aplastamiento del alma de la columna, y
- pandeo del alma de la columna.

Yee y Melchers (1986) propusieron expresiones analíticas para evaluar los desplazamientos elásticos producidos por las distintas deformaciones.

La rigidez rotacional de la unión se obtiene combinando los desplazamientos elásticos de las distintas deformaciones, mientras que el momento último resistente está determinado por la resistencia del componente más débil de la unión. Por tanto, podría decirse que la metodología desarrollada por Yee y Melchers merece ser mencionada como, probablemente, el primer ejemplo de lo que actualmente se conoce como el método de los componentes, propuesto en el Eurocódigo 3 (EC3-1-8:2005).

Con una metodología similar, Johnson y Law (1981) desarrollaron un método para predecir la rigidez rotacional inicial y el momento último resistente para las uniones viga-columna con chapa de testa enrasada.

2.5.4 Modelos mecánicos

Los modelos mecánicos, también llamados *modelos de muelles*, representan la unión mediante componentes rígidas y flexibles (muelles). En estos modelos, la no linealidad de la respuesta rotacional se obtiene adoptando leyes constitutivas inelásticas para los muelles.

La principal diferencia con los modelos analíticos es que en los modelos mecánicos cada componente está caracterizado por relaciones básicamente empíricas. Asimismo, mientras que en los modelos analíticos se debe recurrir a la interpolación y a la calibración del factor de forma para obtener la curva completa momento-rotación de la unión, con los modelos mecánicos se pueden obtener curvas multilineales completas sin interpolar ni ajustar.

Para desarrollar un modelo mecánico se pueden distinguir tres pasos:

- El primer paso consiste en identificar los componentes de la unión, los cuales serán las principales fuentes de deformación y de fallo. Por ello, se pueden descartar los cordones de soldadura, ya que, en éstos no se producen deformaciones importantes y su rotura es frágil. Sin embargo, para evitar dicha rotura se debe recurrir a un buen diseño y una correcta ejecución.
- En el segundo paso se obtienen las leyes de comportamiento de cada componente, de forma experimental, numérica, analítica o empírica.
- En el tercer paso, se ensamblan los componentes para obtener la curva momento-rotación de la unión completa.

Este procedimiento es general, por lo que puede ser aplicado a cualquier tipología de unión soldada o atornillada, permitiendo introducir efectos como el pretensado de los tornillos, el endurecimiento por deformación plástica, etc., a través de su incorporación en la ley de comportamiento del componente al que afecte.

2.5.5 Modelos numéricos

El análisis por elementos finitos, probablemente, es el más adecuado para investigar la respuesta rotacional de una unión. Sin embargo, todavía resulta costoso realizar una simulación numérica completa. La curva momento-rotación es el resultado de una compleja interacción entre los diversos elementos que componen la unión. En particular, el análisis de las uniones metálicas requiere (Nethercot y Zandonini, 1990) introducir:

- no linealidades geométricas y de los materiales;
- pretensado de los tornillos;
- interacciones entre los tornillos y las chapas (vástago-taladro, cabeza-chapa, tuerca-arandela, etc.);
- contacto entre las chapas en la zona de compresión;
- deslizamiento entre las chapas debido a la holgura existente entre el vástago de los tornillos y el taladro;
- cordones de soldadura entre los diversos componentes, e
- imperfecciones (tensiones residuales, etc.).

Actualmente, el método de los elementos finitos permite introducir en el modelo numérico: grandes deformaciones y/o desplazamientos, plasticidad, endurecimiento por deformación plástica y efectos de inestabilidad, contacto entre las chapas, pretensado de los tornillos (Abolmaali et al., 2005; Al-Jabri et al., 2006). Por ello, el análisis por elementos finitos de uniones atornilladas se puede considerar una técnica altamente sofisticada, y suficientemente precisa para el análisis de uniones soldadas (Patel y Chen, 1984).

2.6 MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS UNIONES

Para modelizar el comportamiento de la unión, se debe tener en cuenta las características del análisis global de la estructura. Existen varias posibilidades para idealizar la curva momento-rotación, dependiendo del análisis estructural (elástico, rígido-plástico o elastoplástico).

2.6.1 Idealización elástica para análisis global elástico

En este caso, el EC3-1-8:2005 clasifica las uniones como rígidas, articuladas o semirrígidas (sección 2.2.1). Las leyes de comportamiento para estos tres tipos de uniones son las representadas en la Figura 2.26.

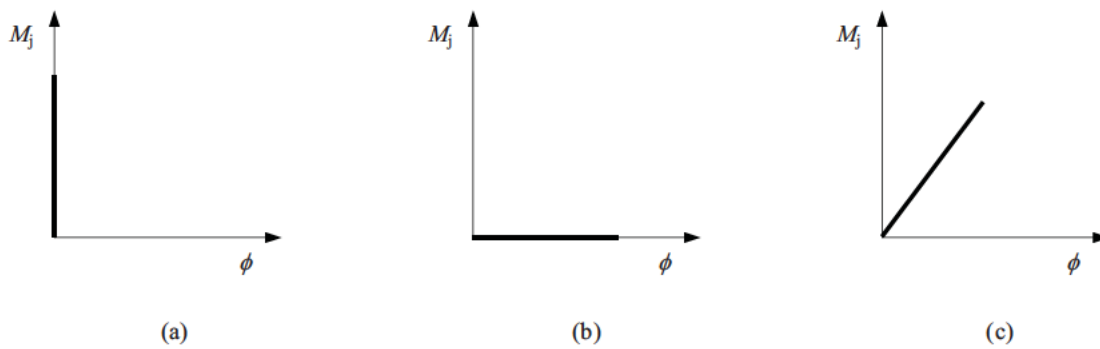


Figura 2.26. Curvas $M_j - \phi$ para un análisis global elástico: (a) rígida; (b) articulada; (c) semirrígida.

El EC3-1-8:2005 ofrece dos posibilidades para uniones semirrígidas:

- Si el momento de cálculo ($M_{j,Ed}$) cumple

$$M_{j,Ed} \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad (2.37)$$

la rigidez (S_j) se toma igual a la rigidez inicial ($S_{j,ini}$), Figura 2.27a.

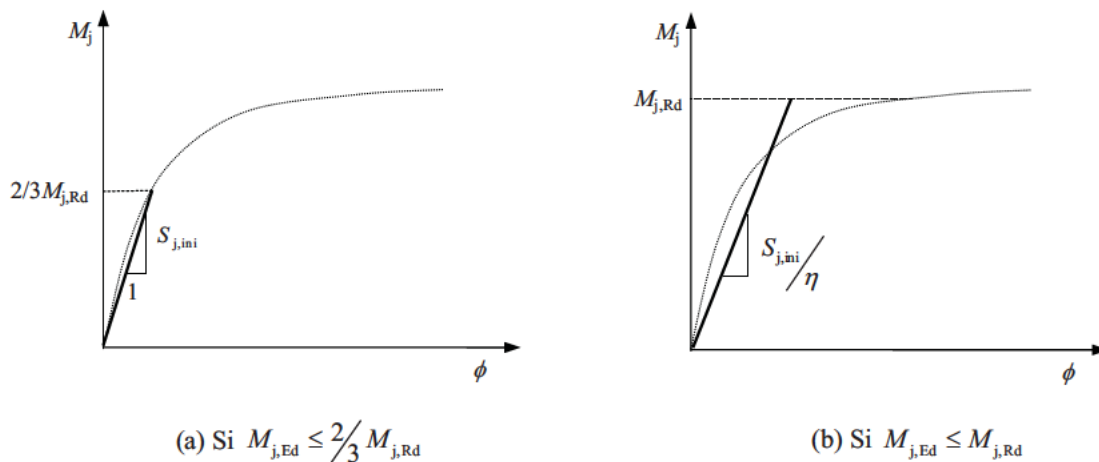


Figura 2.27. Curva $M_j - \phi$ para un análisis global elástico.

- Para todos los valores del momento de cálculo, la rigidez (S_j) se considera igual a una rigidez ficticia (Figura 2.27b)

$$\frac{S_{j,ini}}{\eta} \quad (2.38)$$

siendo η un valor tomado de la Tabla 2.1 (tabla 5.2 del EC3-1-8:2005).

Tabla 2.1. Valores de η

Tipo de conexión	Unión viga-columna	Otro tipo de unión
Soldada	2	3
Placa de testa atomillada	2	3
Angulares atornillados	2	3,5

2.6.2 Idealización rígido-plástica para análisis global rígido-plástico

Para este caso, el EC3-1-8:2005 clasifica las uniones como articuladas, de resistencia completa y de resistencia parcial (sección 2.2.2). Para modelizar el comportamiento de la unión sólo es necesario el momento resistente de la unión ($M_{j,Rd}$), considerando una rigidez infinita (Figura 2.28). Para permitir la formación de rótulas plásticas se debe verificar que la unión tiene una capacidad de rotación suficiente.

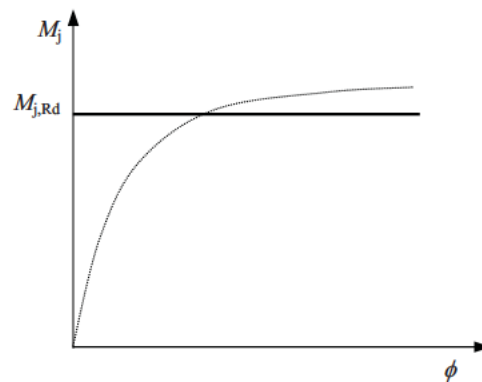


Figura 2.28. Curva $M_j - \phi$ para un análisis global rígido-plástico.

2.6.3 Idealización no lineal para análisis global elastoplástico

Cuando se realiza un análisis global elastoplástico de la estructura, el comportamiento de las uniones se define a partir de su rigidez ($S_j = S_{j,ini}$), resistencia ($M_{j,Rd}$), y capacidad de rotación (ϕ_{Cd}). Para idealizar la curva se cuenta con diferentes representaciones: bilineales, trilineales, multilineales, y no lineal (sección 2.4). Al igual que en el caso anterior, se requiere una capacidad de rotación donde es probable que se formen las rótulas plásticas.

La curva momento-rotación adoptada por el EC3-1-8:2005 se muestra en la Figura 2.29, donde

$$\phi = \begin{cases} \frac{M_{j,Ed}}{S_{j,ini}} & \text{si } M_{j,Ed} < \frac{2}{3} M_{j,Rd} \\ \frac{(1,5 M_{j,Ed} / M_{j,Rd})^\xi}{S_{j,ini}} M_{j,Ed} & \text{si } \frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{j,Ed} < M_{j,Rd} \end{cases} \quad (2.39)$$

siendo $M_{j,Rd}$ el momento resistente de la unión, $M_{j,Ed}$ el momento aplicado, y ξ depende de la tipología de la unión (2.13).

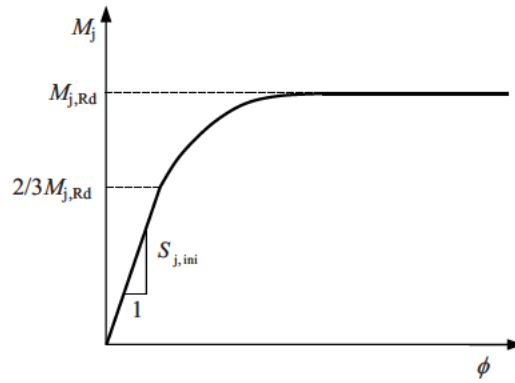


Figura 2.29. Curva $M_j - \phi$ propuesta por el EC3-1-8:2005 para un análisis global elastoplástico.

Si la representación es bilineal, el EC3-1-8:2005 propone la curva simplificada de la Figura 2.30, siendo $S_j = S_{j,ini} / \eta$, y

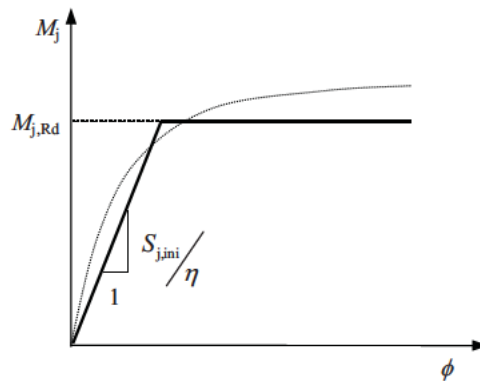


Figura 2.30. Curva $M_j - \phi$ simplificada propuesta por el EC3-1-8:2005 para un análisis global elastoplástico.

Capítulo 3

Análisis de uniones viga-columna con el Método de los Componentes

3.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo 2 se han presentado diferentes métodos y modelos para predecir la curva momento-rotación de una unión. El modelo recogido en la norma europea, Eurocódigo 3 (EC3-1-8:2005), es un método mecánico-analítico denominado el *método de los componentes* (Yee y Melchers, 1986; Jaspart, 1991; Faella et al., 1995a, 1996b, 2000). Este método divide la unión en una serie de muelles (componentes) donde cada uno posee su propia resistencia y rigidez a tracción, compresión o cortante. La respuesta de la unión se puede predecir a partir del conocimiento de las propiedades mecánicas y geométricas de cada componente.

Mediante este método se pueden analizar, por ejemplo: uniones viga-columna soldadas, uniones viga-columna con chapa de testa extendida o enrasada, empalme de vigas con chapa de testa extendida, empalme de vigas con chapa cubrejuntas y uniones atornilladas con angulares.

Antes de aplicar el método de los componentes se debe definir: el tipo de unión que se va a resolver, las simplificaciones y comprobaciones que hay que realizar, y las fuerzas que actúan en el nudo. Para determinar las características de los componentes es necesario que la unión esté completamente diseñada, y poder caracterizar adecuadamente el comportamiento mecánico de la unión. Una vez obtenida la rigidez y la resistencia de la unión, se comprueba las soldaduras y el cortante máximo que puede soportar la unión.

A continuación se indican los principales pasos para aplicar el método de los componentes (Figura 3.1):

1. Elegir el tipo de unión.
2. Definir la geometría de la unión.
3. Identificar los componentes que intervienen en la unión.
4. Determinar las fuerzas en la unión.
5. Calcular las dimensiones de las soldaduras.
6. Evaluar la resistencia (F) y la rigidez axial (k) de cada uno de los componentes.

7. Calcular la resistencia o momento resistente equivalente ($M_{j,Rd}$) y la rigidez inicial ($S_{j,ini}$) de la unión, mediante el ensamblaje de los componentes. El componente de la cadena con menor resistencia determina la resistencia de la unión.
8. Determinar la capacidad de deformación de cada componente. A partir de la cual se puede obtener la ductilidad de la unión.
9. Comprobar el esfuerzo cortante máximo que soporta la unión.
10. Comprobar las soldaduras calculadas en el paso 5.

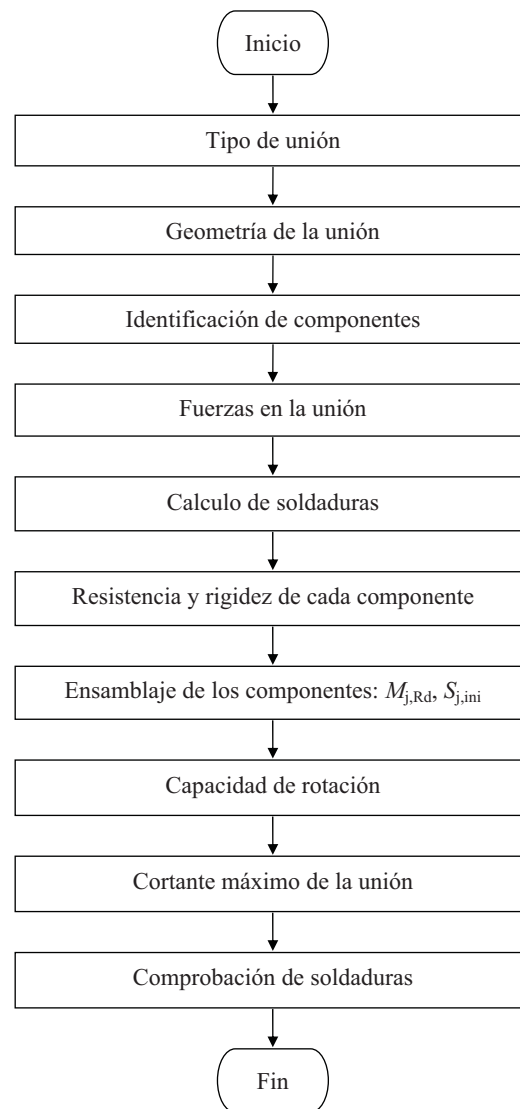


Figura 3.1. Pasos para aplicar el método de los componentes.

Una vez obtenidos $M_{j,Rd}$, $S_{j,ini}$, y la capacidad de rotación de la unión se puede obtener la curva momento-rotación de la Figura 3.2, teniendo en cuenta que:

- La precisión de los resultados depende del número de componentes que se emplean y de su descripción mecánica. En principio, las características de los componentes son independientes entre sí. Sin embargo, algunos componentes no actúan de forma

independiente, pudiendo influir y ser influidos por otros componentes cercanos. Por lo que, es importante definir los componentes y sus posibles interacciones adecuadamente.

- El método de los componentes considera que las uniones trabajan principalmente a flexión y los esfuerzos axiales son mínimos. Actualmente, se encuentran en desarrollo propuestas de componentes que permiten introducir el esfuerzo axial en la unión (Simões y Girão, 2001; Simões et al., 2002; Urbonas y Daniūnas, 2006; Daniūnas y Urbonas, 2008).

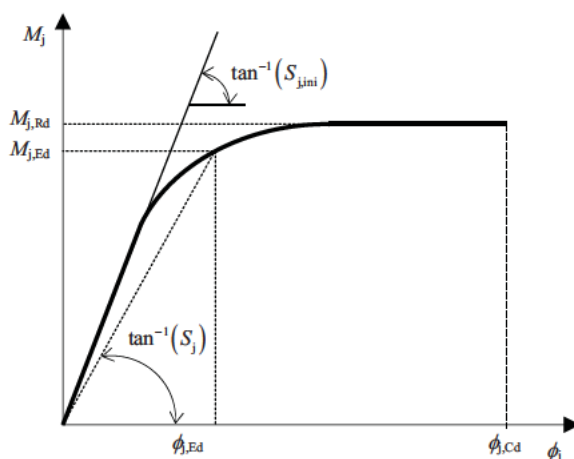


Figura 3.2. Curva momento-rotación de una unión.

3.2 COMPONENTES DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA CON CHAPA DE TESTA EXTENDIDA

El tipo de unión que se estudia en este trabajo es una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada al ala de la columna continua y sin rigidizar. El número de filas de tornillos es tres (Figura 3.3):

- Fila 1: zona de tracción. Parte extendida de la chapa de testa.
- Fila 2: zona de tracción. Por debajo del ala superior de la viga.
- Fila 3: zona de compresión.

El motivo por el que se ha escogido esta unión se debe a que es una de las uniones más utilizadas en estructuras metálicas. Es una unión sencilla de fabricar y montar, y se pueden combinar las ventajas del trabajo de soldadura en taller (entre la chapa de testa y las alas y el alma de la viga) con el atornillado en obra (entre la chapa de testa y la columna). Es una unión con comportamiento semirrígido, aunque a veces se puede clasificar como rígida debido a su elevada rigidez inicial. Este tipo de unión se ha empleado también con la columna rigidizada, para obtener una unión con un comportamiento rígido.

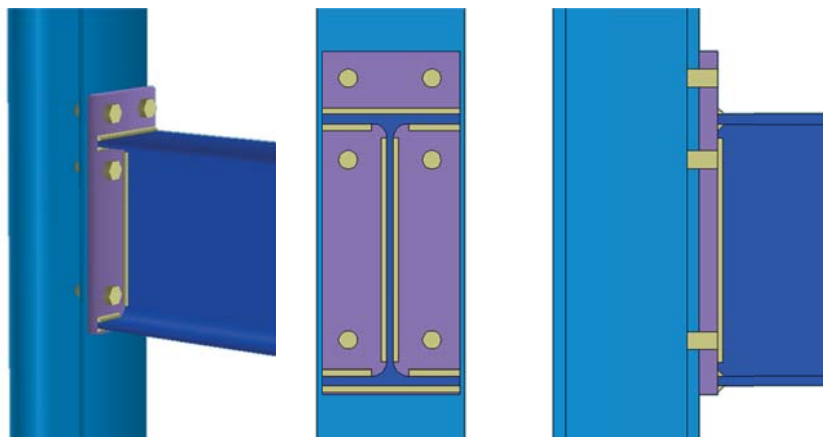


Figura 3.3. Unión viga-columna con chapa de testa atornillada a una columna continua y sin rigidizar.

La unión con chapa de testa extendida en el lado de tracción suele emplearse en pórticos sometidos principalmente a cargas gravitatorias. Para su buen funcionamiento no debe ocurrir la inversión de momentos (esfuerzos horizontales debido al viento o a un sismo).

En la Figura 3.4 se muestran los parámetros necesarios para definir la geometría de este tipo de unión, siendo:

- h_b la altura de la viga,
- t_{wb} el espesor del alma de la viga,
- t_{fb} el espesor del ala de la viga,
- b_b el ancho de la viga,
- r_b el radio de acuerdo de la unión entre el alma y el ala de la viga,
- h_c la altura de la columna,
- t_{wc} el espesor del alma de la columna,
- t_{fc} el espesor del ala de la columna,
- b_c el ancho de la columna,
- r_c el radio de acuerdo de la unión entre el alma y el ala de la columna,
- b_p el ancho de la chapa de testa extendida,
- h_p la altura de la chapa de testa extendida,
- t_p el espesor de la chapa de testa extendida,
- l_{ps} la distancia vertical del borde superior de la chapa al ala superior de la viga,
- l_{pi} la distancia vertical del borde inferior de la chapa al ala inferior de la viga,
- w la distancia horizontal entre los ejes de los tornillos,
- e la distancia horizontal del eje del tornillo al borde de la chapa,
- e_x la distancia vertical entre el eje del tornillo de la fila 1 y el borde de la chapa,
- p_x la distancia vertical entre los ejes de los tornillos de las filas 1 y 2,
- p la distancia vertical entre los ejes de los tornillos de las filas 2 y 3,
- d_0 el diámetro de los agujeros de los tornillos,
- a_1 la distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 1 y el ala superior de la viga,
- a_2 la distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 2 y el ala superior de la viga,

- a_3 la distancia vertical entre el eje de los tornillos de la fila 3 y el ala inferior de la viga,
- a_{wp} el espesor de la garganta de soldadura entre el alma de la viga y la chapa, y
- a_{fp} el espesor de la garganta de soldadura entre el ala de la viga y la chapa.

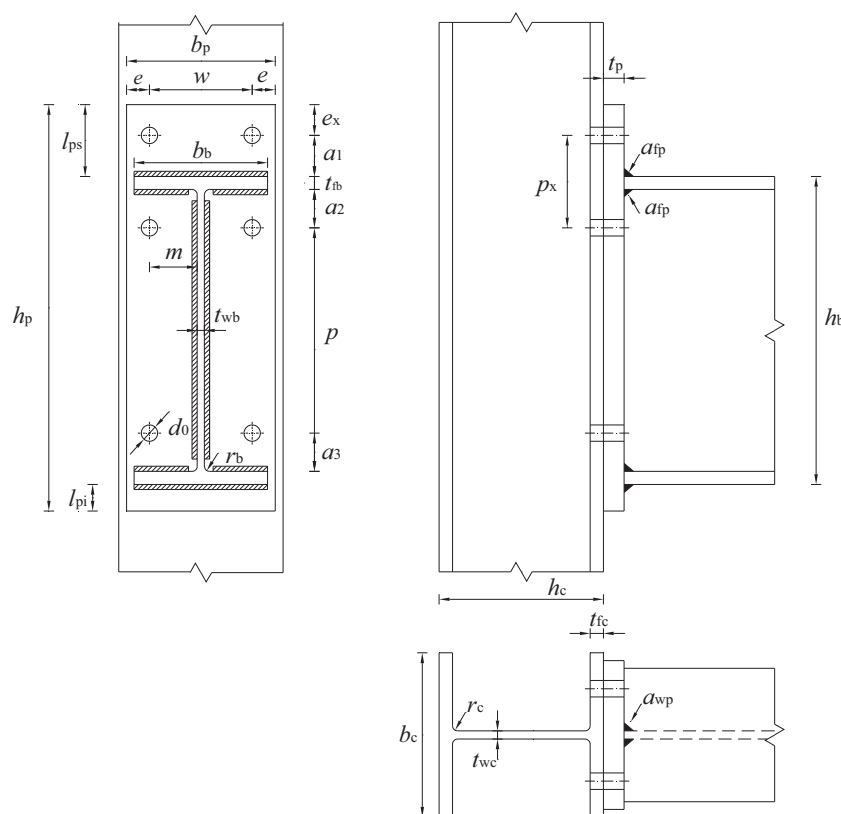


Figura 3.4. Parámetros geométricos de una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada a una columna sin rigidizar.

El EC3-1-8:2005 considera hasta 20 componentes básicos para modelizar las uniones más utilizadas en estructuras de acero: empalme de vigas con chapa de testa, uniones soldadas, unión columna-placa de anclaje, etc. Para una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada al ala de la columna sin rigidizar, los componentes principales (Figura 3.5) según el EC3-1-8:2005 son:

1. En la zona de cortante
 - Componente 1: Panel del alma de la columna a cortante (wp).
2. En la zona de tracción
 - Componente 3: Alma de la columna a tracción (cwt).
 - Componente 4: Ala de la columna a flexión (cfb).
 - Componente 5: Chapa de testa a flexión (fp).
 - Componente 8: Alma de la viga a tracción (bwt).
 - Componente 10: Tornillos a tracción (tb).
3. En la zona de compresión

- Componente 2: Alma de la columna a compresión (cwc).
- Componente 7: Ala y alma de la viga a compresión (bfc).

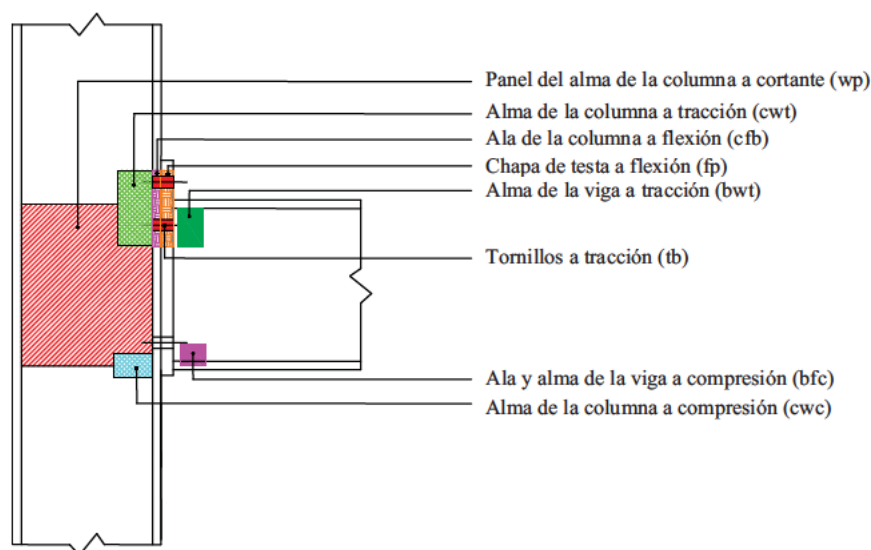


Figura 3.5. Componentes de una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada al ala de la columna sin rigidizar.

Cada uno de estos componentes tiene su propia resistencia y rigidez a tracción, compresión o cortadura. Los componentes 7 (ala y alma de la viga a compresión) y 8 (alma de la viga a tracción) solo se consideran en el cálculo de la resistencia (6.3.2 del EC3-1-8:2005; Jaspart, 2000), el resto de componentes se tienen en cuenta tanto en el cálculo de la resistencia como en el cálculo de la rigidez.

Algunos de estos componentes dependen a su vez del número y localización de las filas de tornillos: ala de la columna a flexión, chapa de testa a flexión, tornillos a tracción, alma de la columna a tracción y alma de la viga a tracción. Estos componentes se analizan de forma independiente y como pertenecientes a un grupo de filas de tornillos (introduciendo las posibles interacciones con otras filas).

En la Figura 3.6 se muestra el modelo mecánico de muelles equivalente de la unión. En esta figura se pueden distinguir los componentes pertenecientes a las filas de tornillos, y el resto, denominados *independientes*: alma de la columna a cortante, alma de la columna a compresión, ala y alma de la viga a compresión.

La *conexión* está formada por los componentes: 2 (cwc), 3 (cwt), 4 (cfb), 5 (fp), 7 (bfc), 8 (bwt) y 10 (tb), y la *unión* es el conjunto formado por la conexión y el componente 1 (cws).

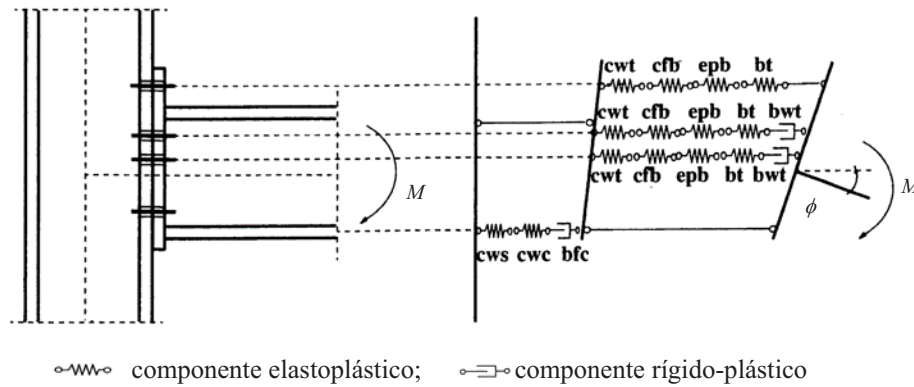


Figura 3.6. Modelo mecánico de muelles (Faella et al., 2000).

3.3 FUERZAS EN UNA UNIÓN

La relación entre las propiedades de los componentes y de la unión está basada en la distribución de los esfuerzos internos. Para unas fuerzas externas, actuando en el nudo, la distribución de los esfuerzos entre los componentes debe de cumplir los siguientes requerimientos:

- equilibrio entre los esfuerzos internos y externos;
- cada componente debe resistir las fuerzas y momentos del análisis;
- las deformaciones no deben superar la capacidad de deformación de cada uno de los componentes, y
- las deformaciones entre los componentes deben ser compatibles.

Por ejemplo, la unión viga-columna mostrada en la Figura 3.7 debe diseñarse para resistir los esfuerzos transmitidos por las vigas: momentos ($M_{b1,Ed}$ y $M_{b2,Ed}$), axiales ($N_{b1,Ed}$ y $N_{b2,Ed}$) y cortantes ($V_{b1,Ed}$ y $V_{b2,Ed}$), siendo necesario considerar la deformación por cortante del panel del alma y la deformación por rotación de las conexiones.

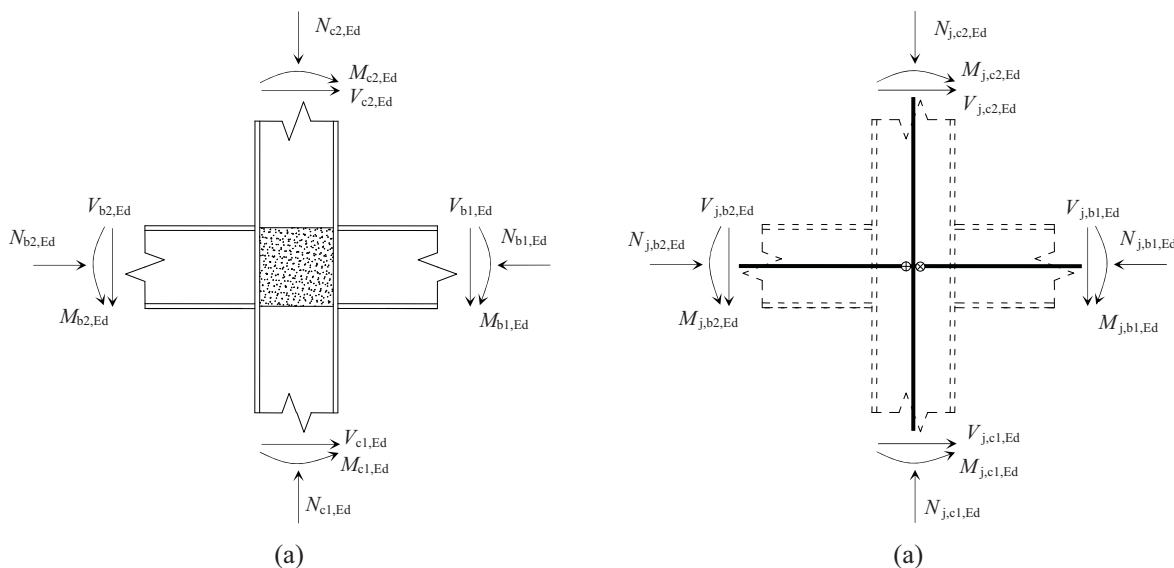


Figura 3.7. Fuerzas y momentos que pueden actuar en una unión: (a) esfuerzos en la periferia del alma a cortante; (b) esfuerzos en la intersección de los ejes.

En la Figura 3.8a se muestran los esfuerzos en el alma de la columna a cortante y en la Figura 3.8b los esfuerzos en la intersección de los ejes viga-columna. La deformación del panel del alma de la columna es debido al esfuerzo cortante $V_{wp,Ed}$, cuyo valor se obtiene a partir de los momentos y fuerzas en los extremos de barras

$$V_{wp,Ed} = \frac{M_{b1,Ed} - M_{b2,Ed}}{z} - \frac{V_{c1,Ed} - V_{c2,Ed}}{2} \quad (3.1)$$

donde z es la distancia al centro de compresiones. En una unión viga-columna con chapa de testa, con dos filas de tornillos en la zona de tracción, se considera la distancia desde la mitad del espesor del ala comprimida de la viga al punto medio entre las dos filas de tornillos traccionados (6.7.2.2(2) del EC3-1-8:2005).

Una unión doble (Figura 3.8b), viga-columna-viga, se puede modelizar como dos uniones sencillas viga-columna, en la que se tiene en cuenta la interconexión. Su comportamiento se representa mediante dos curvas momento-rotación, una para cada lado. La influencia del cortante en el alma de la columna se tiene en cuenta mediante un coeficiente β , denominado factor de transformación (5.3 del EC3-1-8:2005). La determinación de β puede ser compleja, por lo que en ocasiones se utilizan valores aproximados (Tabla 3.1).

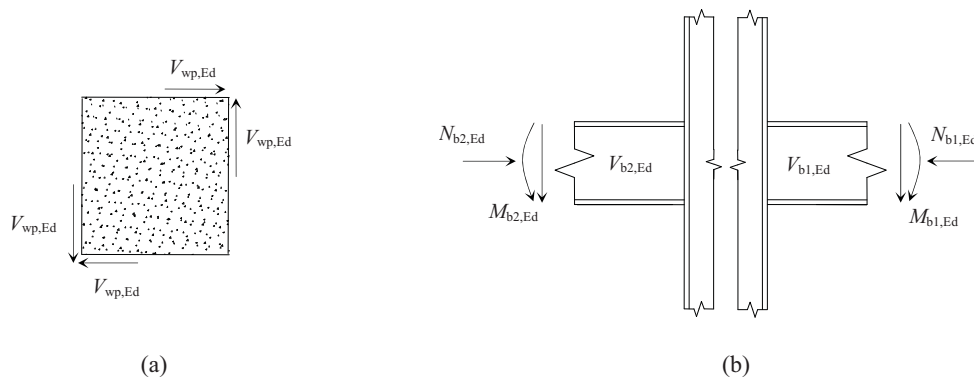


Figura 3.8. (a) Esfuerzos cortantes en el alma de la columna; (b) esfuerzos en una unión doble: conexión izquierda y derecha.

Tabla 3.1. Valores aproximados del parámetro de transformación β (Tabla 5.4 del EC3-1-8:2005)

Tipo de unión	Esfuerzos	β
Unión de un solo lado: columna continua y no continua	$M_{b1,Ed}$	≈ 1
	$M_{b1,Ed} = M_{b2,Ed}$	$= 0$
Unión doble: columna continua y no continua	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} > 0$	≈ 1
	$M_{b1,Ed} / M_{b2,Ed} < 0$	≈ 2
	$M_{b1,Ed} + M_{b2,Ed} = 0$	≈ 2

Por tanto, la deformación de la unión es igual a la deformación debida al cortante en el alma de la columna más la deformación de cada una de las conexiones.

3.4 RESISTENCIA Y RIGIDEZ DE LOS COMPONENTES

Una vez identificados los componentes de una unión se obtiene la resistencia y la rigidez de cada uno de ellos aplicando el procedimiento descrito en el EC3-1-8:2005.

Para la aplicación del método de los componentes se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Tanto la viga como la columna deben ser perfiles I o H.
2. La parte exterior de la chapa de testa extendida tiene sólo una fila de tornillos.
3. La unión viga-columna solamente tiene dos tornillos en cada fila.
4. Las uniones trabajan principalmente a flexión, donde:
 - 4a. El axil de cálculo (N_{Ed}) de la viga no debe superar el 5% del axil plástico de la viga ($N_{b,pl,Rd}$) (6.2.3(2) del EC3-1-8:2005). En caso contrario, se debe comprobar

$$\frac{M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} + \frac{N_{j,Ed}}{N_{j,Rd}} \leq 1 \quad (3.2)$$

- 4b. El esfuerzo cortante (V_{Ed}) no debe superar el 50% del cortante de plastificación del alma de la viga ($V_{pl,b,Rd}$).

Antes de aplicar el método de los componentes, para el cálculo de la resistencia y la rigidez de la unión, se debe comprobar que:

1. Las soldaduras que conectan el alma de la viga y la chapa de testa deben de ser capaz de aguantar el cortante de la viga, sin la colaboración de las soldaduras que conectan el ala de la viga y la chapa de testa (6.2.2(1) del EC3-1-8:2005).
2. El tamaño de las soldaduras deben ser tal que el momento resistente de la unión esté siempre limitado por los componentes básicos de la unión y no por las soldaduras (6.2.3(4) del EC3-1-8:2005).
3. Para que la columna, sin rigidizar, cumpla la resistencia a abolladura, se debe cumplir (6.2.6.1(1) del EC3-1-8:2005)

$$\frac{d_{wc}}{t_{wc}} \leq 69\varepsilon ; \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yc}}} \quad (3.3)$$

donde d_{wc} es la altura de la parte recta del alma de la columna, y f_{yc} es la resistencia de fluencia del material de la columna. Esta condición se cumple en todos los perfiles laminados.

4. En uniones viga-columna en la que se requiere la formación de rótulas plásticas, las soldaduras deben resistir el efecto de un momento igual al menor valor de (6.2.3(5) del EC3-1-8:2005):
 - El momento plástico de la viga, y
 - α veces el momento resistente de la unión

α 1,4 cuando la estructura está arriostrada

α 1,7 el resto de los casos

Si se cumplen las condiciones anteriores, se procede a calcular la resistencia y la rigidez de cada uno de los componentes y su posterior ensamblaje.

A continuación se describe el cálculo de la resistencia y de la rigidez (6.2.6, 6.3 y 6.4 del EC3-1-8:2005) de cada uno de los componentes descritos en la sección 3.2. Éstos se pueden ver en la Figura 3.9.

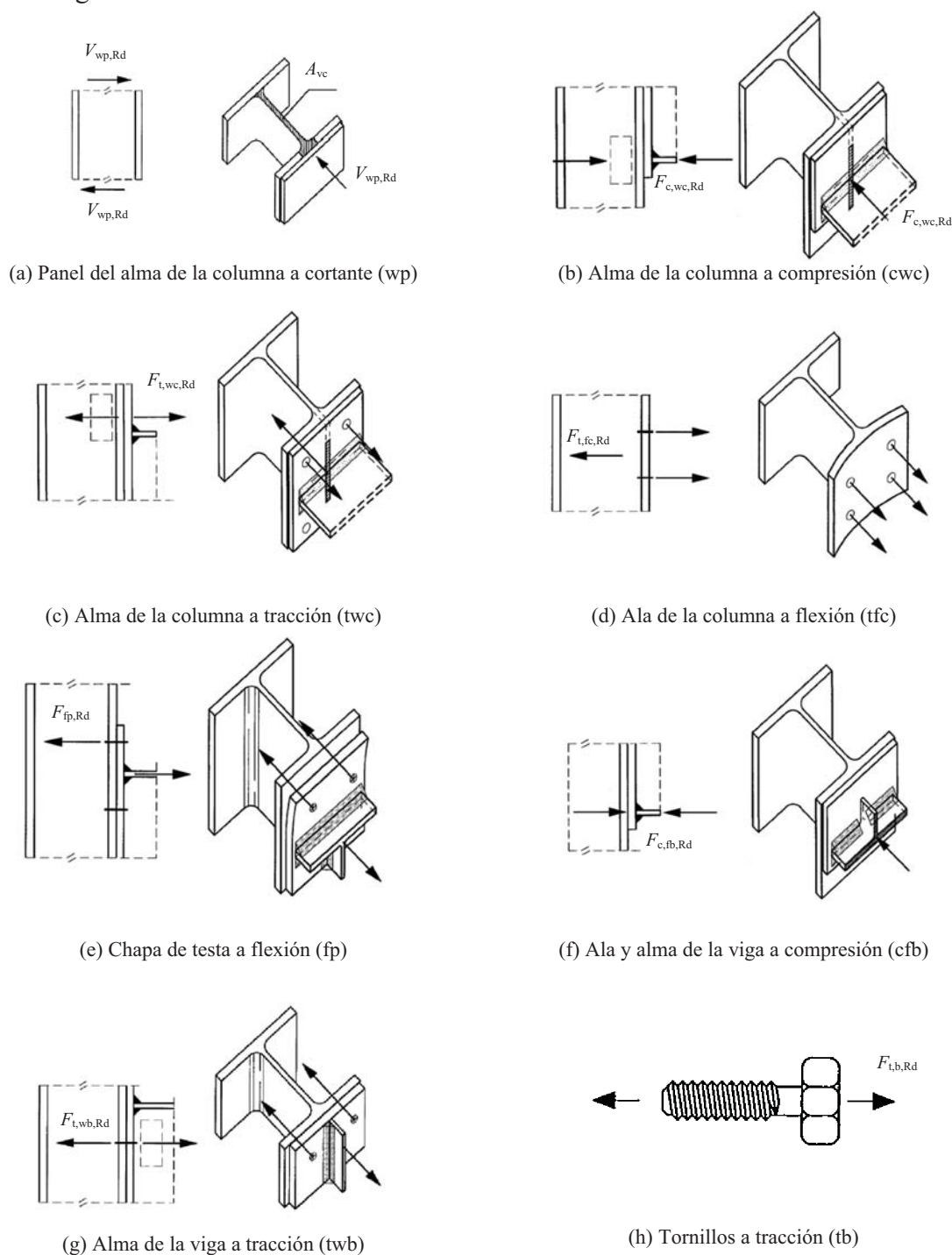


Figura 3.9. Resistencia de los componentes básicos de una unión viga-columna con chapa de testa extendida (Guardiola, 2006).

3.4.1 T-stub en tracción

En uniones viga-columna con chapa de testa extendida, el modelo *T-stub* en tracción (Figura 3.10) es utilizado para obtener la resistencia de los componentes: ala de la columna a flexión (Figura 3.11a) y chapa de testa a flexión (Figura 3.11b).

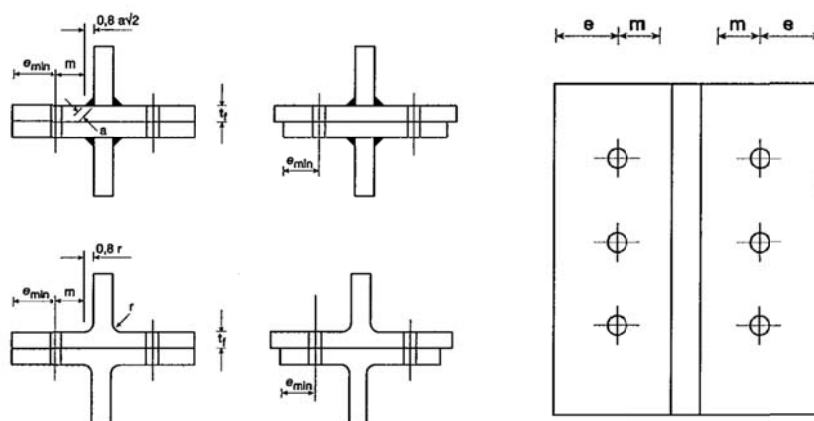


Figura 3.10. Dimensiones del modelo T-stub en tracción.

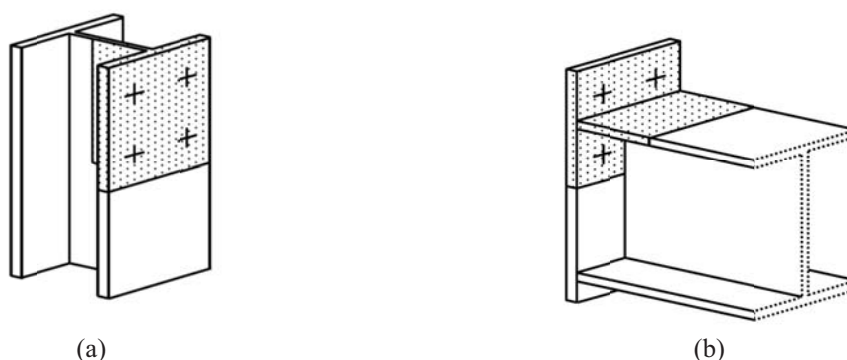


Figura 3.11. T-stub en tracción: (a) T-stub para el ala de la columna; (b) T-stub para la chapa a flexión.

Este modelo fue propuesto originalmente por Ye y Melchers (1986), y ahora está recogido en la actual norma europea (6.2.4 del EC3-1-8:2005).

En la Figura 3.12 se muestra los tres modos de rotura (Faella y et al., 2000) que puede presentar una unión T-stub sometida a tracción, debido al agotamiento por flexión en las alas.

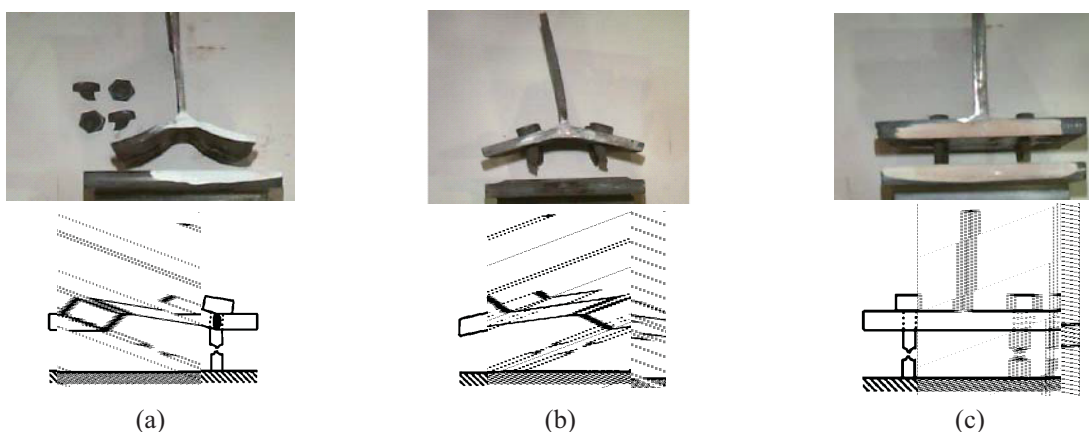


Figura 3.12. Modos de rotura del modelo T-stub (Spyros, 2004): (a) modo 1; (b) modo 2; (c) modo 3.

Modo de rotura 1 (mecanismo flexible)

Se caracteriza por la formación de cuatro rótulas plásticas en las alas (Figura 3.13a): dos debidas a la flexión ocasionada por los tornillos, situadas a la altura de sus ejes, y otras dos localizadas en la unión entre el ala y el alma del perfil, a una distancia m

$$m = d - 0,8r \quad (3.4)$$

donde d es la distancia del eje del tornillo a la cara del alma y r el radio de acuerdo entre el ala y el alma del perfil. Se produce cuando el espesor del ala de la T-stub es pequeño y, por tanto, la deformación de las alas es importante en relación con la de los tornillos.

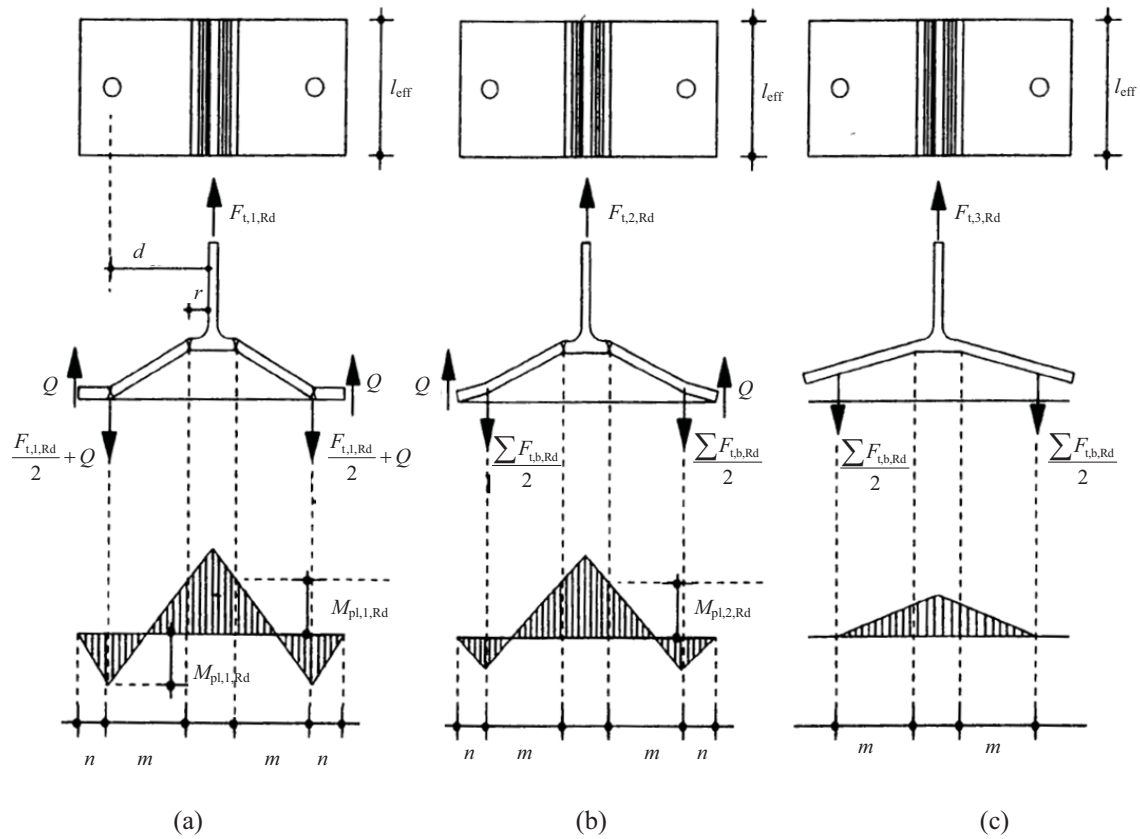


Figura 3.13. Modos de rotura del modelo T-stub (Faella et al., 2000):
(a) modo 1; (b) modo 2; (c) modo 3.

La resistencia para este modo de rotura se determina como

$$F_{t,1,Rd} = 4 \frac{M_{pl,1,Rd}}{m} \quad (3.5)$$

donde

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{0,25 \sum l_{eff,i} t_f^2 f_y}{\gamma_{M_0}} \quad (3.6)$$

siendo

t_f el espesor del ala,

$l_{eff,1}$ la longitud efectiva para el modo de rotura 1 (Figura 3.13a),

- f_y la tensión de fluencia del ala, y
 γ_{M_0} el coeficiente parcial para la resistencia de las secciones transversales.

En este caso se puede producir un incremento significativo de la resistencia al considerar la influencia del tornillo. Su acción no se limita al eje, sino que se extiende por toda el área bajo la cabeza o la tuerca del tornillo. Una fórmula alternativa (Tabla 6.2 del EC3-1-8:2005) consiste en suponer que la acción del tornillo se distribuye uniformemente bajo su cabeza

$$F_{t,1,Rd} = \frac{(8n - 2e_w)M_{pl,1,Rd}}{2mn - e_w(m + n)} \quad (3.7)$$

donde

- $n = e_{\min}$ siendo $n \leq 1,25m$ (Figura 3.13a), y
 $e_w = d_w / 4$ d_w es el ancho de la arandela.

Modo de rotura 2 (mecanismo semirrígido)

Se caracteriza por la formación de dos rótulas plásticas en las alas (unión alas-alma) y la fractura de los tornillos (Figura 3.13b). Se produce cuando los espesores del ala son mayores, y las deformaciones por flexión de las alas y los alargamientos de los tornillos son similares.

La resistencia para este modo de rotura se determina como

$$F_{t,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,b,Rd}}{m + n} \quad (3.8)$$

donde n representa la distancia entre el eje del tornillo y la fuerza de palanca (Q), y $F_{t,b,Rd}$ la resistencia a tracción de un tornillo (3.34).

Las ecuaciones (3.5), (3.7) y (3.8) se pueden aplicar cuando se desarrollan fuerzas de palanca. El EC3-1-8:2005 indica que si $L_b \leq L_b^*$ se producen estas fuerzas de palanca, siendo

$$L_b^* = \frac{8,8m^3 A_s}{\sum l_{eff,1} t_f^3} \quad (3.9)$$

donde

- L_b es la longitud de elongación de los tornillos, tomada como la suma de los espesores a unir, más los espesores de las arandelas, más la mitad del espesor de la cabeza del tornillo, más la mitad del espesor de la tuerca del tornillo, y
 A_s el área resistente del tornillo.

Por el contrario, si $L_b > L_b^*$ no existen fuerzas de palanca y la resistencia para los modos de rotura 1 y 2 es la misma

$$F_{t,1-2,Rd} = \frac{2M_{f,Rd}}{m} \quad (3.10)$$

Modo de rotura 3 (mecanismo rígido)

Este último modo se produce debido a la rotura a tracción de los tornillos (Figura 3.13c). Se produce cuando el espesor del ala de la T-stub es muy grueso, de manera que su deformación es despreciable, absorbiendo los tornillos todo el esfuerzo de tracción.

La resistencia para este modo de rotura se determina como

$$F_{t,3,Rd} = \sum F_{t,b,Rd} \quad (3.11)$$

Resistencia de la T-stub

La resistencia de la T-stub se define como el valor mínimo de la resistencia del modo 1, 2 y 3, y la resistencia a punzonamiento de cálculo ($B_{p,Rd}$) entre la cabeza y la tuerca de los tornillos

$$F_{t,Rd} = \min(F_{t,1,Rd}, F_{t,2,Rd}, F_{t,3,Rd}, \sum B_{p,Rd}) \quad (3.12)$$

Para el diseño de los tornillos a tracción ($F_{t,Ed}$) se debe cumplir (3.4.2 del EC3-1-8:2005)

$$F_{t,Ed} = \min(F_{t,Rd}, B_{p,Rd}) \quad (3.13)$$

siendo

$$B_{p,Rd} = \frac{0,6\pi d_m t f_u}{\gamma_{M_2}} \quad (3.14)$$

donde d_m es la media de la dimensión entre caras y entre vértices de la cabeza del tornillo o de la tuerca, tomándose la menor de ambas; t el espesor mínimo de la chapa bajo la cabeza del tornillo y la chapa bajo la tuerca, y f_u la resistencia última de la chapa.

3.4.2 Alma de la columna a cortante

La resistencia de diseño del alma de la columna a cortante (Figura 3.9a) es

$$V_{wp,Rd} = \frac{0,9 f_{y,cw} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M_0}} \quad (3.15)$$

donde

A_{vc} es el área resistente a cortante de la columna

$$A_{vc} = A_c - 2b_{cf} t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c) t_{fc} \quad (3.16)$$

$f_{y,cw}$ es la tensión de fluencia del alma de la columna, y

γ_{M_0} es el coeficiente parcial para la resistencia de las secciones transversales ($\gamma_{M_0} = 1,00$ (EN1993-1-1: 2005)).

La rigidez del alma de la columna a cortante es

$$k_{wp} = \frac{0,38 A_{vc}}{\beta z} \quad (3.17)$$

donde z es el brazo de palanca y β es el parámetro de transformación (Tabla 3.1).

3.4.3 Alma de la columna a compresión

La resistencia de diseño de la columna a compresión (Figura 3.9b) es

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}} \quad (3.18)$$

siendo

$$F_{c,wc,Rd} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}}$$

donde

ω es el factor de reducción que permite el efecto de interacción con el panel del alma de la columna a cortante (Tabla 6.3 del EC3-1-8:2005). Para una unión de vano extremo ($\beta = 1$, Tabla 3.1)

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \left(b_{eff,c,wc} t_{wc} / A_{vc} \right)^2}} \quad (3.19)$$

$b_{eff,c,wc}$ es el ancho efectivo a compresión de la columna. Para uniones atornilladas con chapa de testa

$$b_{eff,c,wc} = \min \begin{cases} t_{fb} + 2\sqrt{2}a_{fp} + 5(t_{fc} + r_c) + 2t_p \\ t_{fb} + \sqrt{2}a_{fp} + 5(t_{fc} + r_c) + t_p + l_{pi} \end{cases} \quad (3.20)$$

donde l_{pi} es la distancia que sobresale la chapa por debajo del ala de la columna,

ρ es el factor de reducción para considerar el pandeo del alma de la columna

$$\rho = \begin{cases} 1,00 & \text{si } \bar{\lambda}_p \leq 0,72 \\ \rho = (\bar{\lambda}_p - 0,2) / \bar{\lambda}_p^2 & \text{si } \bar{\lambda}_p > 0,72 \end{cases} \quad (3.21)$$

siendo $\bar{\lambda}_p$ la esbeltez del panel del alma de la columna

$$\bar{\lambda}_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}} \quad (3.22)$$

donde

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{wc} + r_c) \quad (3.23)$$

y E es el módulo de elasticidad longitudinal del material

k_{wc} es un factor de reducción que depende de la tensión longitudinal de compresión ($\sigma_{com,Ed}$) debida a la fuerza axial y al momento de flexión en la columna

$$k_{wc} = \begin{cases} 1,00 & \text{si } \sigma_{com,Ed} \leq 0,7 f_{y,wc} \\ 1,7 - \frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,wc}} & \text{si } \sigma_{com,Ed} > 0,7 f_{y,wc} \end{cases} \quad (3.24)$$

Generalmente, el factor de reducción es igual a 1. Si $\sigma_{com,Ed}$ es desconocida, el factor k_{wc} se puede omitir.

La rigidez del alma de la columna a compresión es

$$k_{c,wc} = \frac{0,7 b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_{cw}} \quad (3.25)$$

3.4.4 Alma de la columna a tracción

La resistencia de diseño del alma de la columna a tracción (Figura 3.9c) es

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M_0}} \quad (3.20)$$

donde

ω es el factor de reducción (3.19), y

$b_{eff,t,wc}$ es el ancho efectivo a tracción de la columna. Para uniones atornilladas se adopta el mismo valor de $b_{eff,c,wc}$.

La rigidez del alma de la columna a tracción es

$$k_{t,wc} = \frac{0,7 b_{eff,t,wc} t_{wc}}{d_{wc}} \quad (3.26)$$

3.4.5 Ala de la columna a flexión

La resistencia del ala de la columna a flexión correspondiente a una fila de tornillos r (Figura 3.9d) se calcula como la menor resistencia de la T-stub correspondiente a dicha fila. El modo 1 corresponde a la plastificación del ala de la columna, el modo 2 corresponde a la plastificación del ala de la columna y fallo de los tornillos simultáneamente, y el modo 3 corresponde al fallo de los tornillos.

La resistencia de la T-stub para cada uno de estos modos de rotura, se calcula a partir de la disposición geométrica de los taladros, las características de los tornillos, y las dimensiones del ala de la columna (Figura 6.8 del EC3-1-8:2005). Una vez calculada la resistencia para cada modo de rotura, la resistencia a flexión para cada fila r es

$$F_{tr,fc,Rd} = \min(F_{tr,fc,1,Rd}, F_{tr,fc,2,Rd}, F_{tr,fc,3,Rd}) \quad (3.27)$$

Cada fila de tornillos ha de considerarse individualmente y formando un grupo con las filas superiores a ésta.

Las longitudes efectivas (l_{eff}) de la T-stub del ala de la columna correspondiente a la fila de tornillos r (como fila individual o formando parte de un grupo) se calculan según la Tabla 6.4 del EC3-1-8:2005, diferenciando si la fila es extrema o interna.

La rigidez del alma de la columna a flexión es

$$k_{tr,fc} = \frac{0,9 I_{eff,tr,fc} t_{fc}^3}{m^3} \quad (3.28)$$

donde $I_{eff,tr,fc}$ es la longitud efectiva obtenida para el cálculo de la resistencia, siendo igual a la menor longitud calculada para la fila r , como individual o formando parte de un grupo.

3.4.6 Chapa de testa extendida a flexión

La resistencia de la chapa de testa a flexión (Figura 3.9e) correspondiente a una fila de tornillos r , se calcula como la menor resistencia de la T-stub correspondiente a dicha fila, donde el ala de la T es la chapa y el ala de la viga es el alma de la T.

Las filas de los tornillos divididas por un rigidizador o similar se modelan como T-stub diferentes. Los tornillos situados a cada lado del rigidizador pertenecen a distintos grupos de tornillos. En el caso de la chapa de testa extendida se ha de modelar por medio de dos T-stub: una para la extensión de la chapa (Figura 3.14a) y otra para el grupo de tornillos interiores (Figura 3.14b).

La resistencia de la T-stub para cada modo de rotura, se calcula a partir de la disposición geométrica de los taladros, las características de los tornillos, y las dimensiones de la chapa (Figura 6.10 del EC3-1-8:2005). Una vez calculada la resistencia para cada modo, la resistencia a flexión de cada fila r es

$$F_{tr,fp,Rd} = \min(F_{tr,fp,1,Rd}, F_{tr,fp,2,Rd}, F_{tr,fp,3,Rd}) \quad (3.29)$$

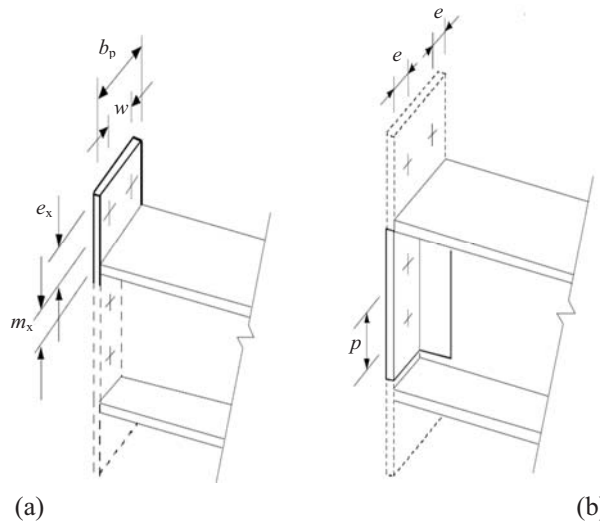


Figura 3.14. T-stub adoptados para el modelado de la chapa de testa extendida a flexión:
(a) fila 1; (b) fila 2 y 3.

La longitud efectiva (I_{eff}) de la T-stub para una fila de tornillos r (como fila individual o formando parte de un grupo) se calcula mediante la Tabla 6.6 del EC3-1-8:2005, en función de la situación de la fila.

La rigidez de la chapa de testa a flexión es

$$k_{tr,fc} = \frac{0,9 l_{eff,tr,fp}^3 t_p^3}{m^3} \quad (3.30)$$

donde

$l_{eff,tr,fp}$ es la longitud efectiva obtenida para el cálculo de la resistencia, siendo igual a la menor longitud calculada para la fila r , como individual o formando parte de un grupo, y

m es igual a m_x (Figura 3.14) cuando la fila r es la fila de la parte extendida.

3.4.7 Ala y alma de la viga a compresión

La resistencia de diseño del ala y alma de la viga a compresión (Figura 3.9f) es

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{h_b - t_{tb}} \quad (3.31)$$

donde $M_{c,Rd}$ es el momento de diseño de la viga. Si el cortante de cálculo (V_{Ed}) es menor que el 50% del cortante plástico de la viga ($V_{pl,b,Rd}$), el momento $M_{c,Rd}$ es igual al momento plástico de la viga (EN 1993-1-1:2005)

$$M_{c,Rd} = M_{pl,b,Rd} = \frac{W_{pl,b,Rd} f_{yb}}{\gamma_{M_0}} \quad (3.32)$$

La rigidez de diseño del ala y alma de la viga a compresión se considera infinita (6.3.2 del EC3-1-8:2005; Jaspart, 2000).

3.4.8 Alma de la viga a tracción

La resistencia de diseño del alma de la viga a tracción (Figura 3.9g) es

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} t_{wb} f_{y,wb}}{\gamma_{M_0}} \quad (3.33)$$

donde $b_{eff,t,wb}$ es el ancho efectivo del alma de la viga a tracción, correspondiendo con la longitud efectiva de la T-stub de la chapa de testa a flexión para la fila r (como fila individual o formando parte de un grupo).

La rigidez de diseño del alma de la viga a tracción se considera infinita (6.3.2 del EC3-1-8:2005; Jaspart, 2000).

3.4.9 Tornillos a tracción

La resistencia de un tornillo a tracción (Figura 3.9h) es

$$F_{t,b,Rd} = \frac{0,9 f_{ub} A_s}{\gamma_{M_2}} \quad (3.34)$$

donde

f_{ub} es la resistencia última del tornillo,

A_s es el área resistente del tornillo, y
 γ_{M_2} es un coeficiente parcial de seguridad para los tornillos igual a 1,25. También es denominado γ_{M_b} .

La rigidez del componente de un tornillo a tracción es

$$k_{tb} = \frac{1,6 A_s}{L_b} \quad (3.35)$$

La rigidez de un tornillo a tracción es la misma para un tornillo pretensado que para un tornillo no pretensado (Tabla 6.11 del EC3-1-8:2005).

3.5 ENSAMBLAJE DE LA RESISTENCIA

El objetivo del ensamblaje de la resistencia es obtener la resistencia de cálculo de la unión ($M_{j,Rd}$) a partir de las resistencias de los componentes.

El comportamiento resistente de una unión se asimila al de una “cadena de eslabones”, de manera que la resistencia está condicionada por la resistencia del eslabón (componente) más débil.

Para una unión viga-columna con chapa de testa extendida, la resistencia o momento resistente de una unión se determina mediante (Figura 3.15)

$$M_{j,Rd} = \sum_r h_r F_{tr,Rd} \quad (3.36)$$

donde

$F_{tr,Rd}$ es la resistencia efectiva a tracción de la fila de tornillos r . Las filas de tornillos son enumeradas empezando desde la fila más alejada del centro de compresiones. En una unión atornillada con chapa de testa, el centro de compresiones se encuentra en la mitad del espesor del ala comprimida de la viga (6.7.2.2(2) del EC3-1-8:2005).

h_r es la distancia de la fila de tornillos r al centro de compresiones.

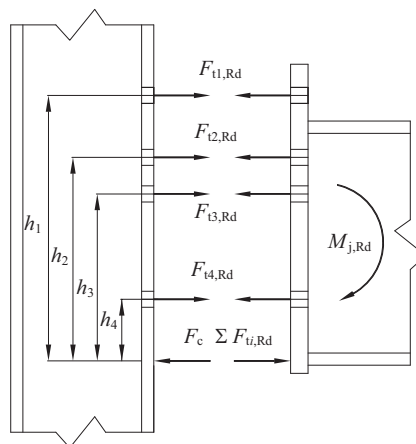


Figura 3.15. Distribución de las fuerzas en los tornillos.

La unión con la chapa de testa transmite el momento flector mediante tracción en los tornillos ($F_{tr,Rd}$) y compresión en el ala opuesta de la viga (F_c). Estas dos fuerzas son iguales y opuestas (Figura 3.15), siempre que la viga no esté sometida a un esfuerzo axial.

3.5.1 Distribución de las fuerzas en los tornillos

La distribución de las fuerzas en los tornillos depende del modo de rotura de la unión. A continuación se describen las distintas posibilidades (Figura 3.16):

- *Lineal*. Si la chapa de testa es suficientemente rígida, el modo de rotura en cada fila de tornillos se produce cuando se agotan los tornillos a tracción, siendo la resistencia de la primera fila $F_{t1,Rd} = 2F_{t1,b,Rd}$.

Dado que la capacidad de deformación de los tornillos a tracción es limitada, la distribución de fuerzas internas entre las diferentes filas de tornillos es lineal respecto al centro de compresiones (Figura 3.16a).

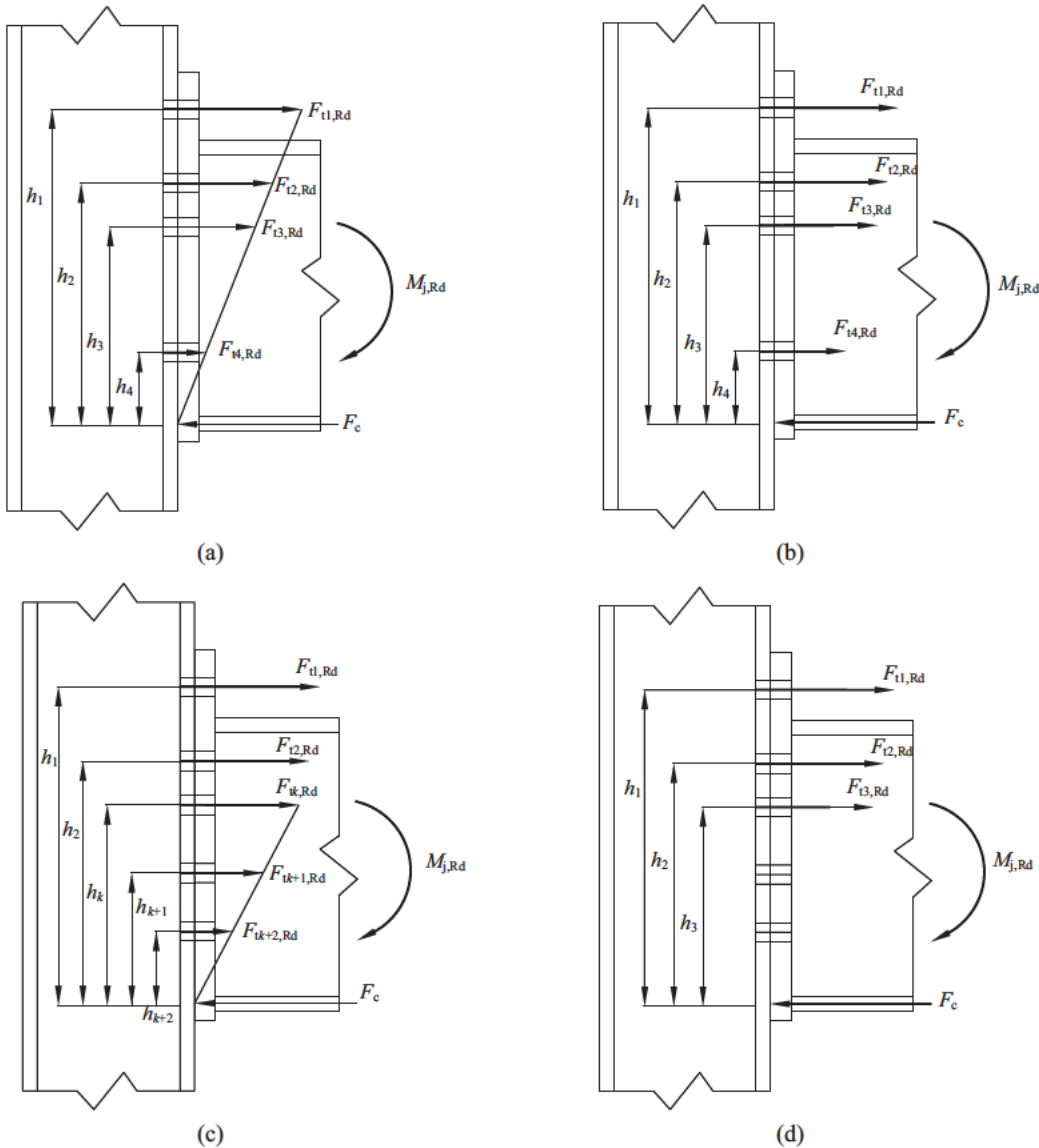


Figura 3.16. Distribución de las fuerzas en los tornillos traccionados. (a) lineal; (b), (c) y (d) plástica.

- *Plástica.* Si la chapa de testa es delgada, el modo de rotura es dúctil y puede producirse una redistribución de fuerzas entre las filas de tornillos, de modo que una vez que la fila superior alcanza su resistencia de cálculo, cualquier momento adicional en la unión es soportado por la segunda fila, hasta que ésta alcance su resistencia de cálculo, y sea la tercera fila la que soporte la carga adicional, y así sucesivamente. En este caso, la distribución se puede presentar de tres formas:
 1. La redistribución plástica de las fuerzas se extiende a todas las filas de tornillos, si éstas tienen capacidad de deformación suficiente (Figura 3.16b).
 2. La redistribución plástica de las fuerzas se interrumpe debido a que la última fila que ha alcanzado su resistencia de cálculo (fila k), no tiene capacidad de deformación suficiente para redistribuir los esfuerzos. En las filas de tornillos restantes (las situadas bajo la fila k) las fuerzas se distribuyen linealmente respecto del centro de compresiones (Figura 3.16c).
 3. La redistribución plástica de las fuerzas se interrumpe porque se agota algunos de los componentes independientes: alma de la columna a cortante, alma de la columna a compresión o ala y alma de la viga en compresión (Figura 3.16d).

3.5.2 Resistencia efectiva de las filas de tornillos

Para una unión viga-columna con chapa de testa extendida y tres filas de tornillos (dos filas en la zona traccionada y una fila en la zona de compresión (Figura 3.3), la resistencia efectiva de cada fila de tornillos r ($F_{tr,Rd}$) se determina de forma secuencial. En cada etapa se ignoran los tornillos de las filas menos traccionadas (filas inferiores). La resistencia de la primera fila es, por tanto, la capacidad resistente que tiene actuando individualmente. Para las siguientes filas (2 y 3) se considera que actúan solas o como parte del grupo en combinación con las filas superiores (2, 2+1, 3, 3+2, 3+2+1).

Para simplificar, el EC3-1-8:2005 recomienda que si la fila de tornillos r está muy próxima al centro de compresiones, la resistencia eficaz de esta fila se puede ignorar. En este trabajo, esta simplificación no es considerada.

Resistencia efectiva de la fila 1 omitiendo fila 2 y 3

La resistencia de la fila 1 ($F_{t1,Rd}$) es el menor valor de las resistencias de:

- el alma de la columna a cortante: $F_{t1,Rd} \leq \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- el alma de la columna a compresión: $F_{t1,Rd} \leq F_{c,wc,Rd}$
- el ala y alma de la viga a compresión: $F_{t1,Rd} \leq F_{c,fb,Rd}$
- el ala de la columna a flexión para la fila 1: $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,fc,Rd}$
- el alma de la columna a tracción para la fila 1: $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,wc,Rd}$
- la chapa de testa a flexión para la fila 1: $F_{t1,Rd} \leq F_{t1,fp,Rd}$

Resistencia efectiva de la fila 2 omitiendo la fila 3

La resistencia de la fila 2 ($F_{t2,Rd}$) es el menor valor de las resistencias de:

- el alma de la columna a cortante: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- el alma de la columna a compresión: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{c,wc,Rd}$
- el ala y alma de la viga a compresión: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{c,fb,Rd}$
- el ala de la columna a flexión para la fila 2: $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,fc,Rd}$
- el alma de la columna a tracción para la fila 2: $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,wc,Rd}$
- la chapa de testa a flexión para la fila 2: $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,fp,Rd}$
- el alma de viga a tracción la fila 2: $F_{t2,Rd} \leq F_{t2,wb,Rd}$
- el alma de la columna a tracción para la fila 1+2: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{t(1+2),wc,Rd}$
- el ala de columna a flexión para la fila 1+2: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq F_{t(1+2),fc,Rd}$

Si $F_{t1,Rd} > 1,9(2F_{t1,b,Rd})$ se debe comprobar $F_{t2,Rd} \leq \frac{F_{t1,Rd}h_1}{h_2}$, siendo h_1 la distancia de la fila

1 al centro de compresiones y h_2 la distancia de la fila 2 al centro de compresiones. Esto garantiza que, si la fila 1 no tiene la capacidad de deformación necesaria para redistribuir los esfuerzos de las filas inferiores, la distribución de fuerzas es lineal respecto del centro de compresiones (Figura 3.16a).

Resistencia efectiva de la fila 3

La resistencia de la fila 3 ($F_{t3,Rd}$) es el menor valor de las resistencias:

- del alma de la columna a cortante: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq \frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$
- del alma de la columna a compresión: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{c,wc,Rd}$
- del ala y alma de la viga a compresión: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{c,fb,Rd}$
- del ala de la columna a flexión para la fila 3: $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,fc,Rd}$
- del alma de la columna a tracción para la fila 3: $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,wc,Rd}$
- de la chapa de testa a flexión para la fila 3: $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,fp,Rd}$
- del alma de viga a tracción la fila 3: $F_{t3,Rd} \leq F_{t3,wb,Rd}$
- del ala de la columna a flexión para la fila 2+3: $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),fc,Rd}$
- del alma de la columna a tracción para la fila 2+3: $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),wc,Rd}$
- de la chapa de testa a flexión para la fila 2+3: $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),fp,Rd}$
- del alma de viga a tracción la fila 2+3: $F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(2+3),wb,Rd}$
- del alma de la columna a tracción para la fila 1+2+3: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(1+2+3),wc,Rd}$

- del ala de columna a flexión para la fila 1+2+3: $F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} + F_{t3,Rd} \leq F_{t(1+2+3),fc,Rd}$

Si $F_{t2,Rd} > 1,9(2F_{t,b,Rd})$ se debe comprobar $F_{t3,Rd} \leq \frac{F_{t2,Rd}h_2}{h_3}$, siendo h_2 la distancia de la fila 2 al centro de compresiones y h_3 la distancia de la fila 3 al centro de compresiones. Esto garantiza que, si la fila 2 no tiene la capacidad de deformación necesaria para redistribuir los esfuerzos de las filas inferiores, la distribución de fuerzas es lineal respecto del centro de compresiones.

Una vez obtenidas las resistencias efectivas para cada fila de tornillos se obtiene el momento resistente de la unión (3.36)

$$M_{j,Rd} = h_1 F_{t1,Rd} + h_2 F_{t2,Rd} + h_3 F_{t3,Rd}$$

3.6 ENSAMBLAJE DE LA RIGIDEZ

El objetivo del ensamblaje de la rigidez es obtener la rigidez secante al giro (S_j) a partir de las rigideces de los componentes (Figura 3.17a).

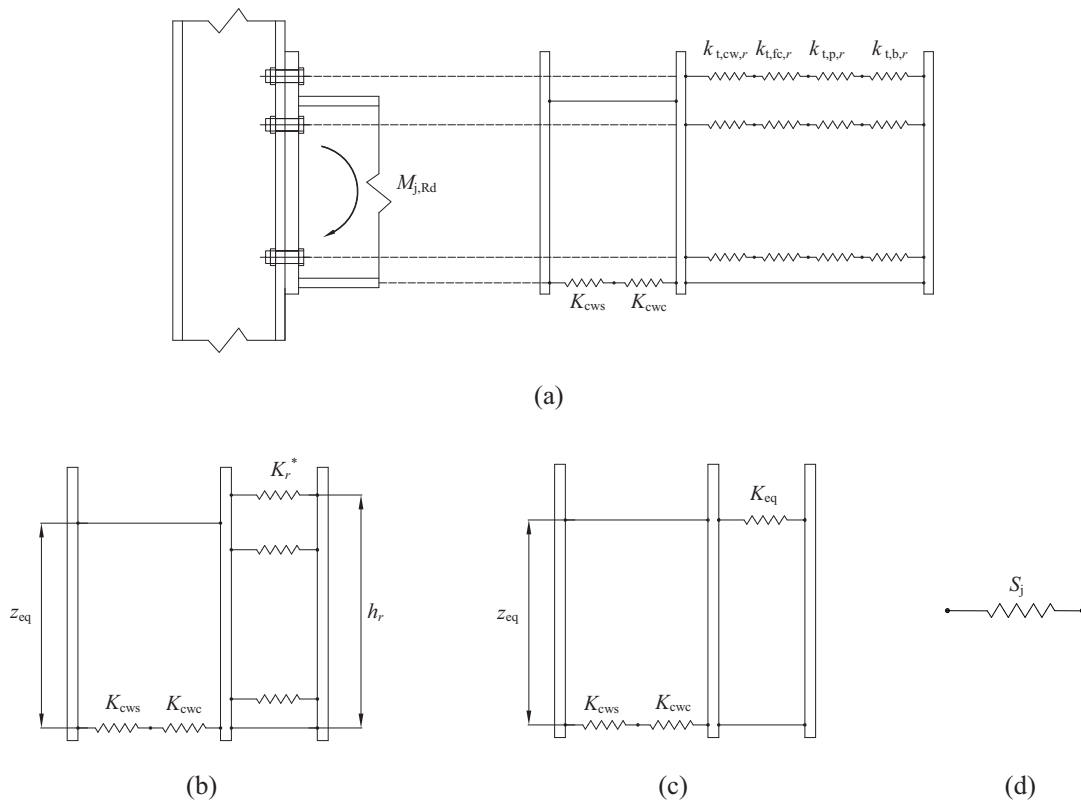


Figura 3.17. Modelo mecánico para el cálculo de la rigidez de la unión.

El EC3-1-8:2005, en su apartado 6.3, define la rigidez secante al giro de una unión atornillada viga-columna con chapa de testa extendida como

$$S_j = \frac{Ez_{eq}^2}{\mu \left(\frac{1}{K_{cws}} + \frac{1}{K_{cwc}} + \frac{1}{K_{eq}} \right)} \quad (3.37)$$

donde

- z_{eq} es el brazo equivalente (3.41),
 K_{eq} es la rigidez equivalente de los componentes, sin considerar la rigidez del panel a cortante (K_{cws}) ni la rigidez del alma de la columna a compresión (K_{cwc}),
 μ es la relación entre la rigidez inicial ($S_{j,ini}$) y la rigidez secante (S_j), siendo

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{si } M_{j,Ed} \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd} \\ 1,5 \left(\frac{M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} \right)^\psi & \text{si } \frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd} \end{cases} \quad (3.38)$$

donde $\psi = 2,7$ para uniones atornilladas con chapa de testa (Tabla 6.8 del EC3-1-8:2005).

La ecuación (3.37) se puede aplicar si el esfuerzo axial en la viga es inferior al 5% del axial que agotaría plásticamente la sección transversal.

Para determinar K_{eq} se realizan los siguientes pasos:

1. Se calcula la rigidez resultante (K_r^*) para cada fila de tornillos r , agrupando todas las componentes que afectan a la fila r (Figura 3.17b)

$$\frac{1}{K_r^*} = \frac{1}{k_{t,wc,r}} + \frac{1}{k_{t,fc,r}} + \frac{1}{k_{t,p,r}} + \frac{1}{k_{t,b,r}} \quad (3.39)$$

2. Se agrupan todas las rigideces resultantes en cada fila (Figura 3.17c) en una única rigidez equivalente K_{eq} , suponiendo que la unión gira en torno al centro de compresiones

$$K_{eq} = \frac{\sum_r K_r^* h_r}{z_{eq}} \quad (3.40)$$

donde z_{eq} es el brazo equivalente

$$z_{eq} = \frac{\sum_r K_r^* h_r^2}{\sum_r K_r^* h_r} \quad (3.41)$$

Una vez obtenidas K_{eq} y z_{eq} se aplica la ecuación (3.37) para obtener la rigidez de la unión (Figura 3.17d).

3.7 CAPACIDAD ROTACIONAL

El EC3-1-8:2005 (6.4.2 y 6.4.3) propone las siguientes reglas para conocer si la unión atornillada dispone de capacidad rotacional suficiente, en el caso de plastificar:

- Si la resistencia ($M_{j,Rd}$) es al menos 1,2 veces superior al momento plástico resistente de diseño ($M_{pl,Rd}$) del miembro conectado, no es necesario comprobar la capacidad rotacional.
- En el caso de uniones atornilladas, se puede suponer que la capacidad de rotación es suficiente si la resistencia de diseño está controlada por el panel del alma de la columna a cortante, el ala de la columna a flexión o la chapa de testa a flexión, y se cumple la ecuación (3.3).
- Si la resistencia de diseño está controlada por los tornillos, no se considera que tiene capacidad rotacional suficiente.

Kuhlmann y Kühnemund (2000) distinguen entre uniones con ductilidad elevada (Figura 3.18a), limitada (Figura 3.18b) y frágil (Figura 3.18c), según el modo de fallo:

- *Elevada*: si el componente que limita la resistencia es el panel del alma de la columna a cortante, el ala de la columna a flexión, la chapa de testa a flexión, o el ala del angular a flexión.
- *Limitada*: si el componente que limita la resistencia es el alma de la columna a compresión o el ala y el alma de la viga a compresión.
- *Frágil*: si el componente que limita la resistencia son los tornillos a tracción.

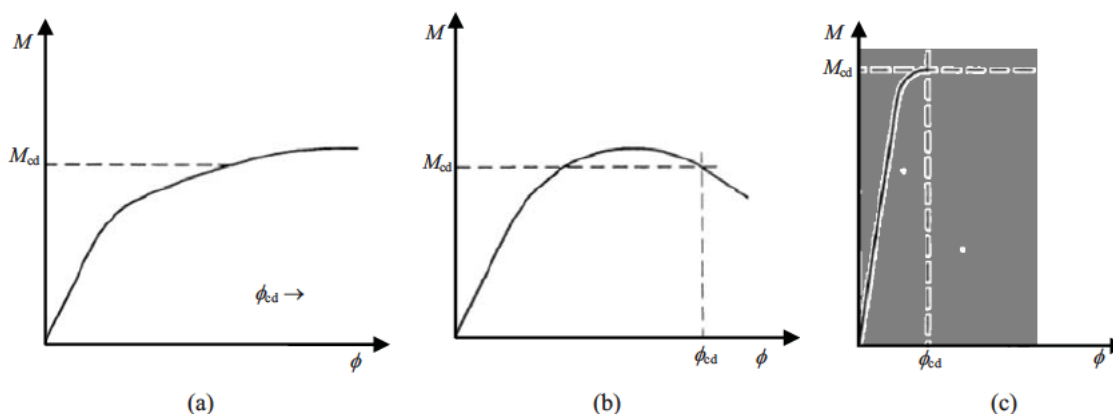


Figura 3.18. Curva momento-rotación para ductilidad: (a) elevada; (b) limitada; (c) frágil.

3.8 RESISTENCIA A CORTANTE

En una unión atornillada con chapa de testa extendida, la resistencia de diseño de cada fila de tornillos debería ser verificada para la combinación de esfuerzos de tracción y cortadura (6.2.2(2) del EC3-1-8:2005). Calculada la resistencia de la unión se debe comprobar que ésta soporta el cortante al que está sometida (V_{Ed}), utilizando los criterios adoptados en la Tabla 3.4 del EC3-1-8:2005.

3.9 CÁLCULO DE LAS SOLDADURAS

En una unión viga-columna con chapa de testa extendida, la viga está unida a la chapa (Figura 3.19) mediante las soldaduras que unen el ala de la viga y la chapa de testa (cordón de soldadura horizontal), y las soldaduras que unen el alma de la viga y la chapa de testa (cordón de soldadura vertical).

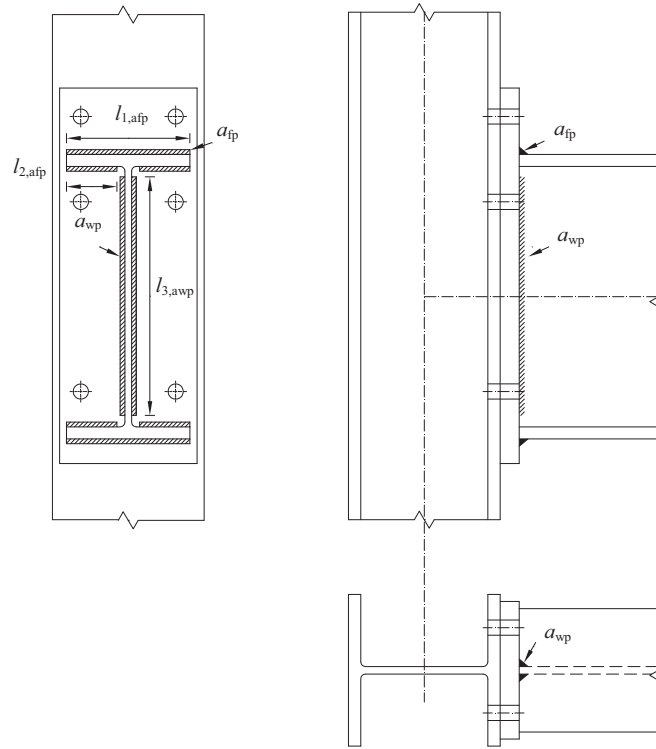


Figura 3.19. Soldaduras en una unión atornillada con chapa de testa extendida.

Para calcular los cordones de soldadura se puede utilizar: el *método direccional* o el *método simplificado* propuestos en el EC3-1-8:2005 (secciones 4.5.3.2 y 4.5.3.3, respectivamente).

A continuación se describe el *método simplificado*, utilizado en este trabajo.

3.9.1 Método simplificado

La resistencia de un cordón de soldadura por unidad de longitud, independientemente de su orientación, es

$$F_{w,Rd} = \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} a \cdot l \quad (3.42)$$

donde

f_u es la tensión última del elemento más débil a unir,

β_w es el coeficiente de correlación (Tabla 4.1 del EC3-1-8:2005). Depende del material base (EN 10025), siendo $\beta_w = 0,85$ para el acero S 275,

- a es la garganta de soldadura, definida como la altura del máximo triángulo isósceles inscrito en la sección transversal, cuyos lados iguales están contenidos en las caras de los dos elementos a unir. Donde
- $$a \geq 3 \text{ mm} \quad (4.5.2(2) \text{ del EC3-1-8:2005}), \text{ y}$$
- $$a \leq 0,7t \text{ mm} \quad (\text{Instrucción Española de Acero Estructural (EAE)}, \text{ siendo } t \text{ el espesor mínimo de los elementos a unir}),$$
- l es la longitud del cordón de soldadura, y
- γ_{M_2} es un coeficiente parcial de seguridad igual a 1,25.

3.9.1.1 Cálculo de la soldadura horizontal

Se denomina soldadura horizontal aquella que une el ala de la viga y la chapa de testa con una garganta a_{fp} y unas longitudes $l_{1,afp}$ y $l_{2,afp}$ (Figura 3.19).

Para calcular a_{fp} existen dos alternativas:

1. Considerando el momento resistente de la unión: el tamaño de las soldaduras debe ser tal que el momento resistente de la unión está limitado por los componentes de la unión, y no por las soldaduras

$$F_{w,Rd} = \frac{f_u/\sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} a_{fp} (l_{1,afp} + 2l_{2,afp}) \geq \frac{M_{j,Rd}}{h_b - t_{fb}} \quad (3.43)$$

Para calcular el momento resistente es necesario conocer a_{fp} . Por lo que se considera que, el momento máximo que debe de soportar las soldaduras es el momento plástico de la viga

$$F_{w,Rd} \geq \frac{M_{b,pl,Rd}}{h_b - t_{fb}} \quad (3.44)$$

2. Considerando la resistencia de la viga (método elegido en este trabajo): la resistencia de las soldaduras debe ser mayor o igual que la resistencia plástica del ala de la viga

$$F_{w,Rd} = \frac{f_u/\sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} a_{fp} (l_{1,afp} + 2l_{2,afp}) \geq N_{b,pl,Rd} \quad (3.45)$$

3.9.1.2 Cálculo de la soldadura vertical

Se denomina soldadura vertical aquella que une el alma de la viga y la chapa de testa con una garganta a_{wp} y una longitud $l_{3,awp}$ (Figura 3.19).

Las soldaduras verticales se dimensionan para soportar el cortante de la viga sin la colaboración de las soldaduras que conectan el ala de la viga y la chapa de testa (6.2.2(1) del EC3-1-8:2005). El cortante máximo considerado es el cortante plástico de la viga

$$F_{w,wp,Rd} = \frac{f_u/\sqrt{3}}{\beta_w \gamma_{M_2}} a_{wp} (2l_{3,awp}) \geq V_{pl,b,Rd} \quad (3.46)$$

Capítulo 4

Análisis de uniones viga-columna con el Método de Elementos Finitos

4.1 INTRODUCCIÓN

La simulación de uniones semirrígidas mediante un modelo numérico basado en el Método de los Elementos Finitos (MEF) permite simular el comportamiento real de las uniones, siendo más económico y sencillo que ensayar con un modelo experimental. Sin embargo, no deja de ser un método aproximado, debido a las hipótesis básicas del método, por lo que los resultados deberían contrastarse con los obtenidos mediante modelos experimentales, para garantizar la precisión del modelo.

Esta simulación permite comprender mejor algunas de las características que determinan la respuesta de las uniones. Para que se pueda considerar una herramienta útil para diseñar y dimensionar una unión, se han de desarrollar modelos rigurosos que incluyan, por ejemplo: el efecto de plastificación de las chapas, el contacto entre los distintos componentes (fricción y deslizamiento), la deformación y el fallo de los tornillos, etc. Los programas de elementos finitos disponibles en la actualidad (ANSYS, ABAQUS, MSC/Nastran, LAGAMINE, etc.) permiten incluir todos estos efectos, pero exige al diseñador conocer técnicas avanzadas para el modelado, ya que la respuesta es el resultado de una compleja interacción entre las distintas partes que constituyen la unión. En este trabajo se utiliza el programa ANSYS para el análisis de la unión atornillada.

En este capítulo se estudian las características que deberían incluirse en un modelo numérico para que éste pueda reproducir correctamente el comportamiento de una unión viga-columna con chapa de testa extendida. Para ello, se ha realizado una revisión bibliográfica sobre modelos de elementos finitos previos, recogiendo los distintos tipos de elementos, discretización, leyes constitutivas de los materiales, etc. Por último, se presenta el modelo numérico desarrollado en este trabajo (geométrica, materiales, tipos de elementos, etc.), para analizar una unión viga-columna con chapa de testa extendida y 3 filas de tornillos.

El modelo desarrollado en este trabajo es ajustado a partir de un modelo experimental denominado T101.010 (Janss et al., 1987). Para validar este modelo, se comparan los

resultados con otros dos modelos experimentales: T101.014 (Janss et al., 1987) y FS1a (Girão et al., 2004); y con el método de los componentes descrito en el EC3-1-8:2005 (capítulo 3).

4.2 MODELOS NUMÉRICOS PREVIOS

Krishnamurthy y Graddy (1976) fueron pioneros en el campo del modelado tridimensional (3D) de uniones. Para discretizar el modelo de una unión atornillada con chapa de testa, utilizaron un elemento de ocho nodos (brick), incluyendo el contacto entre los elementos de unión y el pretensado de los tornillos. Realizaron un análisis elástico lineal, y al no poder simular eficientemente el contacto, en cada paso de carga, y en función de la distribución de tensiones, se conectaban o desconectaban determinados nodos. Aunque, debido a la limitada capacidad computacional de la época, el modelo primitivo 3D fue empleado para caracterizar un modelo bidimensional (2D), que fue el empleado para desarrollar su modelo predictivo.

Un procedimiento similar fue propuesto por Kukreti et al. (1987), para reproducir curvas momento-rotación de uniones atornilladas con chapa de testa. Los resultados que obtuvieron fueron excelentes, al menos, dentro del rango estudiado.

Kukreti et al. (1989) desarrollaron modelos para uniones rigidizadas en T (tipo T-stub). Utilizaron elementos sólidos tridimensionales para las chapas y los tornillos, y elementos planos para el alma y los rigidizadores. Los resultados fueron satisfactorios, aunque dependían en gran parte de las propiedades de los materiales.

Chasten et al. (1992) estudiaron uniones atornilladas con chapa de testa extendida y 8 tornillos en la zona de tracción. Para ello, realizaron un modelo de elementos finitos sencillo, modelando la chapa y las alas de la viga con elementos lámina, y el alma de la viga con elementos de tensión plana. Para simular el contacto entre la chapa y el ala de la columna utilizaron elementos barra con resistencia solo a compresión.

Gebbeken y et al. (1994) estudiaron la unión atornillada con chapa de testa extendida usando elementos planos. Las características del modelo eran: tornillos con geometría simplificada; rozamiento entre la chapa y la cabeza de los tornillos para una unión rígida y una unión con deslizamiento sin fricción, y rozamiento despreciable entre la chapa y el ala de la columna.

Sherbourne y Bahaari (1994) estudiaron las uniones con chapa de testa enrasada y extendida utilizando elementos planos con espesor igual al respectivo ancho de los elementos en la unión, medidos perpendicularmente al alma de la viga. Para modelar la interacción entre la chapa y el ala de la columna utilizaron elementos de contacto que permitían una pequeña interferencia entre los elementos.

Posteriormente, Sherbourne y Bahaari (1997) emplearon un modelo tridimensional simplificado (unión rígida entre la cabeza de los tornillos y la chapa de testa, y tornillos modelados mediante elementos planos) para analizar el comportamiento momento-rotación de uniones atornilladas con chapa de testa.

Bursi y Jaspart estudiaron las uniones tipo T-stub (1997a) y con chapa de testa extendida (1997b, 1998). Para ello realizaron varios modelos de elementos finitos utilizando elementos

sólidos tridimensionales y elementos de contacto. Estos trabajos recogen aspectos como: la influencia del tipo de elemento, el efecto del pretensado en los tornillos, diferentes leyes del comportamiento del material, así como el coeficiente de rozamiento en los elementos de contacto. Los resultados fueron comparados con modelos experimentales, destacando la efectividad y el grado de precisión de los modelos propuestos.

Troup et al. (1998) crearon un modelo numérico de uniones con chapa de testa extendida y tipo T-stub. Consideraron curvas tensión-deformación bilineales tanto para el vástago como para los perfiles. Para el análisis del modelo incluyeron la no linealidad geométrica y la debida al material, tanto para los perfiles como para los componentes del contacto. Realizaron una comparación entre elementos lámina y elementos sólidos, llegando a la conclusión de que con ambos elementos se obtenía una precisión similar, pero con el primero se reduce el coste computacional. La comparación entre la rigidez obtenida numéricamente con la experimental demostró el buen funcionamiento de estos modelos.

Bahaari y Sherbourne (2000) realizaron un modelo tridimensional para estudiar una unión con chapa de testa extendida y ocho tornillos, empleando principalmente elementos lámina. El modelo no incluía la cabeza ni la tuerca del tornillo, y en su lugar, aumentaron el espesor de la chapa de testa y del ala de la columna alrededor del agujero del tornillo. El vástago del tornillo se modeló mediante elementos barra, que conectaban un nodo de la chapa de testa con otro del ala de la columna. El contacto entre la chapa y la columna se realizó mediante elementos de interfase tridimensionales. La rigidez de la interfase fue definida un orden de magnitud mayor que la rigidez axial del T-stub o del ala de la columna, y el coeficiente de rozamiento era igual a 0,5.

Sumner et al. (2000) emplearon modelos de elementos finitos consiguiendo un excelente acuerdo con los resultados experimentales. Para su modelo, utilizaron elementos sólidos de ocho nodos para la sección de la viga y el ala de la columna; elementos sólidos de veinte nodos para los tornillos y la chapa de testa, y elementos de contacto entre la chapa de testa y el ala de la columna.

Swanson et al. (2001) presentaron en este trabajo los resultados de su investigación con elementos finitos para analizar el comportamiento del modelo T-stub. Emplearon dos tipos de modelos: un modelo T-stub tridimensional (elementos hexaédricos y tetraédricos), y varios modelos bidimensionales (elementos rectangulares y triangulares). Todos los modelos incorporaban materiales no lineales, no linealidad geométrica y contacto. Los resultados se compararon con modelos experimentales, obteniendo que la capacidad resistente de la unión en los análisis numéricos resultaba ligeramente superior a la de los modelos experimentales, aunque generalmente, el comportamiento se ajustaba bastante bien.

Citipitioglu et al. (2002) presentaron varios modelos tridimensionales de uniones semirrígidas con doble angular en el ala y en el alma. En su estudio siguieron las recomendaciones de Bursi y Jaspart (1998) para la elección del tipo de elemento. El contacto entre todas las partes fue modelado explícitamente. Realizaron un análisis paramétrico del coeficiente de rozamiento entre las superficies, con resultados similares a los obtenidos por

Bursi y Jaspart (1998), demostrando que su influencia en la rigidez inicial de la unión era mínima, siendo ligeramente superior en la zona plástica. Comprobaron que el valor del pretensado tenía un efecto similar al del coeficiente de rozamiento, aunque éste podía variar hasta un 25% el momento último de la unión.

Gantes y Lemonis (2003) desarrollaron un modelo de elementos finitos para uniones atornilladas tipo T-stub. El modelo incluía no linealidad geométrica y del material, así como contacto y rozamiento. El modelo fue validado con modelos experimentales recogidos en la bibliografía. Para determinar la longitud de los tornillos se realizó un análisis paramétrico, demostrando que ésta dependía del nivel de precarga y del mecanismo de fallo.

Ju et al. (2004) elaboraron un modelo tridimensional elastoplástico de elementos finitos, para estudiar el comportamiento estructural de la unión atornillada de tipo butt. El análisis de los resultados demostró que, la capacidad nominal de la unión calculada mediante la norma AISC y la obtenida con el modelo de elementos finitos resultaban bastantes similares.

Maggi et al. (2005) discutieron el comportamiento de la unión atornillada con chapa de testa extendida a través de análisis paramétricos, utilizando un modelo tridimensional de elementos finitos. Los análisis fueron ajustados mediante modelos experimentales. En los modelos numéricos se incluyeron la no linealidad del material, grandes desplazamientos, y elementos de contacto para simular la discontinuidad geométrica. Las comparaciones entre los datos experimentales y los numéricos para la curva momento-rotación, desplazamientos de la chapa de testa, y las fuerzas en los tornillos mostraron un excelente acuerdo.

Xiao y Perneti (2005) propusieron diversos modelos utilizando elementos finitos lámina, basándose en estudios previos (Troup et al., 1998), en los que se demostraba que los elementos lámina proporcionaban una exactitud igual que los sólidos, pero reduciéndose considerablemente el tiempo de cálculo necesario. Se supuso despreciable el deslizamiento entre las cabezas de los tornillos y la chapa, y que siempre estaban en contacto. El contacto entre la chapa de testa y el ala de la columna fue modelado con elementos de contacto sin capacidad para transmitir esfuerzos de tracción, y con una elevada rigidez a compresión.

Tagawa y Gurel (2005) propusieron algunas simulaciones mediante elementos finitos para estudiar la resistencia de uniones viga-columna rigidizada con canales (tipo U) atornillados.

Abolmaali et al. (2005) elaboraron un modelo con elementos finitos tridimensionales para uniones atornilladas con chapa de testa enrasada. El elemento isoparamétrico de 8 nodos fue utilizado para modelar la chapa de testa, la viga, la columna y los tornillos. Las soldaduras fueron modeladas utilizando elementos tetraédricos. Se consideró la no linealidad del material y geométrica, y el contacto. Para simular el apriete del tornillo se utilizaron elementos de pretensión.

Moreno (2005) realizó un modelo numérico tridimensional para una unión viga-columna con chapa de testa extendida y enrasada con tornillos no pretensados. Modelizó la cabeza y la tuerca de los tornillos con elementos sólidos, y por problemas de convergencia, el vástago lo tuvo que modelizar con elementos barras. La chapa estaba unida rígidamente a la viga. Tuvo en cuenta la interacción entre: la chapa frontal y el ala de la columna, los tornillos y el ala de

la columna, y los tornillos y la chapa frontal. Para la validación del modelo utilizó resultados teóricos (método de los componentes) y experimentales, consiguiendo unos resultados aceptables.

Cabrero (2006) realizó dos modelos numéricos para uniones con chapa de testa extendida, aplicando las recomendaciones sugeridas por Bursi y Jaspar (1998) en lo referente a tipo de elemento, coeficiente de fricción y discretización. Para un modelo utilizó elementos sólidos hexaédricos de ocho nodos y modos incompatibles, mientras que para el otro modelo empleo elementos viga para el modelado de los tornillos y elementos láminas para la viga, la columna, y la chapa de testa. En el caso del último modelo, para la superficie de contacto entre el ala de la columna y la chapa, probó diferentes estrategias para acoplar los grados de libertad entre los nodos, pero sin buenos resultados, por lo que finalmente utilizó elementos GAP. Para ambos modelos obtuvo una aproximación bastante buena, presentando una rigidez ligeramente inferior al resultado experimental y una resistencia ligeramente superior.

Pirmoz et al. (2008) estudiaron uniones de angular en el ala y en el alma. En este trabajo se presentan varios modelos paramétricos tridimensionales, donde las propiedades mecánicas y geométricas son consideradas variables. En estos modelos, todos los componentes de la conexión (viga, columna, angulares y tornillos) son modelados usando elementos sólidos. La interacción entre los distintos componentes es modelada mediante elementos de contacto superficie a superficie. Los resultados numéricos son comparados con los obtenidos en trabajos experimentales, realizados por otros investigadores, observándose un buen acuerdo.

Mohamadi-shooreh y Mofid (2008) presentaron los resultados de varios análisis paramétricos sobre la rigidez rotacional inicial de uniones viga-viga con chapa de testa enrasada. El modelo de elementos finitos (elementos hexaédricos de 20 nodos) tenía en cuenta no linealidades del material y geométrica, y grandes desplazamientos. Para verificar la fiabilidad del modelo se compararon los resultados con los obtenidos en tres investigaciones experimentales recogidas en la literatura, obteniendo resultados satisfactorios.

Lemonis et al. (2009) proponen una metodología para estimar la curva momento-rotación de uniones viga-columna basada en el método de los componentes. Los casos examinados en este trabajo incluyen uniones atornilladas con chapa de testa y con angulares. Los resultados obtenidos son comparados satisfactoriamente con modelos experimentales y con modelos de elementos finitos, en términos de resistencia, rigidez y capacidad de rotación.

4.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS PARA UNIONES VIGA-COLUMNA CON CHAPA DE TESTA EXTENDIDA

Los actuales programas de elementos finitos son capaces de simular casi todos los fenómenos complejos que caracterizan este tipo de uniones. Sin embargo, existen dificultades para conseguir un análisis numérico capaz de representar, de forma precisa, el comportamiento de la unión con un coste computacional relativamente bajo. Estos problemas condicionan aspectos tan importantes como la elección de la ley constitutiva del material, el tipo de

elemento finito y el número de puntos de integración, la densidad y el tipo de mallado, el método de análisis, etc.

A continuación se revisan las distintas opciones encontradas en la bibliografía para simular una unión mediante un modelo de elementos finitos, y se especifican las opciones elegidas para el modelo desarrollado en este trabajo.

4.3.1 Tipo de elemento

Para elegir el tipo de elemento finito se deben considerar los siguientes factores:

- Elementos bidimensionales (2D) ó tridimensionales (3D).
- Orden de interpolación: primer, segundo, etc.
- Forma del elemento 2D/3D: triangular/tetraédrico, rectangular/hexaédrico, etc.
- Integración numérica: reducida o completa.

4.3.1.1 Elementos 2D y 3D

El uso de elementos 2D para modelar este tipo de uniones permiten un mallado más sencillo y menos costoso, pero existen fenómenos en el comportamiento de este tipo de uniones (cargas, contactos, formación de rotulas plásticas, etc.), que se pueden visualizar e interpretar mejor utilizando modelos 3D. Estos modelos son computacionalmente más costosos, pero los avances actuales en hardware y software permiten la construcción de modelos más complejos, sin que esto suponga una gran penalización en el tiempo de cálculo.

En la Tabla 4.1 se muestran los elementos 3D que algunos autores han utilizado para modelizar el comportamiento de este tipo de uniones.

Tabla 4.1. Elementos 3D recogidos en la bibliografía para modelizar uniones

Autor/es	Tipo de elemento
Krishnamurthy y Graddy (1976)	Elementos hexaédricos de 8 nodos
Gebbeken et al. (1994)	Elementos hexaédricos de 8 nodos
Bursi y Jaspar (1998)	Elementos hexaédricos de 8 nodos y modos incompatibles
Summer et al. (2000)	Elementos sólidos de 8 y 20 nodos
Gantes y Lemonis (2003)	Elementos hexaédricos de 8 nodos e integración reducida
Maggi et al. (2005)	Elementos hexaédricos de 8 nodos y funciones auxiliares de desplazamientos
Cabrero (2006)	Elementos hexaédricos de 8 nodos con integración completa para los tornillos y elementos hexaédricos de 8 nodos y modos incompatibles

El elemento utilizado en este trabajo es un elemento 3D, ya que permite introducir de forma más sencilla y detallada fenómenos como el contacto, la plasticidad, las grandes deformaciones, los grandes desplazamientos, etc.

4.3.1.2 Orden de interpolación

El tipo de interpolación, por ejemplo, lineal (primer orden) o cuadrática (segundo orden) depende del tipo y características del problema. En el caso de problemas de elasticidad para

conseguir un grado de precisión mayor se recomienda el uso de elementos de segundo orden. Sin embargo, para problemas de plasticidad, en los cuales los elementos tienen que reproducir discontinuidades en el campo de deformaciones, resultan más adecuados los elementos de primer orden (Gantes y Lemonis, 2003).

Para problemas donde intervengan condiciones de contacto complejas, concentraciones de esfuerzos, flexión dominante, grandes deformaciones, grandes desplazamientos, etc., los elementos de segundo orden son más precisos que los de primer orden.

Los elementos de primer orden, a pesar de su menor eficiencia para problemas dominados por flexión, debido p.ej. al *bloqueo por cortante*, resultan muy adecuados en problemas con contactos complejos (Cabrero, 2006), no linealidades geométricas (siempre que no se produzca una distorsión excesiva de la malla), a lo que se añade su menor coste computacional.

4.3.1.3 Elementos tetraédricos o hexaédricos

Los elementos tetraédricos son más adecuados para discretizar formas geométricas complejas y son menos sensibles a la forma inicial del elemento. Si la función de forma es de primer orden resultan normalmente más rígidos y requieren una malla muy fina para obtener resultados fiables, aunque se debe considerar su menor coste computacional.

Los elementos hexaédricos permiten obtener soluciones de exactitud equivalente con un coste computacional menor. Estos elementos tienen una sensibilidad menor a la orientación del mallado, siendo recomendable su uso en problemas con dificultades de convergencia. Los elementos de primer orden funcionan mejor si su forma es aproximadamente rectangular.

4.3.1.4 Integración reducida o completa

El orden de integración (reducida o completa) está relacionado con dos problemas asociados al análisis mediante elementos finitos: el bloqueo por cortante (*shear locking*) y el fenómeno de *hourglassing*.

Los elementos sólidos lineales con integración completa pueden sobrestimar la rigidez de la estructura en problemas donde domina la flexión, y por tanto, los resultados pueden ser erróneos. Este problema numérico se denomina bloqueo por cortante. Para solucionar este inconveniente se han propuesto diferentes estrategias:

- *Funciones de forma auxiliares incompatibles (extra shape functions)*: introducidas por Wilson et al. (1973) y posteriormente revisadas por Taylor et al. (1976), consiguen eliminar las tensiones de cortante parásitas que provocan el aumento de la rigidez en la estructura. Las funciones auxiliares introducen incompatibilidad (modos incompatibles), pero aseguran un comportamiento correcto a flexión (Zienkiewicz y Taylor, 2004). Al añadirse grados de libertad internos, resultan un poco más costosos que los elementos regulares de primer orden. A pesar de ello, siguen siendo más económicos que los correspondientes de segundo orden. Al emplear integración completa, no adolecen del efecto hourglassing.

- *Modos internos*: una forma de incrementar la flexibilidad del elemento consiste en añadir a la interpolación original modos de deformación internos que se anulan en sus contornos; el modo más sencillo es una función “burbuja” asociada a un nodo central (Oñate, 1995).
- *Integración reducida uniforme (uniform reduced integration)*: Para abordar el problema del bloqueo por cortante, y a su vez incrementar la eficacia computacional se propone una integración reducida. Por ejemplo, para un elemento sólido de primer orden con ocho nodos, al aplicar integración reducida se pasa de ocho a un único punto de integración, y para un elemento de veinte nodos se tiene ocho puntos de integración frente a los veintisiete que corresponden con la integración completa. Además, la integración reducida es flexible con las distorsiones producidas en el mallado. En análisis no lineales la utilización de elementos de primer orden con integración reducida tiene ventajas, pero a su vez también una serie de inconvenientes: el análisis no resulta tan preciso y no captura la flexión con una única fila de elementos. Sin embargo, los elementos de primer orden con integración reducida pueden producir una nueva dificultad numérica, denominada *hourglassing*, que hace que el elemento tienda a ser excesivamente flexible.

En este trabajo se utiliza un elemento 3D de primer orden con ocho nodos (3 grados de libertad por nodo) e integración completa con funciones de forma auxiliares incompatibles, donde predominan los elementos hexaédricos. Este elemento permite simular correctamente fenómenos no lineales (contacto, grandes deformaciones y desplazamientos, etc).

4.3.2 Discretización

Bursi y Jaspar (1998) estudiaron el efecto de la discretización en el modelo numérico utilizando elementos hexaédricos de ocho nodos. Para ello realizaron diferentes modelos en los que el comportamiento predominante era la flexión: una viga biempotrada y otra simplemente apoyada. El elemento estudiado era lineal de ocho nodos con integración reducida (JEX-3D). Las condiciones de contorno corresponden a un problema de deformación plana. Para una longitud de la viga de seiscientos milímetros, ésta fue discretizada con veinticuatro elementos, mientras que el canto se discretizó con uno, dos, tres, cinco, y ocho elementos. Observaron que una única capa de elementos en el canto aportaba resultados insatisfactorios; con dos capas los resultados eran satisfactorios en el régimen elástico, pero no adecuados en régimen plástico. A partir de dos capas de elementos los resultados eran excelentes, incluso para grandes desplazamientos. Concluyeron que para el caso de problemas dominados por la flexión, se necesitan al menos tres capas de elementos para reproducir con un buen nivel de precisión el comportamiento de la sección, aunque con dos capas de elementos se pueden realizar análisis de tipo elástico.

Cabrero (2006) realizó un análisis complementario al trabajo de Bursi y Jaspar (1998) utilizando elementos lineales de 8 nodos con modos incompatibles (C3D8I, incluido en ABAQUS). Los resultados obtenidos confirmaron los obtenidos por Bursi y Jaspar (1998),

demostrando que con tres capas de elementos se captura mejor el comportamiento de la sección y la distribución de tensiones.

Desde un punto de vista teórico, cuanto mayor sea el número de nodos, más precisos serán los resultados, puesto que los nodos definen los desplazamientos del modelo. Sin embargo, hay que tener en cuenta aspectos tales como, las limitaciones de espacio en disco, velocidad de proceso, etc. El incremento del número de nodos viene acompañado de un aumento proporcional del número de elementos, de los grados de libertad del modelo, y por lo tanto del sistema de ecuaciones a resolver. Del mismo modo, si se incrementa el número de elementos aumenta el número de matrices de rigidez que el programa tiene que ensamblar.

4.3.3 Ley constitutiva del material

En la Figura 4.1 se representa la curva tensión-deformación del acero estructural. En esta curva se puede distinguir diferentes formas de comportamiento. Existe una zona de comportamiento elástico (hasta el límite de fluencia σ_f), en la cual el material no presenta deformaciones permanentes cuando se descarga, y una zona de comportamiento inelástico (resto de la curva) en la cual el material presenta deformaciones permanentes cuando se descarga. Dentro de la zona elástica hay una primera parte (hasta el límite de proporcionalidad σ_p) en la cual el comportamiento es lineal, y una segunda parte en la que el comportamiento es no lineal (tramo AC). En este acero, la zona en la que se cumple estrictamente la hipótesis de linealidad del comportamiento del material es la de comportamiento elástico-lineal (tramo OA). Para muchas aplicaciones prácticas, se admite que esta hipótesis es válida hasta el denominado límite de elasticidad aparente ($\sigma_{0,002}$), que es el valor de la tensión para la cual, al descargar el material, se produce una deformación residual del 2 por mil.

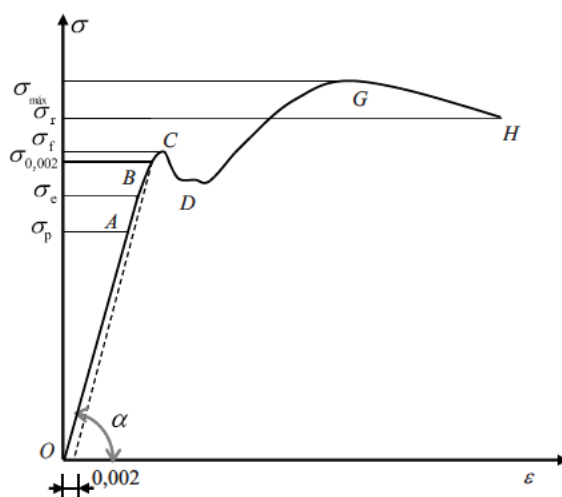


Figura 4.1. Forma típica de la curva tensión-deformación del acero.

La relación tensión-deformación de los materiales, en la zona de comportamiento no lineal, suele ser excesivamente complicada para ser utilizada en el desarrollo de las diversas teorías que tienen en cuenta el comportamiento no lineal (plasticidad, viscoelasticidad, etc.). Debido

a esto, se han elaborado diferentes modelos que simplifican el comportamiento (curvas idealizadas).

El Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1:2005) propone una curva mediante una relación bilineal elástica-perfectamente plástica entre la tensión y deformación (Figura 4.2a). De forma alternativa, el Eurocódigo propone una curva bilineal elastoplástica con endurecimiento por deformación: $E_h = E/100$ ó $\sigma_h = E/100 \sigma_1$ (Figura 4.2b).

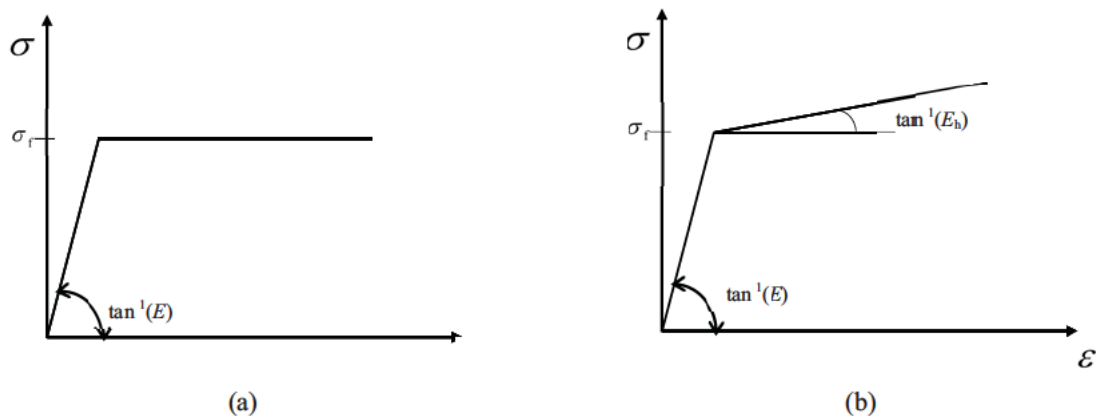


Figura 4.2. Curva tensión-deformación (EN 1993-1-1-2005): (a) elástica-perfectamente plástica; (b) elastoplástica con endurecimiento por deformación.

Abolmaali et al. (2005) utilizaron una curva bilineal tensión-deformación (elastoplástica con endurecimiento) para modelar la chapa, la viga y la columna de la unión como se muestra en la Figura 4.3a, y para los tornillos la mostrada en la Figura 4.3b. Citipitioglu et al. (2002) y Bahaari y Sherbourne (2000) utilizaron una curva trilineal (elastoplástica con endurecimiento) como se muestra en las Figura 4.4 y Figura 4.5, respectivamente. Faella et al. (2000) y Girão et al. (2004), utilizaron la curva mostrada en la Figura 4.6, donde las propiedades del material, en función del tipo de acero, se indican en la Tabla 4.2.

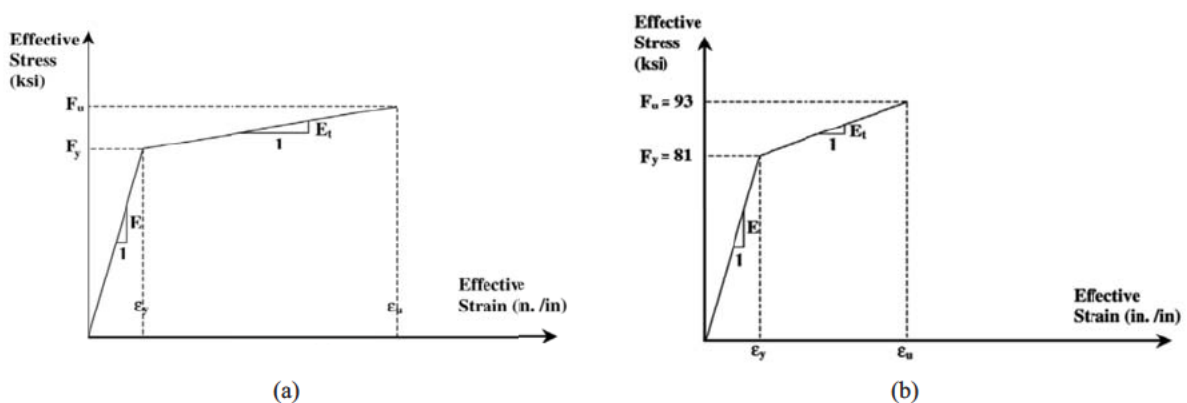


Figura 4.3. Curva tensión-deformación (Abolmaali et al., 2005): (a) chapa, viga y columna; (b) tornillos.

Figura 4.4. Curva tensión-deformación (Citipitioglu et al., 2002).

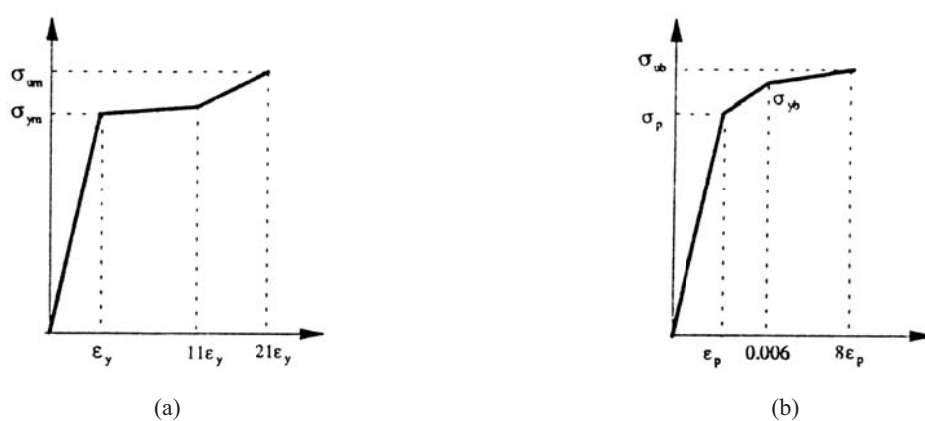


Figura 4.5. Curva tensión-deformación (Baqaari et al., 2000): (a) chapa, viga y columna; (b) tornillos.

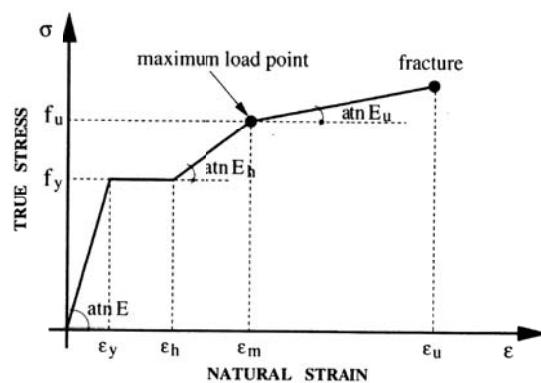


Figura 4.6. Curva tensión-deformación (Faella et al., 2002 y Girão et al., 2004).

Tabla 4.2. Propiedades mecánicas del acero (Girão et al., 2004)

Acero	f_y (N/mm ²)	f_u (N/mm ²)	$\frac{\epsilon_h}{\epsilon_y}$	$\frac{E}{E_h}$	$\frac{E}{E_u}$	$\frac{\epsilon_u}{\epsilon_y}$	ϵ_u (%)
Fe360	235	360	13,3	37,5	523,2	≥ 357	≥ 40
Fe430	275	430	11,0	42,8	447,6	≥ 425	≥ 56
Fe510	355	510	9,8	43,2	381,7	≥ 479	≥ 81

 E_u, f_u

4.3.4 Modelado de los tornillos

Antes de comenzar el modelado de los tornillos es necesario determinar las características de la unión: número de tornillos, contactos, pretensado, elementos del tornillo (vástago, cabeza, tuerca, etc.), etc.

En situaciones donde es necesario simular una estructura con un número elevado de tornillos, utilizar elementos sólidos 3D puede conllevar un coste computacional excesivo. Una alternativa, consiste en modelar la unión mediante elementos barra, unidos por sus extremos mediante elementos rígidos (Bursi y Jaspar, 1998, Figura 4.7).

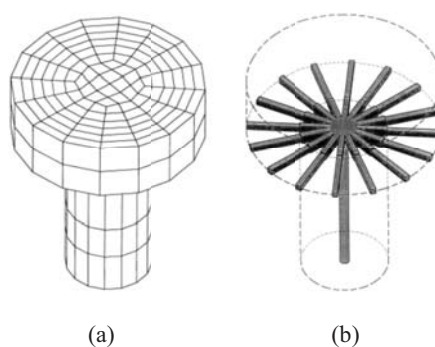


Figura 4.7. Modelo de elementos finitos de un tornillo (Bursi y Jaspar, 1998): (a) sólidos 3D; (b) barra y vigas 3D.

La bibliografía recoge distintos modelos para simular un tornillo. Bahaari y Sherbourne (2000) solamente modeliza con el vástago del tornillo mediante elementos barra que conectaban un nodo de la chapa de testa con otro del ala de la columna, para simular la tuerca y la cabeza del tornillo aumentaron el espesor de los elementos en la chapa de testa y en el ala de la columna alrededor del agujero del tornillo. Swanson et al. (2001) modelizaron solo el vástago y la cabeza del tornillo con elementos sólidos. Moreno (2005) modelizó la cabeza y la tuerca de los tornillos con elementos sólidos y, debido a problemas de convergencia, el vástago lo tuvo que modelizar con elementos barras. Shi et al. (2008) utilizaron elementos sólidos para la tuerca, la cabeza y el vástago del tornillo.

Para modelar una unión atornillada es necesario aplicar un precarga a los tornillos para simular el apriete:

- Para tornillos no pretensados: el apriete del tornillo-tuerca-arandela se alcanza para la condición de “apretado a tope” (*snung-tight*), sin llegar a pretensar (UNE-ENV 1090-1:1997). Generalmente, el término “apretado a tope” se identifica como el resultado alcanzado por el esfuerzo de un hombre que utiliza una llave normal sin un brazo de prolongación y puede establecerse como el punto en el cual comienza a golpear una llave neumática. Bursi y Jaspar (1997a,b y 1998) usaron una precarga del 40% de la tensión de fluencia de los tornillos para cumplir la condición de ajustado manual del tornillo.

- Para tornillos pretensados: los tornillos deben ser apretados, al menos, hasta la carga mínima especificada. Salvo que se indique lo contrario, las normas (EC3-1-8:2005 y UNE-ENV 1090-1:1997) indican como pretensado mínimo

$$F_p = 0,7 f_{ub} A_s \quad (4.1)$$

donde f_{ub} es la resistencia última del tornillo y A_s es el área resistente del tornillo.

Existen varios métodos para modelar el apriete. Sherbourne y Bahaari (1997) utilizaron elementos viga conectados por elementos rígidos, sometidos a tensiones de compresión. Abolmaali et al. (2005) y Razavi et al. (2007) utilizaron un elemento de pretensado (PRETS179, incluido en el programa ANSYS), introduciendo una precarga del 70% de la resistencia última de los tornillos. Pirmoz et al. (2008) incluyen el análisis térmico con variaciones de temperatura para introducir tensiones equivalentes al efecto del apriete.

En este trabajo, los tornillos se modelizan mediante elementos sólidos de 8 nodos (SOLID45), y el apriete se simula mediante elementos de pretensado (PRETS179). Para reducir el número de planos de contacto, y de ese modo disminuir el coste computacional, no se modelan las arandelas. Geométricamente, el vástago de los tornillos se define como un cilindro con el diámetro correspondiente a su sección resistente (A_s). La cabeza y la tuerca del tornillo son modeladas con su diámetro y espesores medios.

4.3.5 Contacto entre las superficies

La formulación del contacto es un aspecto complicado dentro del modelo numérico de una unión, presentando varios inconvenientes. Al comienzo del análisis se desconoce las superficies que van a conectar entre sí. Dependiendo del tipo de material, cargas, y otros factores, las superficies pueden entrar y salir del contacto de una forma desconocida e inesperada, lo que introduce un alto grado de no linealidad en el problema. El contacto requiere tener en cuenta el rozamiento o fricción (fuerza no conservativa), que depende de la trayectoria seguida y requiere un historial de cargas preciso y un tamaño de paso de carga pequeño. El programa ANSYS permite elegir diferentes tipos de leyes y modelos de fricción, siendo todos no lineales. Un modelo inadecuado puede suponer una respuesta caótica, dando lugar a problemas de convergencia.

ANSYS dispone de cuatro tipos de modelos para la formulación del contacto: nodo-nodo, línea-línea, nodo-superficie y superficie-superficie.

El tipo de contacto superficie-superficie es el más adecuado para modelos de uniones atornilladas, permite la utilización de elementos de bajo y alto orden de interpolación en la zona de contacto, además las superficies que intervienen pueden tener mallas diferentes y no es preciso conocer la localización del contacto inicialmente. Este tipo de contacto es el adecuado para problemas con grandes deformaciones y rotaciones.

En este trabajo se escoge el contacto superficie-superficie, ya que es el que mejor se ajusta a las características del problema. Los elementos de contacto utilizados son CONTAC173 y TARGET170.

4.3.5.1 Coeficiente de rozamiento

En las superficies de contacto donde se transmiten presiones normales y cortantes, el modelo utilizado para relacionar ambos es el modelo clásico de fricción de Coulomb. Cuando dos superficies entran en contacto se pueden transmitir tensiones debidas al cortante, a través de la interfase que las separa, hasta alcanzar un valor a partir del cual comenzarán a deslizarse. Este estado es conocido como adhesión. El modelo de fricción de Coulomb determina la tensión equivalente (τ_{crit}) como una fracción de la presión normal transmitida (P)

$$\tau_{crit} = \mu P$$

donde μ es el coeficiente de fricción o rozamiento. Superado el valor de τ_{crit} , las dos superficies comienzan a deslizarse una con respecto a la otra.

El valor del coeficiente de rozamiento depende del estado de las superficies de contacto. Según la norma EN 1993-1-8:2005:

- Clase A ($\mu = 0,5$). Superficies tratadas con chorro de arena o granalla hasta el grado SA 2 ½ de la Norma ISO 8501-1, exentas de picaduras, bien sin ningún tratamiento posterior si la unión se realiza inmediatamente después del chorreado, de forma que no dé tiempo a la formación de óxido en las superficies de contacto, o bien con proyección térmica posterior con aluminio.
- Clase B ($\mu = 0,4$). Superficies tratadas con chorro de arena o granalla hasta el grado SA 2 ½ de la Norma ISO 8501-1, exentas de picaduras y pintadas con un silicato alcalino de cinc con espesor comprendido entre 50 y 80 μm .
- Clase C ($\mu = 0,3$). Superficies limpiadas mediante cepillado con cepillo de alambre o mediante flameado.
- Clase D ($\mu = 0,2$). Superficies sin tratar.

Bursi y Jaspar (1998) y Citipitioglu et al. (2002) estudiaron la influencia del coeficiente de rozamiento en el comportamiento de uniones atornilladas mediante modelos de elementos finitos (uniones trabajando principalmente a flexión). Los resultados demostraban que su influencia sobre el comportamiento rotacional de la unión era mínima, influyendo principalmente en el comportamiento plástico.

Para estudiar la influencia del coeficiente de rozamiento en el comportamiento rotacional de uniones viga-columna con chapa de testa extendida, se realiza un estudio paramétrico a través del modelo de elementos finitos elaborado en este trabajo (sección 4.4) para los siguientes valores $\mu = 0,2; 0,3; 0,5$. En la Figura 4.8 se puede observar que la influencia de μ en la zona elástica es mínima, aunque ligeramente mayor en la zona plástica.

En la Tabla 4.3 se muestran los coeficientes de rozamiento utilizados por otros autores en sus estudios con modelos de elementos finitos.

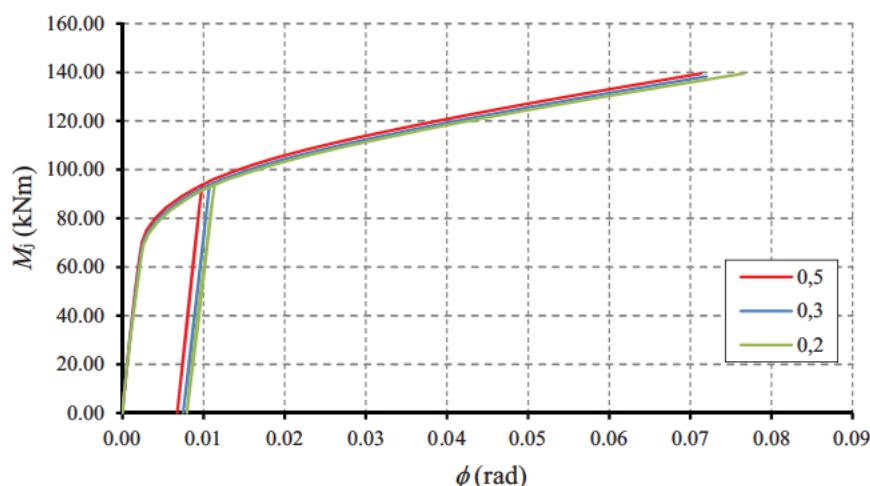


Figura 4.8. Influencia del coeficiente de rozamiento en el comportamiento rotacional de uniones viga-columna con chapa de testa extendida.

Tabla 4.3. Coeficientes de rozamientos adoptados por otros autores

Autor/es	μ
Bursi y Jaspart, 1998	0,25
Citipitioglu et al., 2002	0,255-0,30
Girão et al., 2004	0,25
Cabrero, PhD 2006	0,50
Shi et al., 2008	0,44
Mohamadi-Shoredh y Mofid, 2008	0,30

4.4 MODELO NUMÉRICO PARA LA SIMULACIÓN DE UNIONES VIGA-COLUMNA CON CHAPA DE TESTA EXTENDIDA

El modelo numérico que se presenta en este trabajo está basado en el modelo experimental T101.010 (Janss et al., 1987; Figura 4.9), y está recogido en la base de datos SERICON (Weynand et al., 1998). Este modelo también ha sido elegido por otros autores (Faella, et al., 2000; Cabrero, 2006, etc.) como referencia para sus estudios.

Para ajustar el modelo numérico se ha utilizado la curva momento-rotación obtenida en el modelo experimental T101.010, modificando para ello: el endurecimiento del material, parámetros del contacto, el número de pasos de carga del análisis, tamaño del elemento, etc.

Una vez ajustado el modelo numérico se analizan dos nuevos modelos experimentales (T101.014 y FS1a), con el propósito de comparar los resultados del modelo numérico con el experimental, y conocer su grado de precisión.

Por último, para contrastar teóricamente el modelo numérico se comparan las curvas momento-rotación de diferentes uniones, obtenidas con el modelo numérico y el método de los componentes descrito en el EC3-1-8:2005.

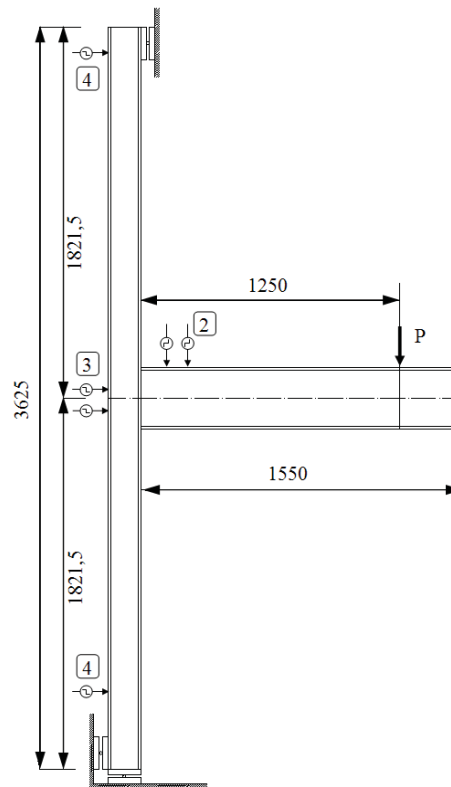


Figura 4.9. Modelo experimental T101.010 (Janss et al., 1987), cotas en mm.

Antes de realizar la descripción del modelo numérico se describen los modelos experimentales utilizados como referencia en este trabajo.

4.4.1 Modelos experimentales referenciados

4.4.1.1 T101.010

El modelo T101.010 (Janss et al., 1987) corresponde a una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada sometida a una carga estática en el extremo de la viga (Figura 4.9). En el ensayo, la carga se incrementa hasta alcanzar el colapso de la conexión o conseguir un desplazamiento máximo en el extremo de la viga de 200 mm. Los tornillos utilizados son de alta resistencia (calidad 10.9) y pretensados hasta el 80% de la tensión de fluencia de los tornillos ($f_{y,b}$). La columna no está rigidizada y el coeficiente de rozamiento es 0,5.

En la Figura 4.10 se muestran los parámetros geométricos de la columna, la viga, la chapa de testa, la garganta de las soldaduras y la disposición geométrica de los agujeros de los tornillos. En las Tablas 4.4 a 4.6 se muestran los valores de dichos parámetros y las propiedades mecánicas de los materiales. Debido a que no se ha podido acceder, de forma directa, a la base de datos SERICON, estos valores se han obtenido de la referencia Faella et al. (2000). Donde

- d_r es el diámetro resistente del tornillo,
- $f_{y,fc}$ es la tensión de límite elástico del ala de la columna,
- $f_{y,wc}$ es la tensión de límite elástico del alma de la columna,

- $f_{u,fc}$ es la tensión de rotura del ala de la columna,
 $f_{u,wc}$ es la tensión de rotura del alma de la columna,
 $f_{y,fb}$ es la tensión de límite elástico del ala de la viga,
 $f_{y,wb}$ es la tensión de límite elástico del alma de la viga,
 $f_{u,fb}$ es la tensión de rotura del ala de la viga,
 $f_{u,wb}$ es la tensión de rotura del alma de la viga,
 $f_{y,p}$ es la tensión de límite elástico de la chapa de testa,
 $f_{u,p}$ es la tensión de rotura de la chapa de testa,
 $f_{y,b}$ es la tensión de límite elástico de los tornillos, y
 $f_{u,b}$ es la tensión de rotura de los tornillos.

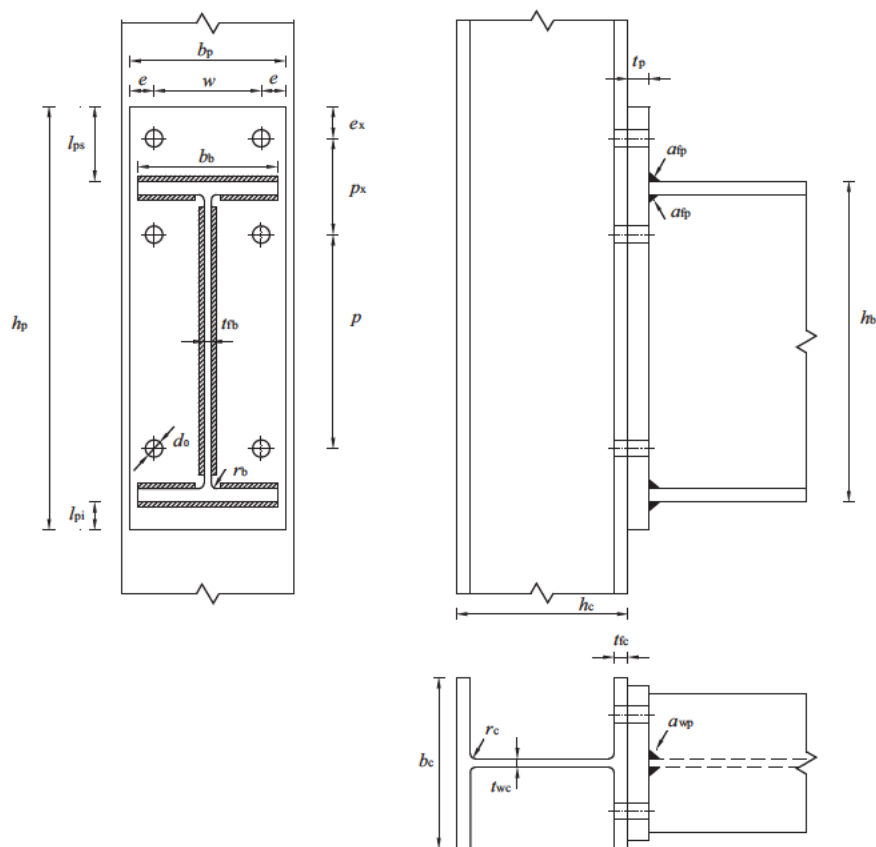


Figura 4.10. Geometría del modelo experimental T101.010 (Janss et al., 1987).

Tabla 4.4. Modelo T101.010. Propiedades geométricas de la columna, la viga y la chapa de testa (mm)

Columna (HE160B)		Viga (IPE300)		Chapa de testa	
h_c	162,5	h_b	298,8	h_p	380,0
t_{wc}	8,5	t_{wb}	7,3	b_p	150,0
t_{fc}	12,6	t_{fb}	10,8	t_p	20,0
b_c	160,1	b_b	150,9		
r_c	15,0	r_b	15,0		

Tabla 4.5. Modelo T101.010. Propiedades geométricas de las soldaduras y los tornillos, y disposición geométrica (mm)

Soldadura		Tornillos (M20)		Disposición geométrica			
a_{wp}	1,0	d_b	20,0	l_{ps}	70,0	e_x	30,0
a_{fp}	5,0	d_0	22,0	l_{pl}	11,2	p_x	90,0
		d_t	17,6	e	30,0	p	200,0
				w	90,0		

Tabla 4.6. Modelo T101.010. Propiedades mecánicas de los materiales (MPa)

Columna (HE1603)		Viga (IPE200)		Placa de testa		Tornillos	
E	210000,0	E	210000,0	E	210000,0	E	210000,0
$f_{y,fc}$	280,0	$f_{y,fb}$	303,0	$f_{y,s}$	291,5	$f_{y,b}$	900,0
$f_{y,wc}$	298,8	$f_{y,wb}$	314,0	$f_{u,s}$	463,4	$f_{u,b}$	1000,0
$f_{u,fc}$	422,3	$f_{u,fb}$	447,0				
$f_{u,wc}$	422,0	$f_{u,wb}$	443,0				

La curva momento-rotación de la unión, obtenida en el modelo experimental (Janss et al., 1987) y utilizada para ajustar el modelo numérico, se muestra en la Figura 4.11. El modo de rotura de la unión fue el alma de la columna a corte.

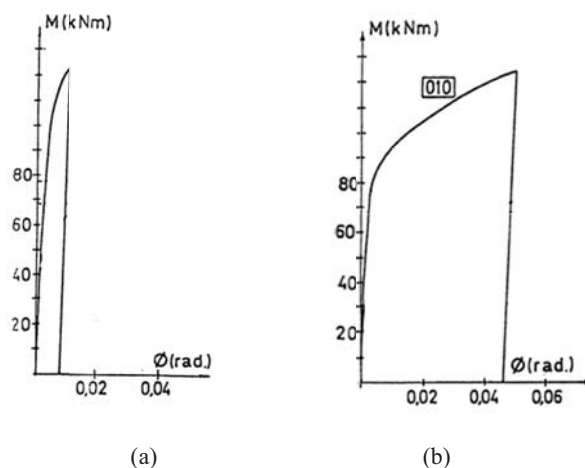


Figura 4.11. Curva momento-rotación del modelo experimental T101.010 (Janss et al., 1987): (a) de la conexión; (b) de la unión.

Los resultados de este ensayo se recogen en la base de datos SERI-ON. Autores como Faella et al. (2000) y Rodrigues (2003) utilizan esta base de datos para referenciar sus trabajos. En la Tabla 4.7 se muestran los resultados referenciados por estos autores, observando que, a pesar de consultar la misma base de resultados existen pequeñas diferencias.

Tabla 4.7. Resultados del modelo experimental T101.010 (Janss et al., 1987) referenciado por otros autores

	según Faella et al. (2000)	según Rodrigues (2003)
Rigidez inicial ($S_{j,ini}$)	25318 kNm/rad	27932 kNm/rad
Momento último ($M_{j,u}$)	124,60 kNm	124 kNm
Momento resistente ($M_{j,Rd}$)	96,36 kN	96 kNm

4.4.1.2 T101.014

El segundo modelo experimental utilizado para contrastar el modelo numérico es denominado T101.014 (Janss et al., 1987). Las características (geometría y materiales) que diferencian el ensayo T101.014 del T101.010 se muestran en las Tabla 4.8 a 4.10. Al igual que en caso anterior, estos valores son obtenidos de la referencia Faella et al. (2000).

Tabla 4.8. Modelo T101.014. Propiedades geométricas de la columna, viga y chapa de testa (mm)

Columna (IPE300)		Viga (IPE200)		Chapa de testa	
h_c	298,9	h_b	198,8	h_p	270,0
t_{wc}	7,3	t_{wb}	5,9	b_p	140,0
t_{fc}	10,8	t_{fb}	8,4	t_p	15,0
b_c	150,9	b_b	99,7		
r_c	15,0	r_b	11,9		

Tabla 4.9. Modelo T101.014. Propiedades geométricas de las soldaduras y los tornillos, y disposición geométrica (mm)

Soldadura		Tornillos (M16)		Disposición geométrica			
a_{wp}	3,0	d_b	16,00	l_{ps}	60,0	e_x	25,0
a_{ip}	5,0	d_0	18,00	l_{pi}	11,2	p_x	80,0
		d_r	14,13	e	25,0	p	110,0
				w	90,0		

Tabla 4.10. Modelo T101.014. Propiedades mecánicas de los materiales (MPa)

Columna (IPE300)		Viga (IPE200)		Chapa de testa		Tornillos	
E	210000,0	E	210000,0	E	210000,0	E	210000,0
$f_{y,fc}$	303,0	$f_{y,fb}$	351,0	$f_{y,p}$	370,0	$f_{y,b}$	900,0
$f_{y,wc}$	314,0	$f_{y,wb}$	371,0	$f_{u,p}$	556,1	$f_{u,b}$	1000,0
$f_{u,fc}$	447,0	$f_{u,fb}$	456,0				
$f_{u,wc}$	443,0	$f_{u,wb}$	477,0				

Los resultados de este ensayo se recogen en la base de datos SERICON. Faella et al. (2000) y Rodrigues (2003) referencian el ensayo T101.014. En la Tabla 4.11 se muestran los resultados referenciados por estos autores. Al igual que en el ensayo T101.010, se siguen

apreciando pequeñas diferencias. En la sección 4.4.3 se demuestra que estos valores se ajustan más con la rigidez y el momento resistente de la conexión que con los de la unión.

Tabla 4.11. Resultados del modelo experimental T101.014 (Janss et al., 1987)

	según Faella et al. (2000)	según Rodrigues (2003)
Rigidez inicial ($S_{j,ini}$)	16161 kNm/rad	15385 kNm/rad
Momento último ($M_{j,u}$)	83,60 kNm	83,60 kNm
Momento resistente ($M_{j,Rd}$)	50,59 kN	50,10 kNm

La curva momento-rotación de la conexión obtenida en el modelo experimental (Janss et al., 1987) se muestra en la figura 4.12. El modo de rotura de la unión fue en la zona de compresión (alma y ala de columna).

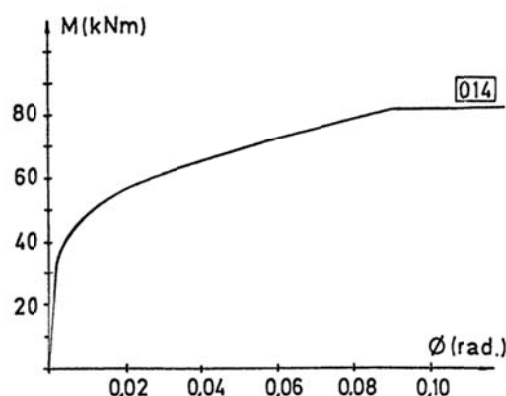


Figura 4.12. Curva momento-rotación de la conexión del modelo experimental T101.014 (Janss et al., 1987).

4.4.1.3 FS1a

El último modelo experimental referenciado se denomina FS1a (Girão et al., 2004). Este ensayo corresponde a una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada y sometida a una carga estática en el extremo de la viga (Figura 4.13). Los tornillos utilizados son de alta resistencia (calidad 8.8) y no pretensados. La columna no está rigidizada, las condiciones de contorno se muestran en Figura 4.14 y el coeficiente de rozamiento es 0,5.

En las Tablas 4.12 a 4.14 se muestran los valores para la definición de la geometría de la columna, de la viga, de la chapa de testa, de la garganta de las soldaduras y de los agujeros de los tornillos, y las propiedades mecánicas de los materiales.

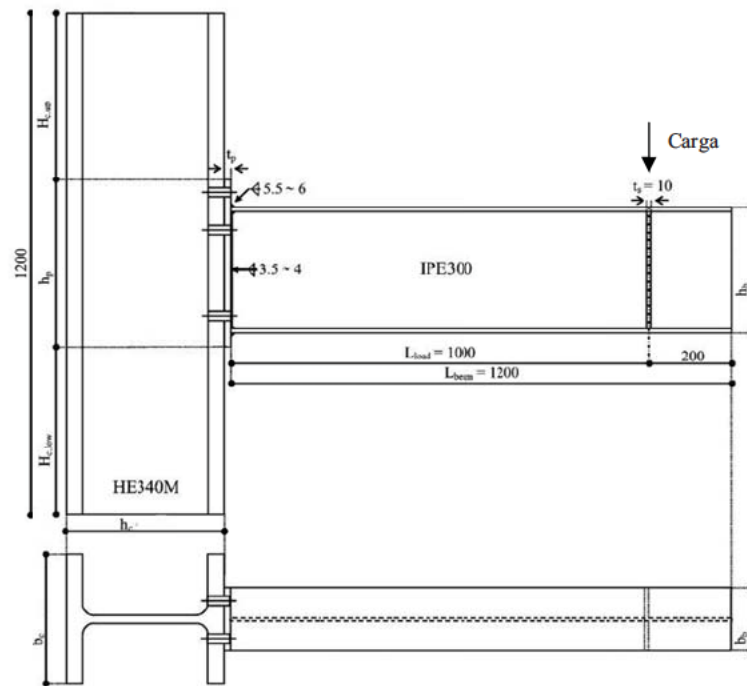


Figura 4.13. Geometría del modelo experimental FS1a (Girão et al., 2004).

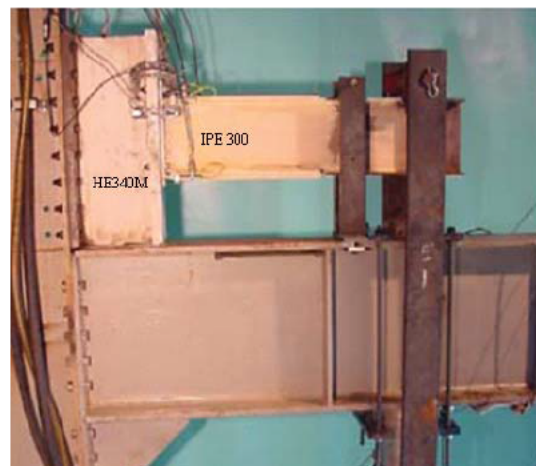


Figura 4.14. Condiciones de contorno del modelo experimental FS1a (Girão et al., 2004).

Tabla 4.12. Modelo FS1a. Propiedades geométricas de la columna, la viga y la chapa de testa (mm)

Columna (HE340M)		Viga (IPE300)		Chapa de testa	
h_c	376,00	h_b	300,45	h_p	401,04
t_{wc}	21,00	t_{wb}	7,20	b_p	149,84
t_{fc}	40,21	t_{fb}	10,76	t_p	10,40
b_c	307,50	b_b	150,50		
r_c	27,00	r_b	-		

Tabla 4.13. Modelo FS1a. Propiedades geométricas de las soldaduras y los tornillos, y disposición geométrica (mm)

Soldadura		Tornillos (M20)		Disposición geométrica			
a_{wp}	6,10	d_b	21,00	l_{ps}	69,35	e_x	29,90
a_{fp}	4,10	d_0	21,00	l_{pi}	31,69	p_x	90,03
		d_r	11,60	e	30,01	p	205,90
				w	89,91		

Tabla 4.14. Modelo FS1a. Propiedades mecánicas de los materiales (MPa)

Columna (S355)	Viga (S235)	Chapa de testa (S355)	Tornillos (8.8)
E 210000	E 209496	E 209856	E 223166
$f_{y,fc}$ 355,00	$f_{y,fb}$ 316,24	$f_{y,p}$ 340,12	$f_{y,b}$ 857,33
$f_{y,wc}$ 355,00	$f_{y,wb}$ 299,12	$f_{u,p}$ 480,49	$f_{u,b}$ 913,78
$f_{u,fc}$ 510,00	$f_{u,fb}$ 462,28		
$f_{u,wc}$ 510,00	$f_{u,wb}$ 446,25		

La figura 4.15 muestra la curva momento-rotación de la conexión obtenida en el modelo experimental (Girão et al., 2004). El modo de rotura fue la soldadura que une la viga con la chapa (vertical y horizontal), y el momento último fue 142,76 kNm.

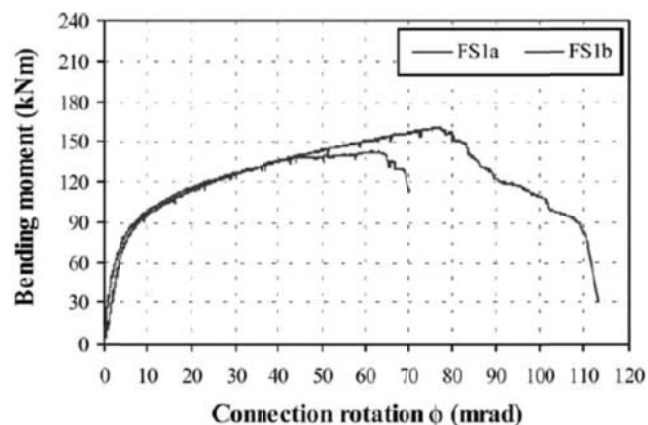


Figura 4.15. Curva momento-rotación de la conexión del modelo experimental FS1a (Girão et al., 2004).

4.4.2 Modelo geométrico

La Figura 4.16 muestra la geometría del modelo numérico, construido mediante el programa ANSYS. Para disminuir el coste computacional, se aprovecha la simetría de la unión respecto al plano medio del alma de la viga y de la columna. La Tabla 4.15 muestra el número de entidades que forman el modelo geométrico.

Tabla 4.15. Relación del número de entidades del modelo geométrico

Entidades	Puntos	Líneas	Áreas	Volúmenes
Cantidad	3736	9254	7447	1929

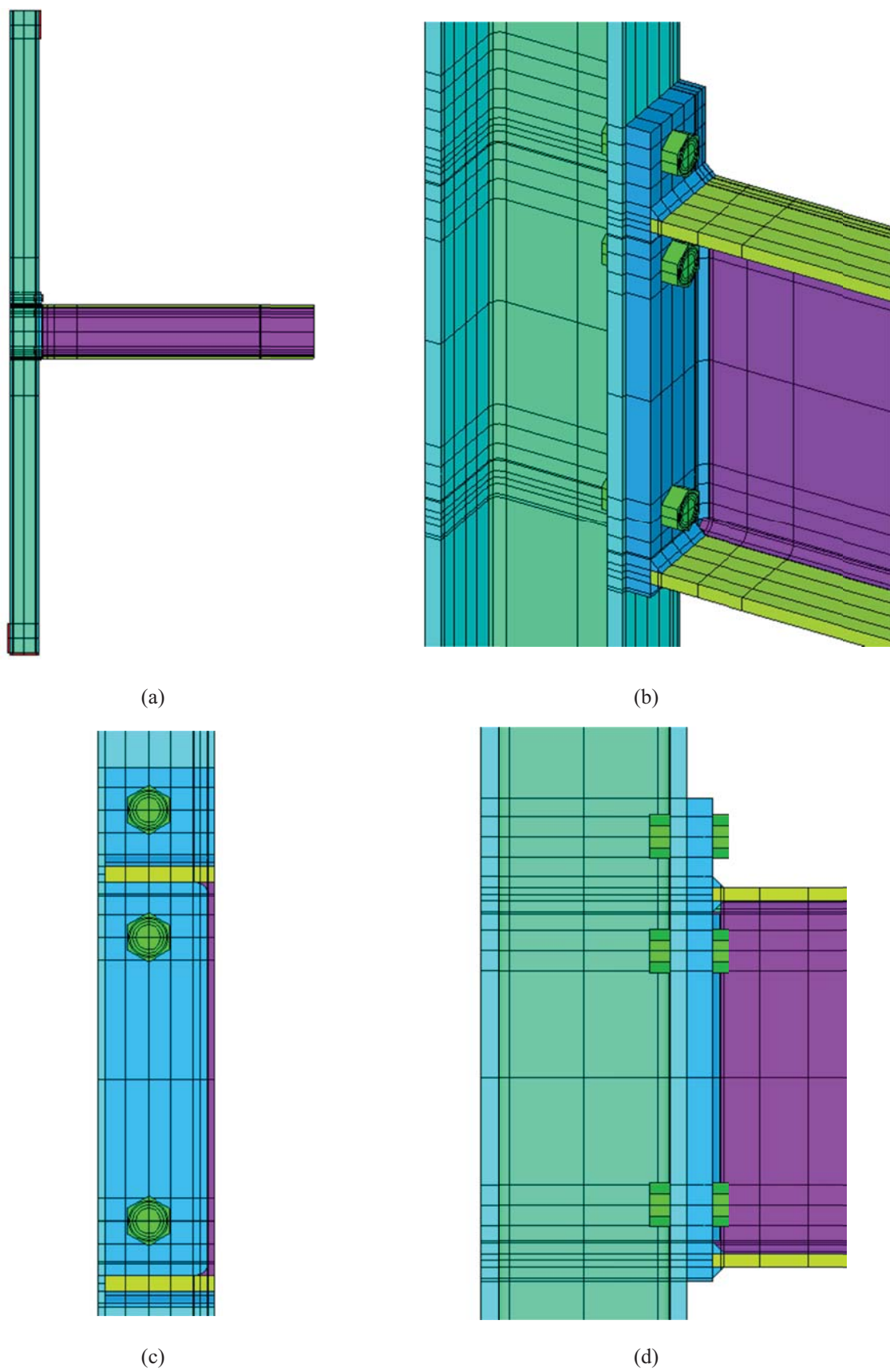


Figura 4.16. Modelo geométrico.

El modelo geométrico se divide en los siguientes componentes: viga, columna, chapa de testa, apoyos de la columna, cordones de soldadura, tornillos (cabeza, vástago y tuercas) y chapa rigidizadora situada en el punto de aplicación de la carga (Figura 4.16a).

La Figura 4.16 muestra distintas vistas del modelo geométrico. En éstas se aprecia el especial cuidado para hacer coincidir las aristas de los distintos volúmenes en los que se ha dividido los componentes, de modo que cuando se genera la malla, los componentes que pueden llegar a contactar tengan nodos coincidentes.

El vástago de los tornillos se define geoméricamente mediante un cilindro con el diámetro (d_r) correspondiente a su sección resistente (CTE:2006). La cabeza y la tuerca de los tornillos se modelan con el diámetro y espesor nominal correspondiente (EN ISO 4014:2000).

Los apoyos situados en los extremos de la columna (Figura 4.16a) se introducen mediante volúmenes cuyas dimensiones son: canto de la sección de la columna (h_c) \times el espesor del alma de la columna (t_{fc}) \times el ancho de la columna (h_b).

4.4.3 Modelo de elementos finitos

A continuación se describen: las curvas tensión-deformación para definir los distintos materiales, los tipos de elementos, las condiciones de contorno, las zonas de contacto entre los componentes, la carga aplicada, y los parámetros del análisis que se han utilizado para resolver el modelo.

4.4.3.1 Curvas tensión-deformación de los materiales

Para definir las características de los materiales que intervienen en los diferentes componentes se utilizan dos curvas tensión-deformación (elástico-lineal y trilineal) y el criterio de plastificación de Von Mises acoplado con endurecimiento isotrópico.

Los valores de las propiedades de los materiales utilizados corresponden con el acero estructural contemplados por el Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1:2005):

- Módulo de elasticidad: $E = 210000$ MPa
- Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,3$
- Módulo de elasticidad transversal: $G = 80769,23$ MPa

Para definir el material de los apoyos y de la chapa rigidizadora se utiliza una curva elástico-lineal con pendientes de $100E$ y E , respectivamente.

Para definir los materiales de la viga, de la columna, de la chapa de testa, de las soldaduras y de los tornillos se utiliza una curva trilineal (Figura 4.17). La curva presenta un primer tramo elástico con una pendiente E , un segundo tramo con endurecimiento isotrópico y una pendiente $E_{h1} = E/50$ hasta la tensión de rotura. La pendiente de este segundo tramo ha sido calibrada ajustando la respuesta del modelo numérico con los resultados del modelo experimental T101.010. Para el tercer tramo, por razones de convergencia, se utiliza una pendiente $E_{h2} = E/500$.

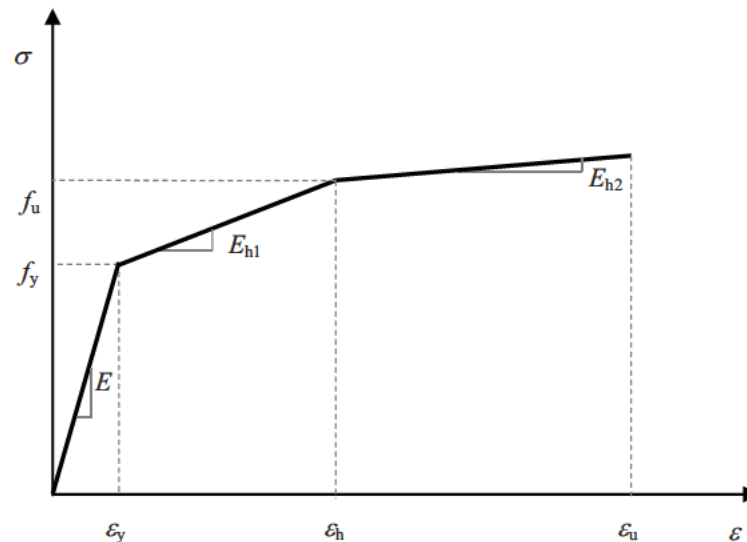


Figura 4.17. Curva $\sigma - \epsilon$ para los materiales de la columna, la viga, la chapa de testa y los tornillos.

4.4.3.2 Elementos

Los elementos finitos, del programa ANSYS, empleados para definir el modelo numérico son:

- Sólido. SOLID45: elemento hexaédrico de primer orden con ocho nodos (3 grados de libertad por nodo), e integración completa con funciones de forma auxiliares incompatibles.
- De contacto. CONTAC173: elemento 3D con 4 nodos para representar contacto y deslizamiento en tres dimensiones. TARGET170: elemento para representar la superficie principal asociada al elemento de contacto (CONTAC173).
- De pretensado. PRETS179: elemento utilizado para definir una sección 3D pretensada y 1 grado de libertad (en la dirección del pretensado).

4.4.3.3 Malla

La división de los componentes en diferentes volúmenes permite, de forma más sencilla, generar un mallado regular. Éste supone, generalmente, un número menor de elementos, elementos menos distorsionados, y menor tiempo de cálculo, memoria y espacio en disco duro. Sin embargo, el tiempo para la elaboración del modelo aumenta considerablemente.

La densidad de la malla se controla mediante el tamaño del elemento y el número de los mismos. El espesor de las alas de la viga, de la chapa de testa, de las alas de la columna, y de las tuercas y la cabeza de los tornillos se dividen en tres elementos (Figura 4.18).

El uso de mallas finas puede incrementar excesivamente el tiempo de cálculo. Por lo que, es preferible el uso de mallas con densidad variable. Para aumentar la exactitud en las zonas críticas (próximas a la zona de la unión) se varía la densidad del mallado, optando por un mallado fino en las regiones cercanas a la unión y otro más grosero en las zonas más alejadas, realizando una transición entre ambas con un tamaño de elemento intermedio (Figura 4.18). De esta manera se consigue aumentar la precisión de los resultados en las zonas de interés (conexión), a la vez que se disminuye el coste computacional. En la Figura 4.19 se muestra el

mallado de la columna, de los tornillos y de la chapeta de testa, y un detalle de las soldaduras en la Figura 4.20.

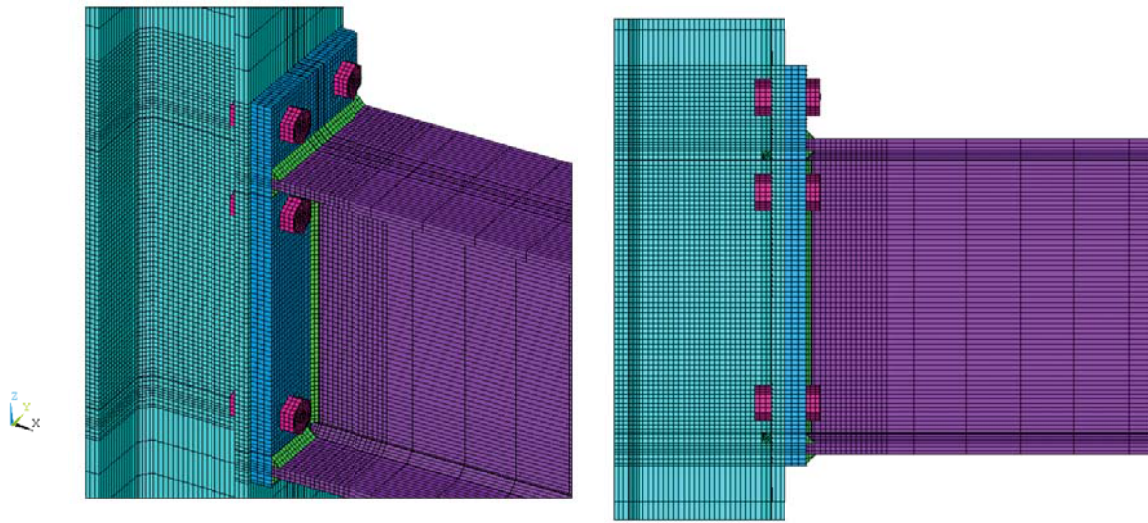


Figura 4.18. Modelo de elementos finitos.

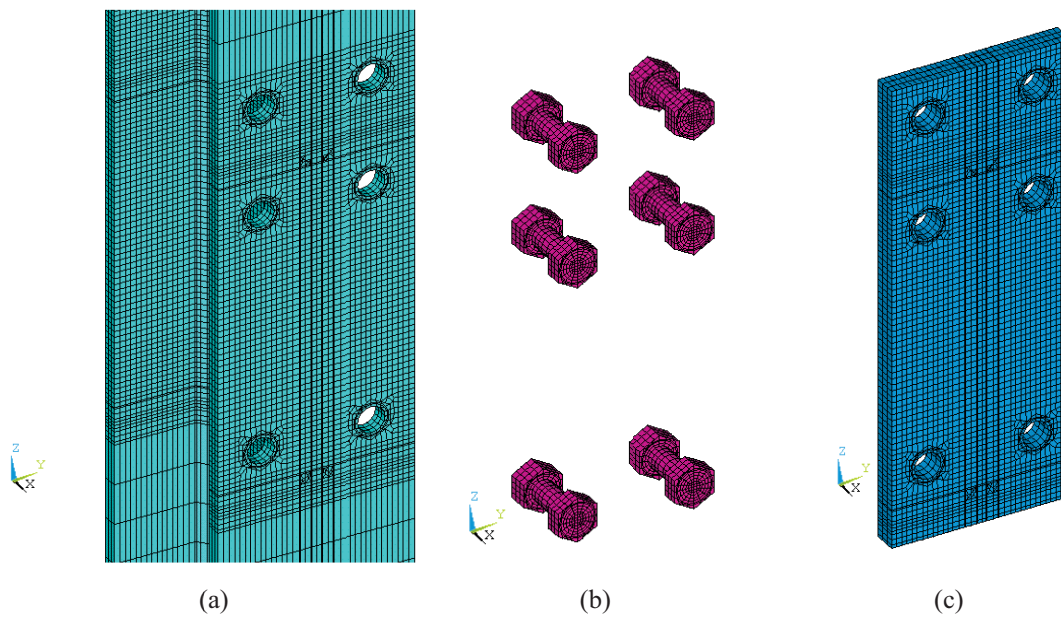


Figura 4.19. Detalles del modelo: (a) columna; (b) tornillos; (c) chapeta de testa.

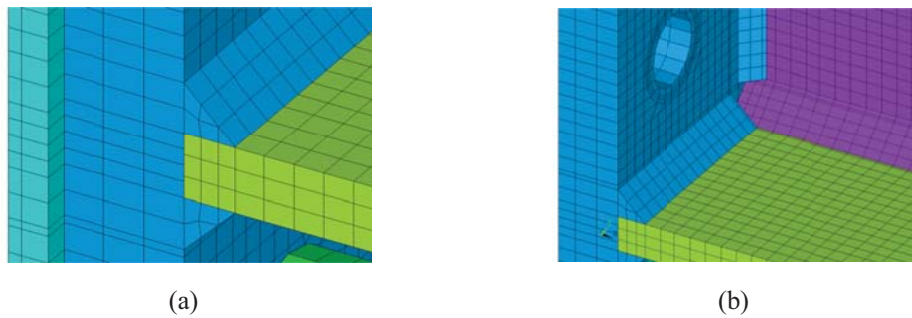


Figura 4.20. Detalle de las soldaduras: (a) ala superior de la viga; (b) ala inferior de la viga.

La Tabla 4.16 muestra el tamaño del elemento elegido para cada región del modelo numérico, y en la Tabla 4.17 se muestra el número total de nodos, elementos y grados de libertad invertidos para el modelo numérico T101.010.

Tabla 4.16. Tamaño del elemento en el modelo numérico

Regiones	Tamaño (mm)
Chapa de testa	5
Cabeza y tuerca de los tornillos	5
Vástago de los tornillos	5
Cordones de soldadura	5
Viga cercana a la unión	10
Viga lejana a la unión	100
Resto de viga	50
Columna cercana a la unión	5
Columna lejana a la unión	100
Resto de columna	50
Apoyos	5

Tabla 4.17. Entidades en el modelo numérico T101.010

Entidades	Cantidad
Elementos	53903
Nodos	71076
Grados de libertad	193279

4.4.3.4 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno aplicadas al modelo se dividen en:

- condiciones de simetría: plano medio de las almas de la viga y de la columna (plano XZ), impidiendo los desplazamientos en la dirección perpendicular, y
- condiciones de apoyo (Figura 4.21): aplicadas en los nodos (contenidos en el plano de simetría).

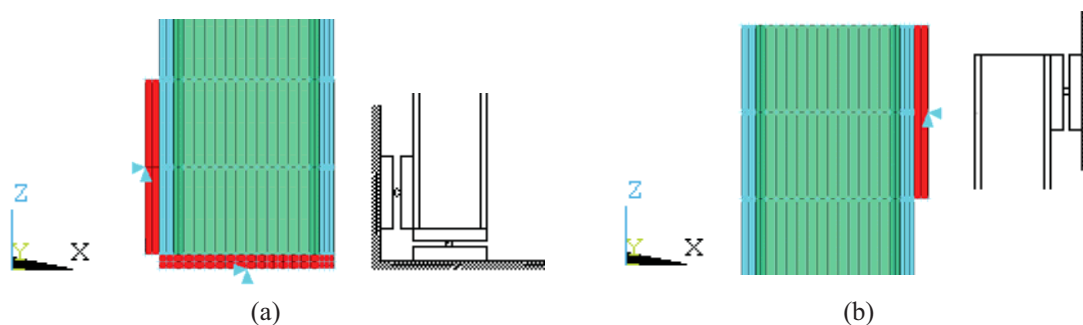


Figura 4.21. Condiciones de contorno: (a) apoyo inferior; (b) apoyo superior.

4.4.3.5 Zonas de contacto

Las zonas de contacto consideradas en el modelo numérico se dividen en:

- Zona 1: contacto entre la chapa de testa y las cabezas de los tornillos (Figura 4.22a).
- Zona 2: contacto entre el ala de la columna y la chapa de testa (Figura 4.22b).
- Zona 3: contacto entre el ala de la columna y las tuercas de los tornillos (Figura 4.22c).
- Zona 4: contacto entre los vástagos de los tornillos y los taladros de la chapa de testa y del ala de la columna (Figura 4.22d).

La viga solamente está unida a la chapa de testa mediante las soldaduras.

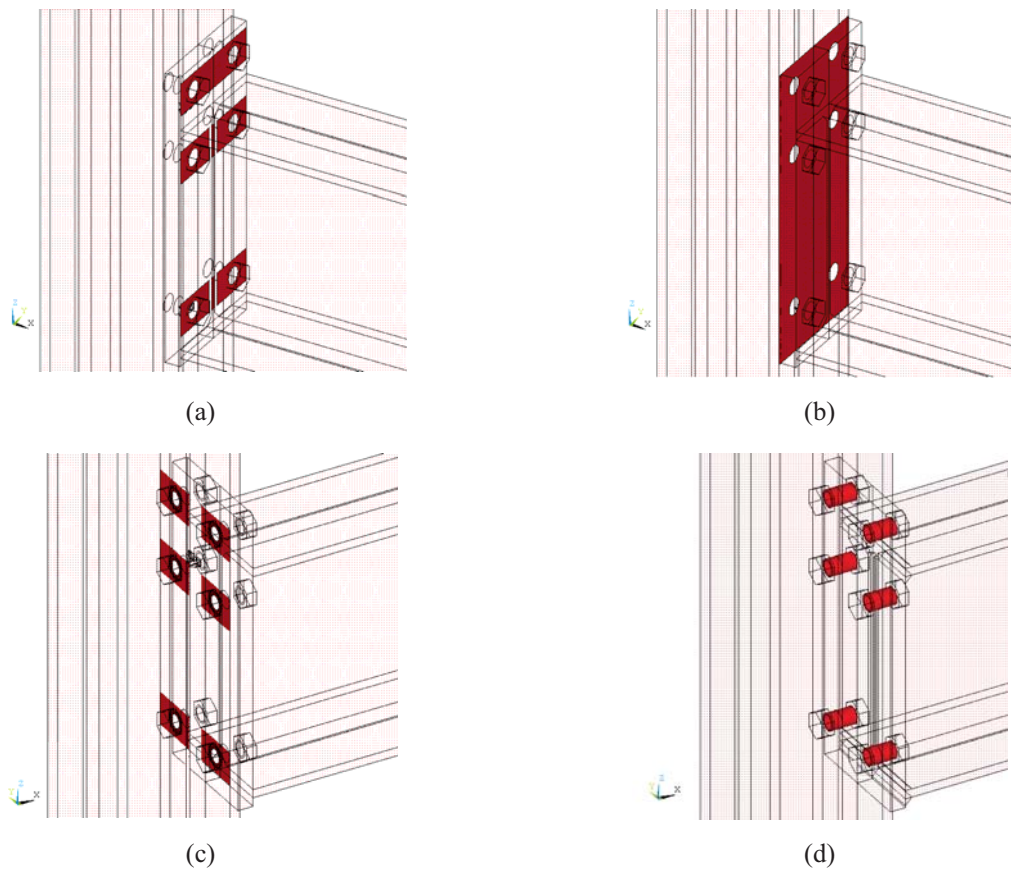


Figura 4.22. Zonas de contacto entre: (a) la chapa de testa y las cabezas de los tornillos; (b) el ala de la columna y la chapa de testa; (c) el ala de la columna y las tuercas de los tornillos; (d) los vástagos de los tornillos y los taladros de la chapa de testa y del ala de la columna.

4.4.3.6 Cargas

La carga aplicada en el modelo es una fuerza vertical (P) a una distancia $L = 1250$ mm desde la chapa de testa (Figura 4.23). Para evitar fenómenos de inestabilidad local se coloca, donde se aplica la carga, una chapa rigidizadora en la viga.

Antes de aplicar la fuerza vertical es necesario introducir el apriete de los tornillos. El apriete se introduce de forma secuencial. El número mínimo de pasos utilizados es 5 y el número máximo es 10.

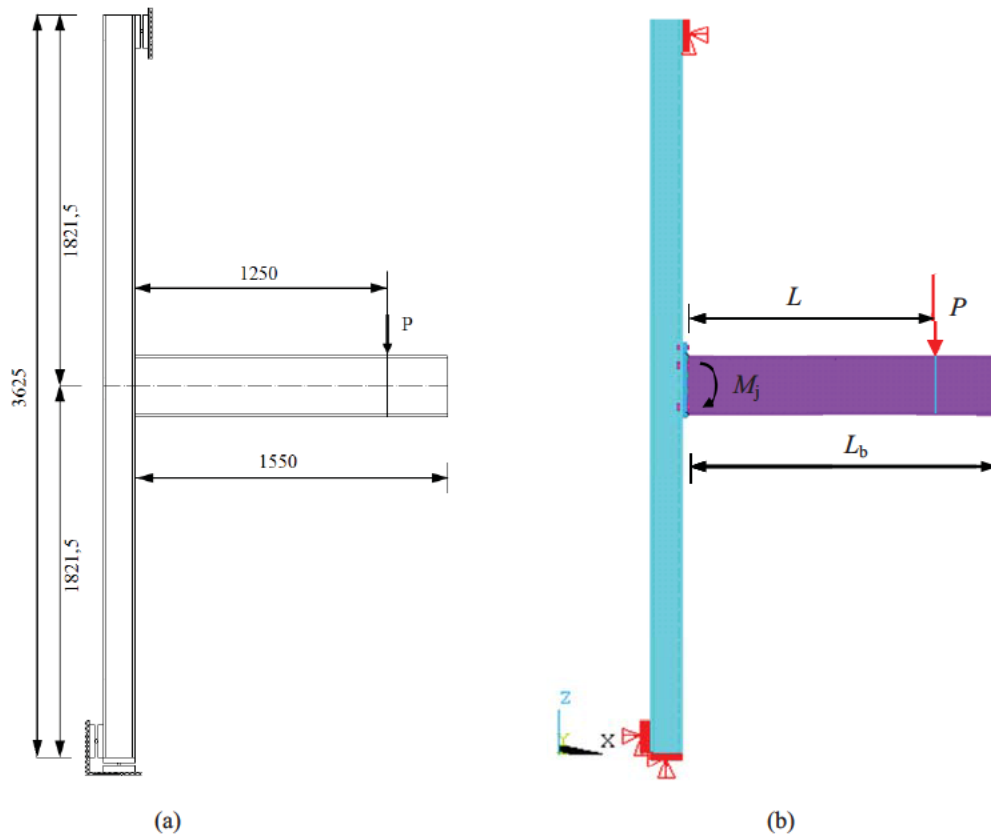


Figura 4.23. (a) Modelo experimental; (b) modelo numérico.

Para calcular la rigidez inicial de la unión ($S_{j,ini}$) a través del modelo numérico, y así obtener el momento resistente de la unión, se realiza, durante el proceso de carga, una descarga en el modelo de análisis (Figura 4.24). Girão et al. (2004) aplican esta descarga cuando la plasticidad en la unión está claramente definida, al igual que lo hacen Huber y Tschechmerneegg (1998), y Kameshki y Saka (2001).

Para conocer en qué punto se debe comenzar a descargar en el modelo numérico, se realizó un estudio paramétrico variando el punto de descarga, ya que, a priori no se conoce cuando el modelo empieza a plastificar claramente. Tras dicho estudio, se decidió tomar como momento de descarga el momento resistente ($M_{j,Rd,EC3}$) que se obtiene a partir del método de los componentes (EC3-1-8:2005).

Por lo que, el proceso de carga se ha dividido en 3 pasos (Figura 4.24):

1. Carga: el valor de la carga es igual a ($P = P_1$)

$$P_1 = \frac{M_{j,Rd,EC3}}{L}$$

2. Descarga: se realiza una descarga hasta $P = 0$

3. Carga: se aumenta el valor de la carga hasta que no converja la solución. Para no aumentar el coste computacional, se establece como valor máximo de P

$$P = P_2 = \frac{1,5 M_{j,Rd,EC3}}{L}$$

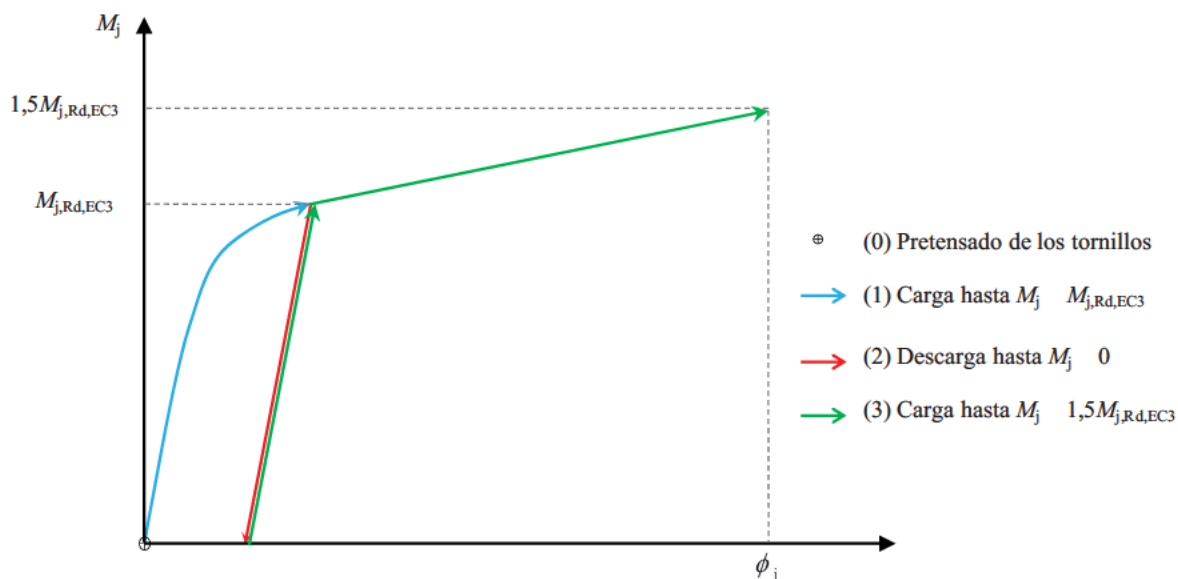


Figura 4.24. Proceso de carga en el modelo numérico.

4.4.3.7 Parámetros del análisis

Para obtener la curva momento-rotación de la unión se realiza un análisis estático no lineal. Para resolver el problema no lineal se ha elegido el método de Newton-Raphson con las siguientes opciones: resolución del sistema de ecuaciones con el método directo; paso de carga variable y criterio de convergencia mediante la norma L2 (fuerzas y momentos 0,5%; desplazamientos 5%).

El método elegido para modelizar el contacto es un método de penalización, con detección del contacto en los puntos de Gauss. La rigidez del contacto se actualiza en cada iteración, y el tipo de contacto es simétrico. Para conseguir un compromiso entre la precisión y el coste computacional se fija una penetración máxima en las zonas de contacto de 0,001 mm.

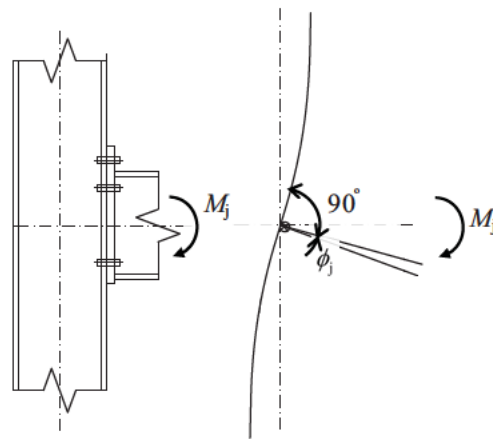
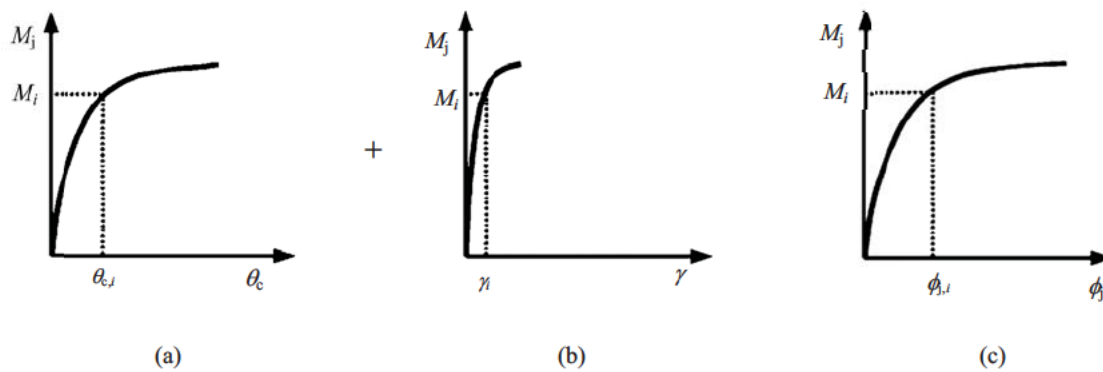
4.4.4 Curva momento-rotación del modelo numérico

El EC3-1-8:2005 define la representación de la curva momento-rotación de una unión viga-columna en función del momento (M_j) que transmite la viga a la columna y el giro relativo (ϕ_j) entre los ejes de la columna y de la viga (Figura 4.25). M_j es el momento correspondiente a la fuerza aplicada (P) por la distancia (L) entre el punto de aplicación de la carga y el extremo de la viga que se conecta a la chapa (Figura 4.23b)

$$M_j = PL \quad (4.2)$$

La deformación rotacional de la unión (ϕ_j) se obtiene sumando la deformación rotacional de la conexión (θ_c) y la deformación rotacional del panel del alma (γ) (Figura 4.26, Jaspart (1997)).

$$\phi_j = \theta_c + \gamma \quad (4.3)$$

Figura 4.25. Momento M_j y ϕ_j en la unión.Figura 4.26. Curvas (Jaspart, 1997): (a) $M_j - \theta_c$; (b) $M_j - \gamma$; (c) $M_j - \phi_j$.

Para determinar la deformación rotacional de la unión, de la conexión y del panel del alma en el modelo numérico se utilizan los valores de los desplazamientos (obtenidos del análisis) en unos puntos de referencia (B_1 , B_2 , C_1 , C_2), indicados en la Figura 4.27a.

Para el modelo numérico, la deformación rotacional de la unión se determina como la diferencia entre el giro total de la viga y el giro elástico producido en la columna ($\theta_{el,c}$) debido al momento M_j (Figura 4.27b). $\theta_{el,c}$ se determina a partir de su expresión teórica de una columna empotrada-articulada con un momento M_j aplicado en el centro de la columna y con una longitud L_c .

$$\phi_j = \text{atan} \left(\frac{D_{zB_2} - D_{zB_1}}{L_{X(B_1-B_2)}} \right) - \theta_{el,c} \quad (4.4)$$

donde D_{ZB_2} y D_{ZB_1} son los desplazamientos verticales de los puntos situados en la fibra neutra de la viga, a una distancia de $b_b/2$ y $b_b/4$ del extremo izquierdo de la viga, respectivamente, y $L_{X(B_1-B_2)}$ es la distancia horizontal entre B_1 y B_2 ($=b_b/2$).

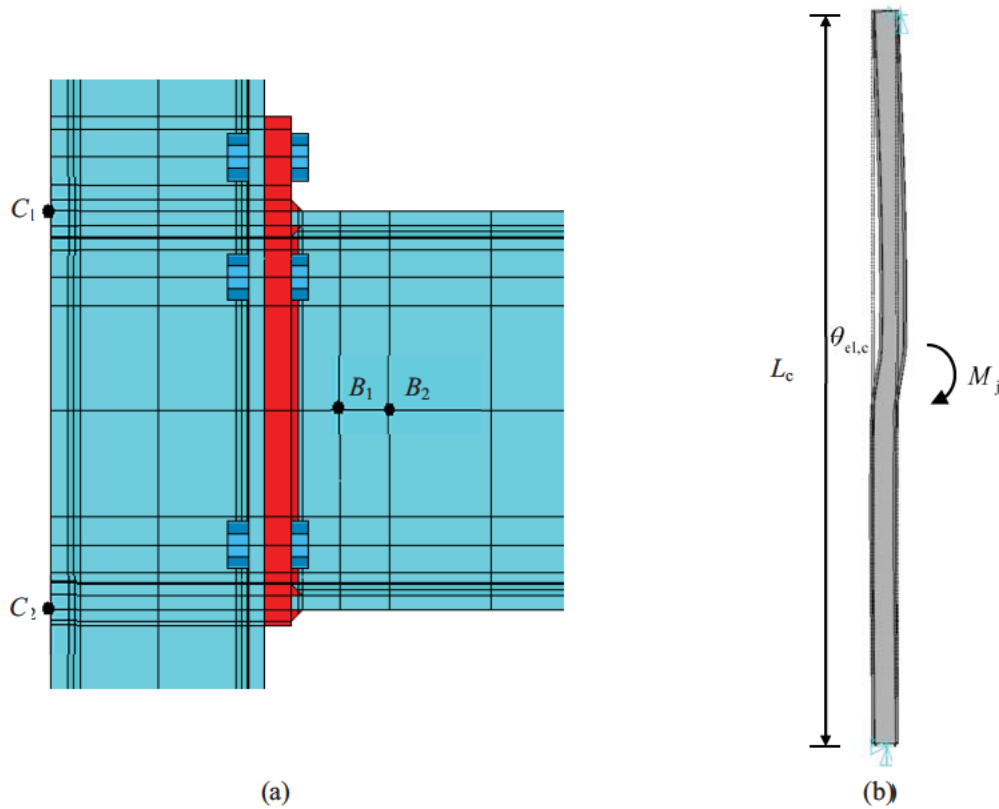


Figura 4.27. Puntos utilizados para el cálculo de los giros de la unión: (a) puntos de medida en la viga y columna; (b) giro elástico de la columna.

La deformación del panel del alma de la columna debida al cortante se determina como

$$\gamma_{c,s} = \tan\left(\frac{D_{XC1} - D_{XC2}}{L_{Z(C1-C2)}}\right) - \theta_{el,c} \quad (4.5)$$

donde D_{XC1} y D_{XC2} son los desplazamientos horizontales de los puntos C_1 y C_2 situados a la altura del ala superior e inferior de la viga, respectivamente, y $L_{Z(C1-C2)}$ es la distancia vertical entre C_1 y C_2 ($=h_b$).

Finalmente, la rotación de la conexión se puede determinar como la diferencia entre el giro total de la unión y el giro del panel del alma de la columna debida al corte

$$\theta_c = \phi_j - \gamma \quad (4.6)$$

Para obtener el momento resistente de la unión (Figura 4.28) se traza la recta secante con pendiente (EC3-1-8:2005 y Fiaella et al., 2000)

$$S_{\text{sec}} = \frac{S_{j,\text{ini}}}{\mu}$$

donde $\mu = 2,988 \cong 3$ para uniones atornilladas con chapa de testa extendida. El punto de corte de la secante con la curva momento-rotación define el valor del momento resistente de la unión ($M_{j,\text{Rd}}$).

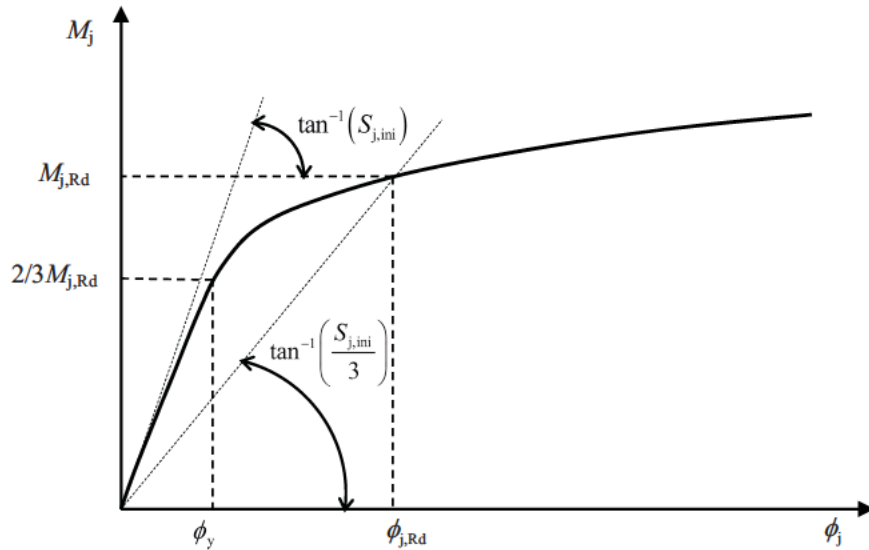


Figura 4.28. Curva $M_j - \phi_j$ de la unión (Faella et al., 2000).

4.4.5 Verificación del modelo numérico

El modelo numérico se ha ajustado a partir del modelo experimental T101.010. Para ello, se han ido modificando los parámetros del endurecimiento del material, del contacto y el número de pasos de carga del análisis, hasta alcanzar un buen acuerdo entre las curvas momento-rotación del modelo experimental y del modelo numérico.

La Figura 4.29 muestra las curvas $M_j - \phi_j$ obtenidas con el modelo experimental, con el modelo numérico ajustado (MEF), y con el método de los componentes descrito en el Eurocódigo 3 (EC3) para el modelo T101.010. Como se observa, la curva obtenida con el modelo numérico se ajusta adecuadamente a la obtenida en el modelo experimental.

En la Figura 4.30 se muestra la curva $M_j - \theta_c$ obtenida con el modelo numérico T101.010. Como se observa, la curva obtenida con el modelo numérico se ajusta adecuadamente con la obtenida en el modelo experimental.

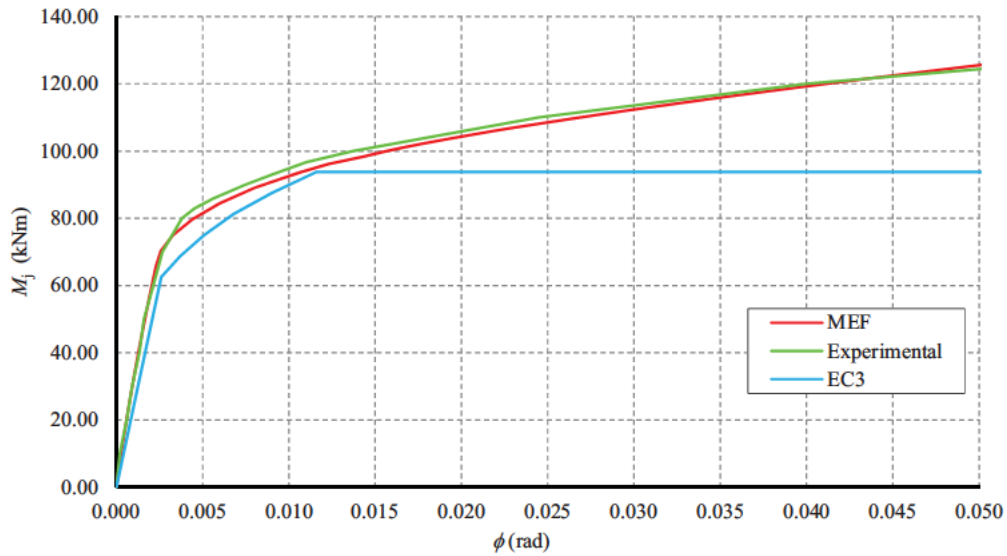


Figura 4.29. Curvas $M_j - \phi_j$ de la unión T101.010: modelo experimental (Janss et al., 1987), modelo numérico (MEF) y curva obtenida mediante el Eurocódigo (EC3).

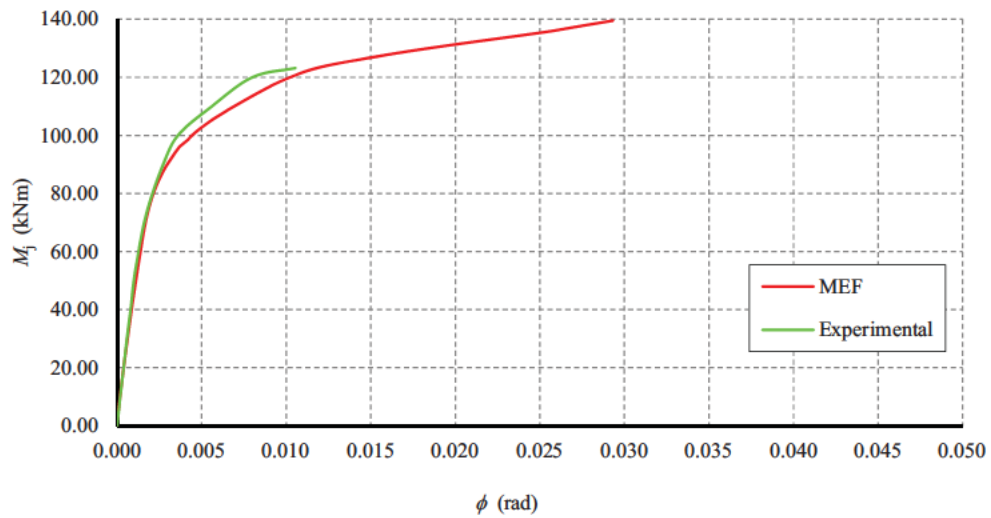


Figura 4.30. Curvas $M_j - \theta_c$ de la conexión T101.010.

En la Figura 4.31 se muestra la curva $M_j - \phi_j$ obtenida con el modelo numérico T101.010, a través de la cual se obtiene el valor de la rigidez inicial y el momento resistente de la unión, como se ha explicado en las secciones anteriores.

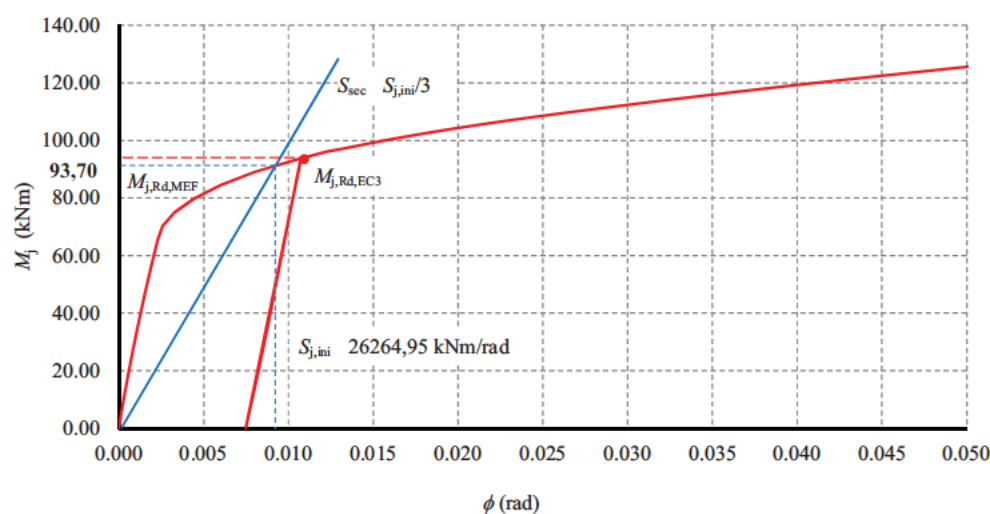


Figura 4.31. Curva $M_j-\phi$ de la unión T101.010 obtenida con MEF.

En la Tabla 4.18 se muestran los valores de la rigidez inicial y del momento resistente de la unión obtenidos a través del modelo experimental, MEF, EC3, y el método JMRC propuesto por Faella et al. (2000) para el modelo T101.010, así como los errores relativos con respecto al modelo experimental (Exp).

Tabla 4.18. Resultados del modelo T101.010

	Experimental (Janss et al., 1987)	MEF	EC3 (EC3-1-8:2005)	JMRC (Faella et al., 2000)	$\frac{MEF - Exp}{Exp}$	$\frac{EC3 - Exp}{Exp}$	$\frac{JMRC - Exp}{Exp}$
$S_{j,ini}$ (kNm/rad) (ref. Faella et al., 2000)	25316	26264,95	24181,36	20856	3,75%	4,48%	17,62%
$M_{j,Rd}$ (kNm) (ref. Faella et al., 2000)	96,36	93,70	93,78	100,05	2,76%	2,68%	3,83%

El modelo numérico es un 3,75% más rígido que el modelo experimental y un 2,76% menos resistente. No obstante, el modelo numérico se ajusta mejor al modelo experimental que el método de los componentes y el método JMRC.

Las diferencias que se aprecian entre los resultados del modelo numérico y el modelo experimental se pueden deber a:

1. Las soldaduras introducen unas tensiones residuales del orden de la tensión de fluencia del acero, que no se tienen en cuenta en el modelo numérico.
2. Errores asociados a la aproximación de la curva tensión-deformación del material.
3. Imperfecciones presentes en el montaje experimental.
4. Errores asociados al ajustar la curva experimental.

En la Figura 4.32 se muestran las deformaciones plásticas equivalentes de Von Mises para un momento M_j igual al momento resistente de la unión ($M_{j,Rd,MEF} = 93,7$ kNm). Como se

puede apreciar, la zona plastificada está concentrada, principalmente, en el alma de la columna.

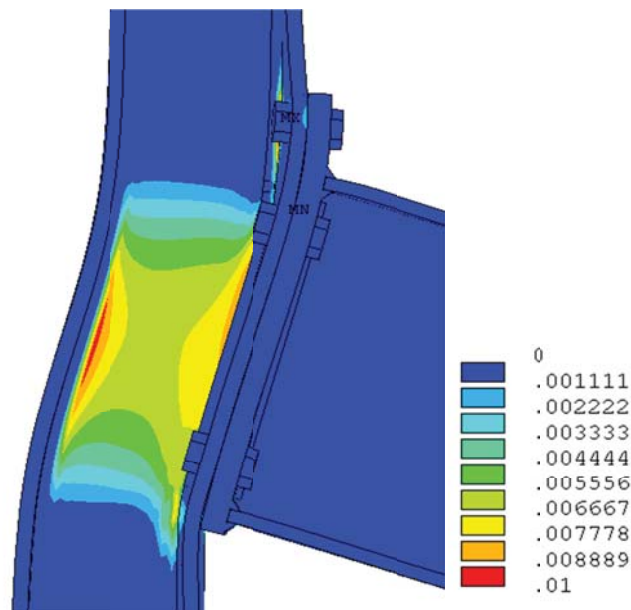


Figura 4.32. Deformaciones plásticas equivalentes de Von Mises para $M_j = 92,8 \text{ kNm}$.
Factor de amplificación $\times 20$.

En la Figura 4.33 se muestran las distribuciones de tensiones equivalentes de Von Mises para un momento M_j igual al momento resistente de la unión.

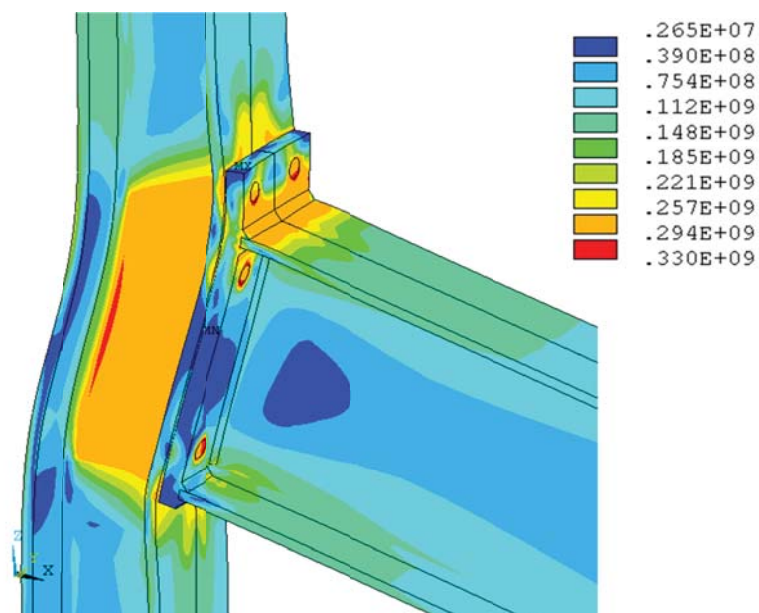


Figura 4.33. Tensiones equivalentes de Von Mises (N/m^2) para $M_j = 2,8 \text{ kNm}$.
Factor de amplificación $\times 20$.

4.4.5.1 Comparación entre los modelos numéricos y experimentales T101.014 y FS1a

Con el objetivo de conocer el comportamiento del modelo numérico frente a otros modelos experimentales se generan los modelos T101.014 y FS1a descritos en la sección 4.4.1.

En la Figura 4.34 se muestran las curvas $M_j - \theta_c$ obtenidas con el modelo experimental, con el modelo numérico ajustado, y con el método de los componentes descrito en el Eurocódigo 3 para el modelo T101.014. Para obtener la curva $M_j - \theta_c$ mediante el método de los componentes se desprecia el componente del alma de la columna a cortante.

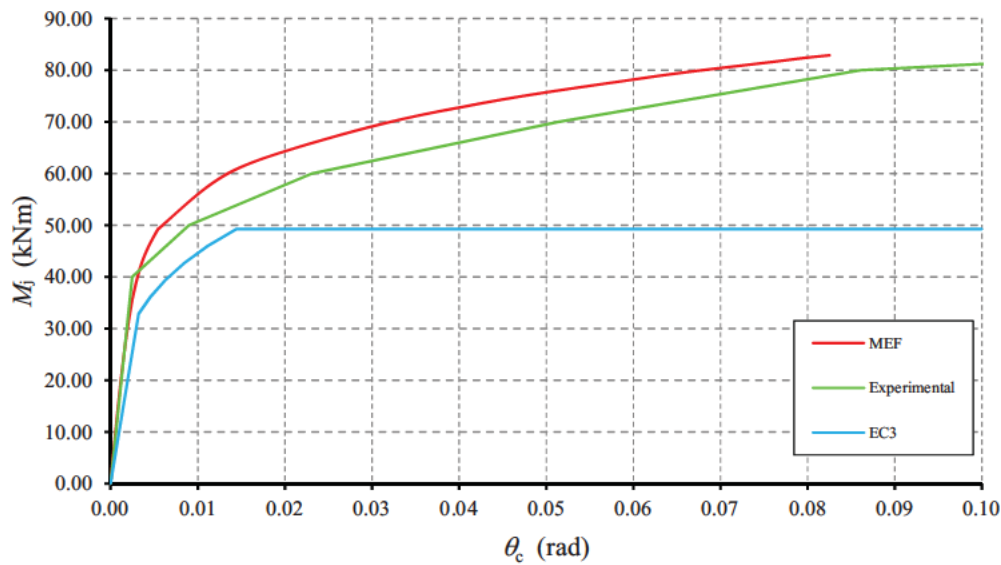


Figura 4.34. Curva $M_j - \theta_c$ de la conexión de T101.014 (Janss et al., 1987).

En la Figura 4.35 se muestra las curvas $M_j - \theta_c$ obtenidas con el modelo experimental y con el modelo numérico ajustado para el modelo FS1a.

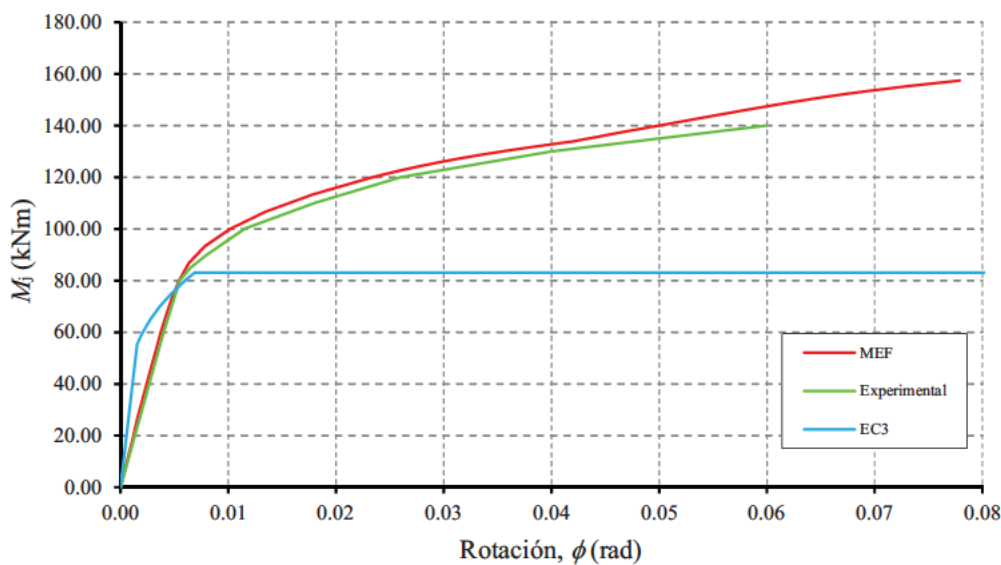


Figura 4.35. Curvas $M_j - \theta_c$ de la conexión de FS1a (Girão et al., 2004).

En la Tabla 4.19 se muestran los valores de la rigidez inicial y del momento resistente, obtenidos a partir de la curva $M_j - \theta_c$ generada a través del modelo experimental, MEF, EC3, y el método JMRC propuesto por Faella et al. (2000) para el modelo T101.014, así como los errores relativos con respecto al modelo experimental.

Tabla 4.19. Resultados del modelo T101.014 para la conexión

	Experimental (Janss et al., 1987)	MEF	EC3 (EC3-1-8:2005)	JMRC (Faella et al., 2000)	MEF – Exp Exp	EC3 – Exp Exp	JMRC – Exp Exp
$S_{j,ini}$ (kNm/rad) (ref. Faella et al., 2000)	16161	13888,80	10238	6531	14,06%	36,65%	59,59%
$M_{j,Rd}$ (kNm) (ref. Faella et al., 2000)	50,59	58,80	49,30	54,68	16,23%	2,55%	8,08%

Apuntar que, Faella et al. (2000) considera que los resultados reflejados en la Tabla 4.11 (obtenidos del modelo experimental, Janss et al. (1987)) están relacionados con la unión y no con la conexión. Por lo que, se realiza una comparación entre los resultados dados por Faella et al. (2000) y los resultados obtenidos mediante MEF y EC3 para la conexión (Tabla 4.19) y para la unión (Tabla 4.20).

Si se considera que los resultados experimentales (Janss et al., 1987) son referidos a la conexión (Tabla 4.19), el modelo numérico es un 14,06% menos rígido que el modelo experimental y un 16,23% más resistente. No obstante, el modelo numérico se ajusta mejor al modelo experimental que el método de los componentes y el método JMRC.

Si se considera que los resultados experimentales son referidos a la unión (Tabla 4.20), el modelo numérico es un 41,56% menos rígido que el modelo experimental y un 21,76% más resistente.

Tabla 4.20. Resultados del modelo T101.014 para la unión

	Experimental (Janss et al., 1987)	MEF	EC3 (EC3-1-8:2005)	JMRC (Faella et al., 2000)	MEF – Exp Exp	EC3 – Exp Exp	JMRC – Exp Exp
$S_{j,ini}$ (kNm/rad) (ref. Faella et al., 2000)	16161	9444,10	8072,80	6531	41,56%	50,05%	59,59%
$M_{j,Rd}$ (kNm) (ref. Faella et al., 2000)	50,59	61,60	49,30	54,68	21,76%	2,55%	8,08%

En la Tabla 4.21 se muestran los valores de la rigidez inicial y del momento resistente obtenidos para la conexión del modelo FS1a. El modelo numérico es un 10% más rígido que el modelo experimental y un 2,27% más resistente. Apuntar que, la diferencia del 10% en la rigidez equivale a una variación de la pendiente de un 0,0003%.

Tabla 4.21. Resultados del modelo FS1a

	Experimental (Girão et al., 2004)	MEF	EC3 (EC3-1-8:2005)	Leonis et al. (2009)	$\frac{\text{MEF} - \text{Exp}}{\text{Exp}}$	$\frac{\text{EC3} - \text{Exp}}{\text{Exp}}$	$\frac{\text{Leonis} - \text{Exp}}{\text{Exp}}$
$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	18190,00	20008,00	35999,1	23200	9,99%	19,89%	27,54%
$M_{j,Rd}$ (kNm)	105,60	108,00	83,1	140,0	2,27%	21,3%	32,57%

En la Figura 4.36 se muestran las deformaciones de la conexión del modelo FS1a obtenidas mediante el modelo experimental y el numérico, observando que el modelo numérico reproduce fielmente la deformación del modelo experimental.

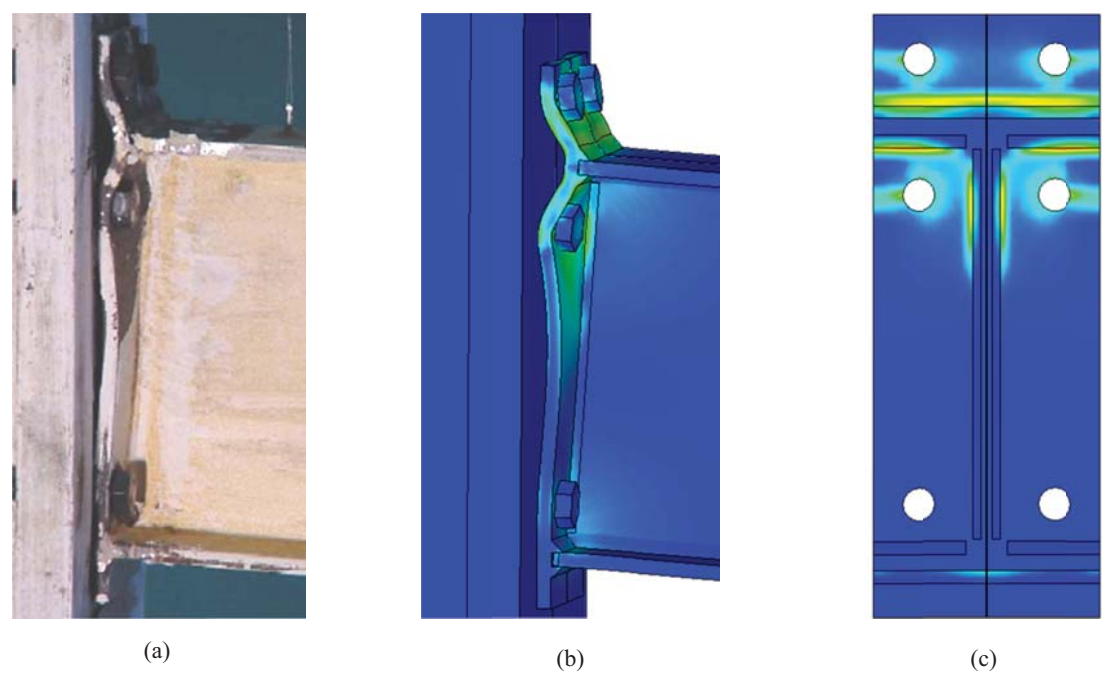


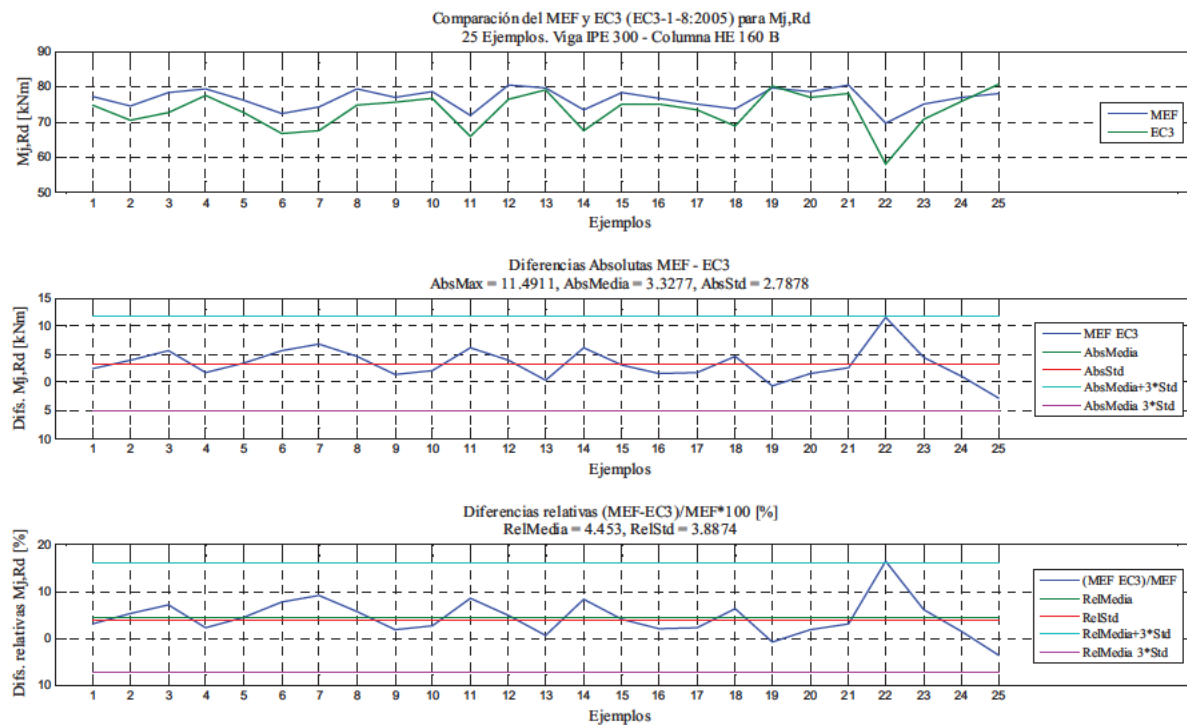
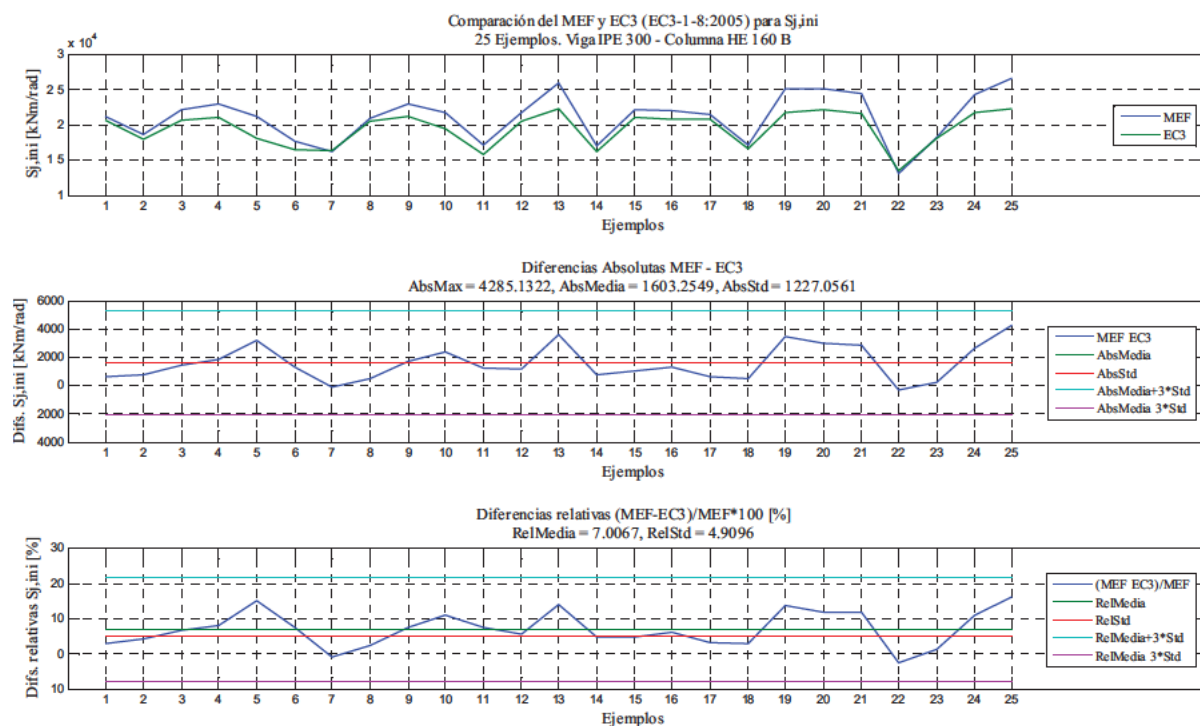
Figura 4.36. Deformaciones del modelo FS1a: (a) experimental (Girão et al., 2004); (b) numérico: tensiones equivalentes Von Mises; (c) numérico: deformaciones plásticas Von Mises

4.4.5.2 Modelos numéricos frente al método de los componentes

Para contrastar teóricamente el modelo numérico se comparan los resultados del modelo numérico frente a los obtenidos mediante el método de los componentes propuesto por el Eurocódigo 3. Para ello se han elaborados 25 modelos diferentes, siendo en todos los casos la viga un perfil IPE300 y la columna un perfil HE160B.

A continuación se muestran dos gráficos compuestos por tres gráficas. En la gráfica superior se muestra el ajuste entre el valor obtenido con el modelo numérico y el método de los componentes. En la gráfica intermedia se muestra el error absoluto máximo (*AbsMax*), el error absoluto medio (*AbsMed*) y la desviación típica del error absoluto (*AbsStd*). En la gráfica inferior se muestra el error relativo medio (*RelMed*) y la desviación típica del error relativo (*RelStd*).

En la Figura 4.37 se muestran los resultados para el momento resistente y en la Figura 4.38 para la rigidez inicial.

Figura 4.37. Comparación entre MEF y EC3 para $M_{j,Rd}$.Figura 4.38. Comparación entre MEF y EC3 para $S_{j,ini}$.

En la Tabla 4.22 se muestran los valores de los errores $AbsMax$, $AbsMed$, $AbsStd$, $RelMed$ y $RelStd$ obtenidos al comparar los resultados del modelo numérico (MEF) y el método de los componentes (EC3). Las expresiones utilizadas para determinar los valores de los errores son

$$AbsMax = \max |MEF-EC3|$$

$$AbsMed = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|MEF-EC3|)$$

$$AbsStd = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((MEF-EC3) - errAbsMed)^2}$$

$$RelMed = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{MEF-EC3}{MEF-EC3} \right)$$

$$RelStd = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{MEF-EC3}{MEF} - errRelMed \right)^2}$$

Tabla 4.22. Resultados obtenidos con MEF y EC3

IPE300-HE160B		
	$M_{j,Rd}$	$S_{j,ini}$
$AbsMax$	11,4911 (kNm)	4285,1322 (kNm/rad)
$AbsMed$	3,3277 (kNm)	1603,2549 (kNm/rad)
$AbsStd$	2,7878 (kNm)	1227,0561 (kNm/rad)
$RelMed$	4,4530 (%)	7,0067 (%)
$RelStd$ (%)	3,8874 (%)	4,9096 (%)

Si se analizan las Figuras 4.37 y 4.38 y los resultados mostrados en la Tabla 4.22, para el caso estudiado (IPE300-HE160B), se observa que:

- El momento resistente de la unión ($M_{j,Rd}$) obtenido con el modelo numérico es un 4,45% mayor, en todos los casos estudiados, que el obtenido con el método de los componentes.
- La rigidez inicial de la unión ($S_{j,ini}$) obtenida con el modelo numérico es un 7,01% mayor, en todos los casos estudiados, que la obtenida con el método de los componentes.

Capítulo 5

Optimización mediante Metamodelos

5.1 INTRODUCCIÓN

A pesar de los avances en la capacidad de los ordenadores, el coste computacional que conlleva un algoritmo de optimización acoplado a un análisis por elementos finitos de un modelo complejo, como p.ej. el comportamiento de uniones semirrígidas, es todavía elevado, debido, fundamentalmente, al número de variables de diseño, grados de libertad, no linealidades, etc. Por este motivo, no resulta práctico depender, exclusivamente, de la simulación numérica para diseñar, analizar y/o optimizar un modelo.

Una alternativa para resolver este problema son los modelos sustitutos (*surrogate models*) o Metamodelos (modelos de modelos estadísticos). Estos modelos son ajustados a partir de la evaluación de un conjunto de puntos del espacio de diseño generados mediante técnicas de muestreo, pudiendo obtener una respuesta aproximada de forma más rápida que utilizando el modelo real.

Los tipos de modelos usados frecuentemente como metamodelos (Jin et al., 2001) son: Regresión Polinómica, Redes Neuronales y Kriging.

- Regresión Polinómica: modelo polinómico ajustado mediante técnicas de regresión. Es un modelo usado en la metodología clásica, como por ejemplo, Metodología de la Superficie de Respuesta (*Response Surface Methodology* (RSM)), (Chen et al. 1996b; Simpson et al., 1997).
- Redes Neuronales: dentro de este campo, las funciones de Base Radial son las habitualmente usadas (Hardy, 1971; Dyn et al., 1986).
- Kriging: método de interpolación basado en procesos estocásticos, cuyo uso se extiende cada vez más para construir modelos sustitutos (Simpson et al., 1998; Sacks et al., 1989b).

En este trabajo, para resolver el problema de optimización, se ha utilizado la metodología DACE (*Design and Analysis of Computer Experiments*, Sacks et al., 1989a), que permite construir un metamodelo a partir de un estudio computacional (datos de una muestra) y un

modelo Kriging (Krige, 1951). La muestra se obtiene mediante la técnica de muestreo Hipercubo Latino (McKay et al., 1979). Una vez construido el metamodelo, se utiliza un algoritmo de optimización y el metamodelo para obtener el diseño óptimo.

Los pasos para optimizar un modelo a partir de un metamodelo se pueden resumir en:

- 1) *Formulación del problema de optimización*: definición de la función objetivo, variables de diseño y restricciones del problema de optimización.
- 2) *Construcción del modelo*: definición de la geometría, materiales, etc., del modelo real.
- 3) *Diseño de experimentos computacionales*: generación de la muestra del espacio de diseño, a partir de un método de muestreo (*clásicos* o *space filling*).
- 4) *Análisis de la muestra*: análisis de la muestra generada en el paso 3 para obtener la respuesta, p.ej. mediante el método de los elementos finitos.
- 5) *Construcción del metamodelo*: determinación de los parámetros del metamodelo a partir de la muestra obtenida en el paso 3 y los resultados del paso 4.
- 6) *Validación del metamodelo*: comparación de los resultados de una muestra, diferente a la del paso 3, obtenidos a partir del modelo real y con el metamodelo. Si la calidad del ajuste es suficientemente buena, se va al paso 7. En caso contrario, se va al paso 3.
- 7) *Optimización*: determinación del diseño óptimo, usando el metamodelo construido en el paso 5 y un algoritmo de optimización.

Este proceso se representa mediante un diagrama de flujo en la Figura 5.1.

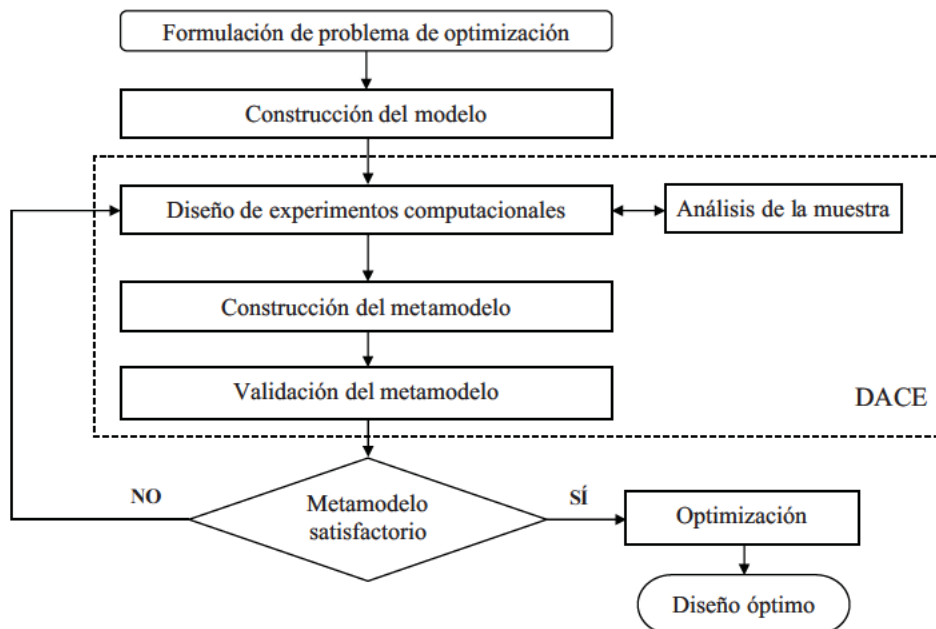


Figura 5.1. Diagrama de flujo para la optimización mediante metamodelos.

A continuación se describen, de forma más detallada, el método de muestreo, el metamodelo y los algoritmos de optimización usados en este trabajo, así como la

implementación desarrollada para llevar a cabo la optimización de una unión viga-columna con chapa de testa extendida.

5.2 MÉTODOS DE MUESTREO

Los métodos de muestreo surgen de la teoría del Diseño de Experimentos (DOE) cuando los experimentos físicos comenzaban a ser dirigidos. En la actualidad, estos métodos se utilizan, fundamentalmente, en experimentos planificados, con el objeto de minimizar la influencia del error aleatorio asociado a los experimentos físicos (Wang y Shan, 2007).

Los principales tipos de muestreo se pueden agrupar en: *muestreo probabilístico* (cada muestra tiene la misma probabilidad de ser elegida); *muestreo intencional u opinático* (la selección de los elementos y la determinación del tamaño de la muestra no se realizan de forma objetiva, sino por intuición o en función de la experiencia), y *muestreo sin norma* (la muestra se obtiene sin norma alguna, de cualquier manera, considerando la muestra representativa si la población es homogénea y no se producen sesgos de selección).

En este trabajo, el método de muestreo utilizado es probabilístico. Dentro de los métodos probabilísticos, están los métodos de muestreo *clásicos*: *factorial* o *factorial fraccionado* (Myers y Montgomery, 1995), *central composite design* (CCD) (Myers y Montgomery, 1995; Chen, 1995), *Box-Behnken* (Myers y Montgomery, 1995), *alphabetical optimal* (Mitchell, 1974; Giunta et al., 1997), y *Plackett-Burman designs* (Myers y Montgomery, 1995). Estos métodos tienden a distribuir los puntos de muestreo alrededor de los límites del espacio de diseño y dejar algunos en el centro (Figura 5.2a). Otros métodos de muestreo probabilísticos son los denominados *space filling*: *matriz ortogonal* (Johnson et al., 1990; Taguchi et al., 1993; Owen, 1992), *Hipercubo Latino* (McKay et al., 1979), *secuencias de Hammersley* (Kalagnanam y Diwekar, 1997; Meckesheimer et al., 2002), y *diseños uniformes* (Fang et al., 2000).

La metodología DACE supone el tratamiento, principalmente, de errores sistemáticos, en vez de errores aleatorios como en los experimentos físicos (Sacks et al., 1989a). Los errores sistemáticos indican que el diseño de experimentos tiende a distribuirse en todo el espacio de diseño (Figura 5.2b), en vez de concentrarse en los límites. Jin et al. (2001) afirmaron que los diseños experimentales para los análisis deterministas computacionales deberían de llenar el espacio de diseño (*space filling*).

Para el diseño de experimentos computacionales, la selección de la muestra es clave para obtener un modelo eficiente. Un buen método de muestreo debe satisfacer: que sea óptimo según el modelo estadístico, que puedan utilizarse varios puntos y variables de entrada en la muestra, y que pueda ser generado fácilmente con un tiempo computacional razonable.

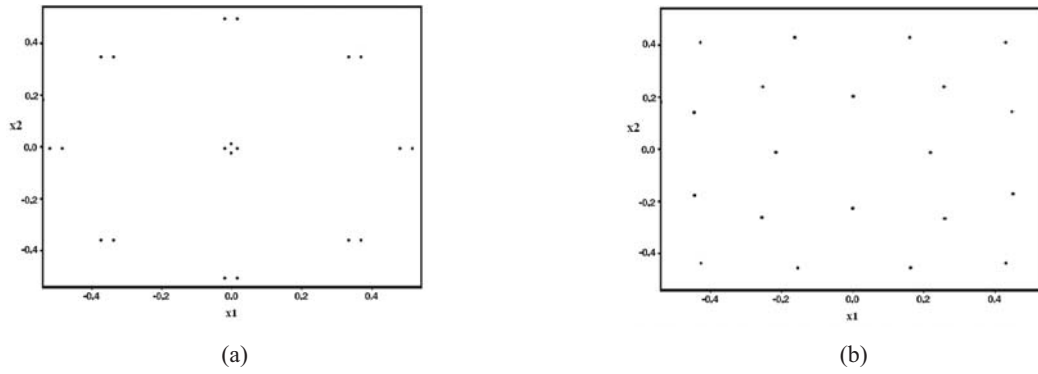


Figura 5.2. Comparación de la localización de los puntos de muestreo, Simpson et al. (2004): (a) métodos *clásicos*; (b) métodos *space filling*.

5.2.1 Muestreo por Hipercubo Latino

Actualmente, uno de los métodos de muestreo más populares entre los *space filling* es el Muestreo por Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling*, LHS). Este método fue introducido por McKay et al. (1979), demostrando que el LHS tiene una varianza de la media muestral menor que una muestra aleatoria simple.

El método LHS, básicamente, selecciona los valores iniciales que serán utilizados por el modelo computacional, estratificando el rango de cada uno de los datos de entrada del modelo, en un número fijo a priori de intervalos equi-probables, lo que garantiza la selección de valores iniciales dentro de cada rango de datos.

Para generar un diseño o muestra $\mathbf{S}_n = \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n\}$ de tamaño n y m variables (LHS(n, m)), se genera una matriz de tamaño $n \times m$, donde cada columna es una permutación aleatoria de

$$\pi_j(1), \pi_j(2), \dots, \pi_j(n) \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (5.1)$$

y una muestra aleatoria

$$U_k^j(n, m) \quad ; \quad k = 1, \dots, n \quad (5.2)$$

dentro del intervalo de valores que pueden adoptar cada variable, por simplicidad $[0, 1]$. Cada punto de la muestra (\mathbf{s}_k) contiene un valor por cada variable (s_k^j) , siendo

$$s_k^j = \frac{\pi_j(k) - U_k^j}{n} \quad ; \quad k = 1, \dots, n \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (5.3)$$

De esta forma, LHS garantiza que cada una de las variables de entrada está representada en todo su rango (Sacks et al., 1989a). En la Figura 5.3a se representa una muestra con $n=8$ y $m=2$, a partir de (5.1), sobre una rejilla que cuenta con n^m ($8^2 = 64$) celdas. Como se puede observar, para cada fila y columna se tiene un único punto.

Otra forma más sencilla de generar s_k^j es utilizar (5.4). De esta forma, los puntos de la muestra se encuentran en el centro de cada celda (Figura 5.3b).

$$s_k^j = \frac{\pi_j(k) - 0.5}{n} \quad ; \quad k = 1, \dots, n \quad (5.4)$$

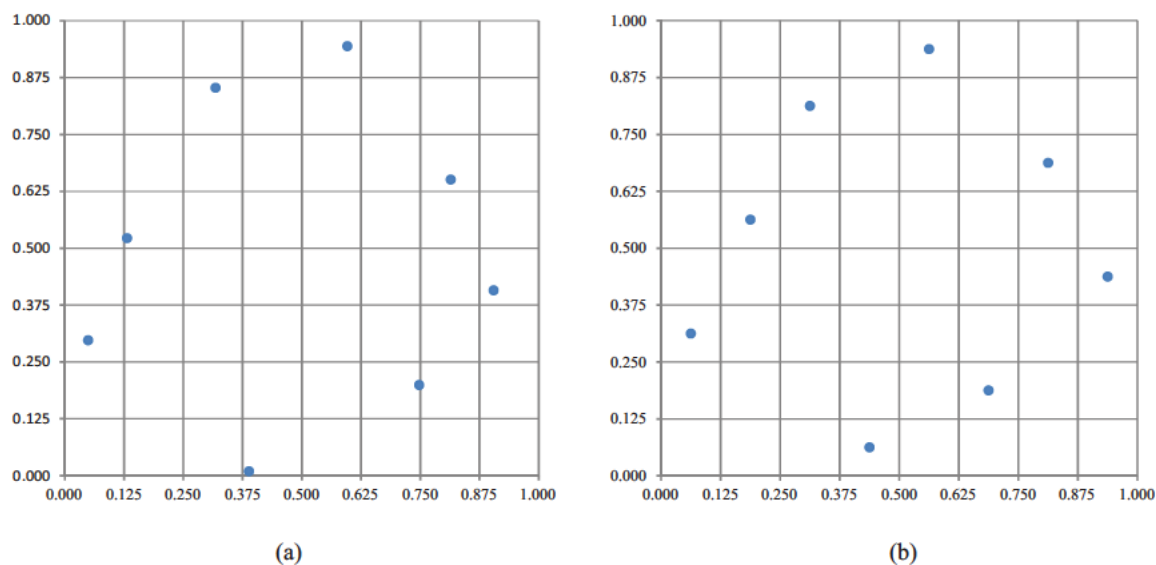


Figura 5.3. Muestra generada con LHS ($n=8$ y $m=2$): (a) puntos en cada celda; (b) puntos en la mitad de cada celda.

Para conseguir un LHS óptimo (Kai-Tai et al., 2006) existen diferentes criterios de optimalidad (Figura 5.4): *entropy* (Shewry y Wynn, 1987), *integrated mean squared error* (IMSE) (Sacks et al., 1989a), y *maximin* (maximizar la mínima distancia entre puntos) o *minimax* (minimizar la máxima distancia), (Johnson et al., 1990). Actualmente, no existe un acuerdo sobre qué criterio es mejor.

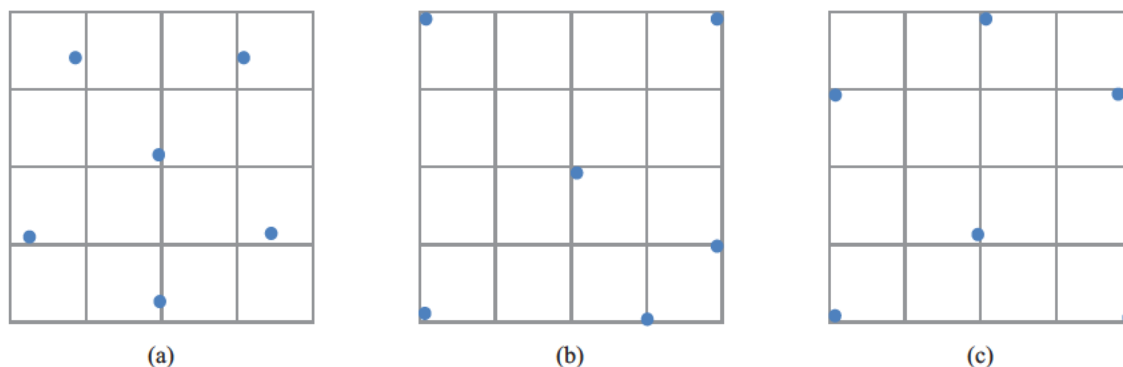


Figura 5.4. Criterios de optimalidad para el diseño óptimo con LHS (Koehler y Owen, 1996): (a) IMSE; (b) entropy; (c) maximin.

Las principales ventajas de utilizar el método de muestreo LHS son:

- Se dispone de más información dentro del espacio de diseño que con el muestreo aleatorio simple. Esta característica es deseada en experimentos computacionales que tratan un error sistemático en vez un error aleatorio.
- Proporciona una muestra aleatoria uniforme.
- El tamaño de la muestra es controlable.
- Se genera fácilmente y en un tiempo razonable.

Al construir el modelo real a partir de los valores de las variables, no todas las combinaciones son posibles, lo que puede producir algún fallo durante la generación del

modelo o el análisis (p.ej. mediante el método de elementos finitos). En estos casos, las variables deberán ajustarse a un valor más adecuado, pudiendo desviarse del intervalo definido. El LHS admite el ajuste de las variables hasta un cierto grado, siempre que el nuevo punto esté dentro del intervalo definido para las variables.

5.3 METAMODELOS

El uso de los metamodelos en ingeniería aparece, principalmente, para disminuir el coste computacional asociado a la simulación y optimización de modelos complejos (Wang y Shan, 2007). Esta técnica consiste, básicamente, en obtener un “modelo del modelo” (Kleijnen, 1987) cuya simulación resulta menos costosa.

Recordando lo expuesto en la sección 1.3, un problema de optimización se plantea de la forma: encontrar el vector de variables de diseño \mathbf{x} que

$$\begin{aligned} \text{minimice:} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeto a:} \quad & h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m_i \\ & g_k(\mathbf{x}) \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, m_d \\ & x_i^I \leq x_i \leq x_i^S \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5.5)$$

Usando metamodelos, un problema de optimización como el descrito en (5.5) se puede formular como: encontrar el vector de variables de diseño \mathbf{x} que

$$\begin{aligned} \text{minimice:} \quad & \tilde{f}(\mathbf{x}) \\ \text{sujeto a:} \quad & \tilde{h}_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m_i \\ & \tilde{g}_k(\mathbf{x}) \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, m_d \\ & x_i^I \leq x_i \leq x_i^S \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde $\tilde{f}(\mathbf{x})$ es la función aproximada de $f(\mathbf{x})$ y $\tilde{h}_j(\mathbf{x})$ y $\tilde{g}_k(\mathbf{x})$ son las restricciones de igualdad y desigualdad aproximadas de $h_j(\mathbf{x})$ y $g_k(\mathbf{x})$. En este trabajo, las restricciones relacionadas con la geometría $(h_j(\mathbf{x}), g_k(\mathbf{x}))$ coinciden con sus respectivas expresiones aproximadas $(\tilde{h}_j(\mathbf{x}), \tilde{g}_k(\mathbf{x}))$. El resto de las restricciones se calculan del mismo modo que $\tilde{f}(\mathbf{x})$.

Existen distintas técnicas de metamodelos. La metodología de superficies de respuesta (Box et al., 1978; Myers y Montgomery, 1995) está basada en funciones polinómicas, lo que permite construir aproximaciones de forma simple y rápida. Esta metodología es denominada, también método de regresión, ya que trata de conseguir el mejor ajuste a partir de una nube de puntos utilizando, generalmente, el método de mínimos cuadrados. Otros métodos de regresión más actuales son: MARS (*Multivariate Adaptive Regression Splines*; Friedman, 1991) y SPV (*Support Vector Regression*; Clarke et al., 2005).

Otros métodos diferentes a los métodos de regresión son los métodos de interpolación que tratan de encontrar aproximaciones a través de los datos de una muestra. Ejemplos de métodos de interpolación son: los modelos *Kriging* (Sacks et al., 1989b; Booker et al., 1999), *Radial*

Basic Functions (Dyn et al., 1986; Fang y Horstemeyer, 2006), *Multivariate Polynomial Interpolation* (de Boor y Ron, 1990), *Artificial Neural Networks* (Smith, 1993; Cheng y Titterton, 1994), e *Inductive Learning* (Langley y Simon, 1995).

A pesar de que se han desarrollado un gran número de métodos de aproximación durante las últimas décadas, existen dificultades que todavía hay que superar, tales como: la visualización de los resultados y de los datos experimentales de los modelos de aproximación, la incertidumbre asociada a los modelos de aproximación, y el uso de un mayor número de variables en los problemas sin elevar considerablemente el coste computacional (Simpson et al., 2004).

Resulta conveniente aclarar las diferencias entre DOE y DACE. Para ello se ha elaborado la Tabla 5.1, donde se muestran las principales diferencias.

Tabla 5.1. Diferencia entre DOE y DACE

	RSM	DACE
Diseño de experimentos	DOE (ej: Box-Behnken)	space filling (ej: LHS)
Ajuste del modelo	Modelo de regresión por mínimos cuadrados (ej: MARS)	Modelo de interpolación (ej: Kriging)

5.3.1 Modelos Kriging

La palabra Kriging procede del nombre del geólogo sudafricano Daniel Gerhardus Krige, cuyos trabajos en la predicción de reservas de oro (Krige, 1951) suelen considerarse como pioneros de los métodos de interpolación espacial. Kriging encierra un conjunto de métodos de predicción espacial que se fundamentan en minimizar el error cuadrático medio de la predicción.

5.3.1.1 Fundamentos

Sacks et al. (1989b) propusieron un modelo Kriging para aproximar la respuesta computacional determinista $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ como

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\mathbf{x}) \quad (5.7)$$

con $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_p(\mathbf{x})]^T$ y $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_p]^T$ donde p indica el número de funciones básicas en el modelo de regresión, $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})$ es la función de interés desconocida, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es la función conocida de \mathbf{x} , $\boldsymbol{\beta}$ es el vector de coeficientes de regresión, y $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$ es una función aleatoria (proceso estocástico) con la media cero y covarianza

$$\text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma^2 \mathbf{R}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad ; \quad i, j = 1, \dots, n \quad (5.8)$$

donde n indica el número de experimentos (número de puntos que contiene una muestra), $\mathbf{R}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ es la función de correlación (correlación entre \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j), y σ^2 es la varianza del proceso.

5.3.1.2 Construcción del modelo Kriging

La construcción de un modelo Kriging, como en (5.7), puede ser resumida como sigue. Para un cierto diseño experimental, se genera una muestra \mathbf{X} (p.ej. mediante LHS) con un conjunto de puntos (Kaymaz, 2005)

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T \quad x_i^j \in \mathbb{R}^m \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (5.9)$$

donde m es el número de variables, n es el tamaño de la muestra, y \mathbf{X} es la matriz de diseño de $n \times m$. La respuesta de la muestra \mathbf{X} es dada por

$$\mathbf{Y} = [y_1(\mathbf{x}), y_2(\mathbf{x}), \dots, y_n(\mathbf{x})]^T \quad (5.10)$$

Los parámetros $\boldsymbol{\beta}$ desconocidos y σ^2 pueden ser calculados como

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (5.11)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad (5.12)$$

donde \mathbf{F} es el vector que incluye los valores de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ evaluados en cada punto experimental (sección 5.3.1.3), y \mathbf{R} es la matriz de correlación, la cual está compuesta de una función de correlación (sección 5.3.1.4) evaluada para cada combinación posible de los puntos contenidos en la muestra \mathbf{X} .

$$\mathbf{R}(\theta, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \begin{bmatrix} R(\theta, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \dots & R(\theta, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_n) \\ \dots & \ddots & \dots \\ R(\theta, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & \dots & R(\theta, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Antes de calcular $\boldsymbol{\beta}$ y σ^2 , primero hay que calcular los parámetros $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ de la función de correlación. El valor óptimo de θ , denominado estimador de máxima probabilidad, es aquel que minimiza (Welch et al., 1992)

$$\frac{1}{2} (n \cdot \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{R}|) \quad (5.14)$$

donde $|\mathbf{R}|$ es el determinante de \mathbf{R} . Esto, también, es equivalente a: θ es aquel que minimiza

$$\varphi(\theta) = |\mathbf{R}(\theta)|^{\frac{1}{n}} \sigma(\theta)^2 \quad (5.15)$$

Una vez conocidos los parámetros $\boldsymbol{\beta}$, σ y θ , se puede obtener la respuesta para un punto cualquiera \mathbf{x} en el espacio de diseño mediante

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\gamma} \quad (5.16)$$

con la columna $\boldsymbol{\gamma}$ definida por

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad (5.17)$$

donde $\mathbf{r}^T(\mathbf{x})$ es un vector que representa la correlación entre el punto \mathbf{x} desconocido y todos los puntos conocidos de la muestra.

$$\mathbf{r}^T(\mathbf{x}) = \{\mathbf{R}(\theta, \mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, \mathbf{R}(\theta, \mathbf{x}, \mathbf{x}_n)\} \quad (5.18)$$

5.3.1.3 Funciones de regresión

Las funciones de regresión $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_p(\mathbf{x})]^T$ son normalmente polinomios de orden 0 (constante), 1 (lineal), y 2 (cuadrático) (Lophaven et al., 2002b).

Constante ($p=1$):

$$f_1(\mathbf{x}) = 1 \quad (5.19)$$

Lineal ($p=m+1$):

$$f_1(\mathbf{x}) = 1, f_2(\mathbf{x}) = x_1, \dots, f_{p+1}(\mathbf{x}) = x_m \quad (5.20)$$

Cuadrático $\left(p = \frac{1}{2}(m+1)(m+2)\right)$:

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{x}) &= 1 \\ f_2(\mathbf{x}) &= x_1, \dots, f_{m+1}(\mathbf{x}) = x_m \\ f_{m+2}(\mathbf{x}) &= x_1^2, \dots, f_{2m+1}(\mathbf{x}) = x_1 x_m \\ f_{2m+2}(\mathbf{x}) &= x_2^2, \dots, f_{3m}(\mathbf{x}) = x_2 x_m \\ &\dots \quad \dots \quad f_p(\mathbf{x}) = x_m^2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

5.3.1.4 Funciones de correlación

La parte del proceso estocástico del modelo dado para la estimación de $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ incluye una función de correlación, la cual afecta a la suavidad del modelo (Martin et al., 2003). Sacks et al. (1989b) utilizan, generalmente, una función de correlación cuya forma es dada por

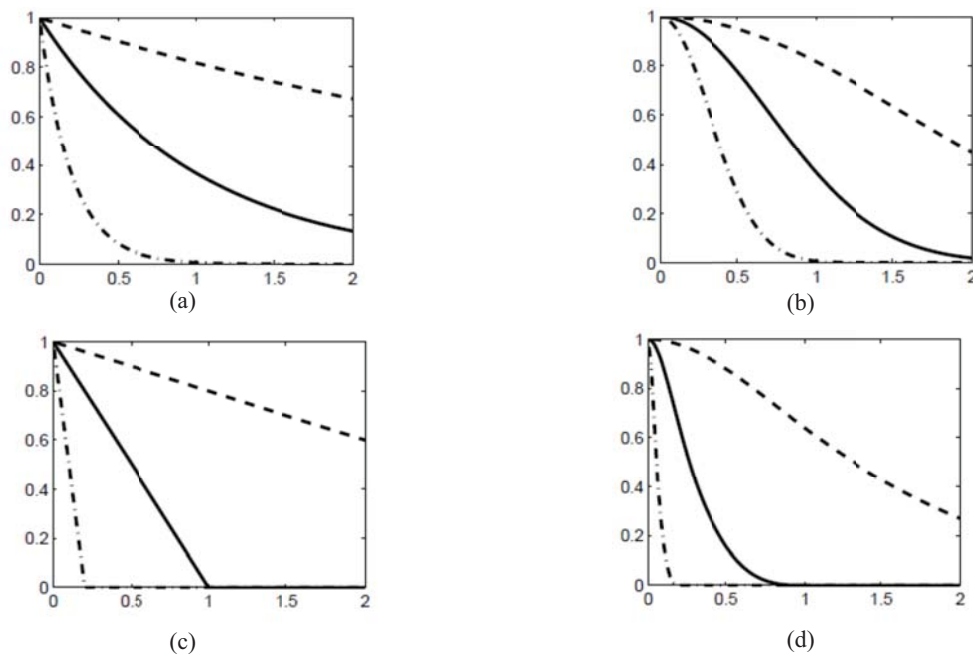
$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) = \prod_{j=1}^n \mathbf{R}(\theta, \mathbf{x} - \mathbf{x}_j) = \prod_{j=1}^n \mathbf{R}(\theta, \mathbf{d}_j) \quad (5.22)$$

siendo θ los parámetros del modelo de correlación y \mathbf{d}_j la distancia entre \mathbf{x} y \mathbf{x}_j . Lophaven et al. (2002a,b) proponen hasta siete tipos de modelos de correlación. Un resumen de estos modelos se muestra en la Tabla 5.2. Aunque, el modelo de correlación gaussiano propuesto por Sacks et al. (1989b) es el más frecuentemente utilizado.

Para ilustrar la Tabla 5.2, algunas de estas funciones de correlación se han representado gráficamente en la Figura 5.5 según el valor de θ_j .

Tabla 5.2. Funciones de correlación (Lophaven et al., 2002b)

Tipo	$R_j(\theta, d_j)$	
Exponencial	$\exp(-\theta_j d_j)$	
Exponencial generalizado	$\exp(-\theta_j d_j ^{\theta_j+1})$	$0 < \theta_j + 1 \leq 2$
Gaussiano	$\exp(-\theta_j d_j^2)$	
Lineal	$\max\{0, 1 - \theta_j d_j \}$	
Esférico	$1 - 1.5\xi_j + 0.5\xi_j^3$	$\xi_j = \min\{1, -\theta_j d_j \}$
Cúbico	$1 - 3\xi_j^2 + 2\xi_j^3$	$\xi_j = \min\{1, -\theta_j d_j \}$
Spline	$1 - 15\xi_j^2 + 30\xi_j^3$ si $0.0 \leq \xi_j \leq 0.2$ $1.25(1 - \xi_j)^3$ si $0.2 \leq \xi_j \leq 1.0$ 0 si $0.2 \leq \xi_j \leq 1.0$	$\xi_j = \theta_j d_j $

Figura 5.5. Funciones de correlación para $0 \leq d_j \leq 2$, Lophaven et al. (2002b).

Línea trazos ($\theta_j = 0,2$), continua ($\theta_j = 1,0$) y trazo-punto ($\theta_j = 5,0$):

(a) exponencial; (b) gaussiana; (c) lineal; (d) spline.

5.3.1.5 Validación del modelo

Una vez se ha obtenido el modelo Kriging se deberá verificar si la calidad del ajuste es suficientemente buena. Para ello, se obtiene una muestra de tamaño n , de la cual se ha obtenido la respuesta real ($\mathbf{y}(\mathbf{x})$) y la respuesta aproximada ($\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})$). A partir de estos resulta los (reales y aproximados) se pueden calcular (5.23): el coeficiente de determinación (R^2), $RRMSE$ (Relative Root Mean Squared Error), el error absoluto máximo ($errAbsMax$), el error absoluto medio ($errAbsMed$), la desviación típica del error absoluto ($errAbsStd$), el error

relativo máximo ($errRelMax$), el error relativo medio ($errRelMed$), y la desviación típica del error relativo ($errRelStd$). A través de estos valores se puede conocer la calidad del ajuste del modelo Kriging.

$$\begin{aligned}
 R^2 &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i))^2}{\sum_{i=1}^n (y(\mathbf{x}_i) - \bar{y}(\mathbf{x}_i))^2} \\
 RRMSE &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)}{y(\mathbf{x}_i)} \right)^2} \\
 errAbsMax &= \max |\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)| \\
 errAbsMed &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)) \\
 errAbsStd &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)) - errAbsMed)^2} \\
 errRelMax &= \max \left| \frac{\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)}{y(\mathbf{x}_i)} \right| \\
 errRelMed &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)}{y(\mathbf{x}_i)} \right) \\
 errRelStd &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i)}{y(\mathbf{x}_i)} - errRelMed \right)^2}
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

De forma orientativa, la respuesta aproximada se acerca más a la respuesta real si los valores de los errores (absolutos y relativos) y $RRMSE$ se acercan a cero, y el valor de R^2 a 1.

5.4 OPTIMIZACIÓN

5.4.1 Introducción

Antes de la aplicación de las modernas técnicas de optimización al diseño, el proceso de diseño óptimo requería fundamentalmente una gran experiencia por parte del diseñador, el cual debía utilizarla en casi todas las etapas del proceso de diseño. El método que se empleaba era el siguiente: el ingeniero definía un diseño inicial cuyo comportamiento era analizado numéricamente; de los resultados de dicho análisis se podían deducir (por experiencia o intuición) los cambios a realizar para mejorar dicho diseño. Se finalizaba el proceso cuando se consideraba que el diseño era lo suficientemente bueno. Tal método, denominado de prueba y error, presentaba el inconveniente de que las modificaciones dependían totalmente de la experiencia del diseñador, lográndose soluciones buenas, pero no las mejores, y además con un alto precio en tiempo por parte del diseñador.

Para conseguir una resolución del problema más económica en tiempo empleado, pudiéndose practicar un mayor número de soluciones de forma que el resultado se acerque al óptimo, se intentó formular el problema de forma que fuese apto para resolverse automáticamente. Así, se reformó el proceso de diseño como se puede ver en el esquema mostrado en la Figura 5.6.

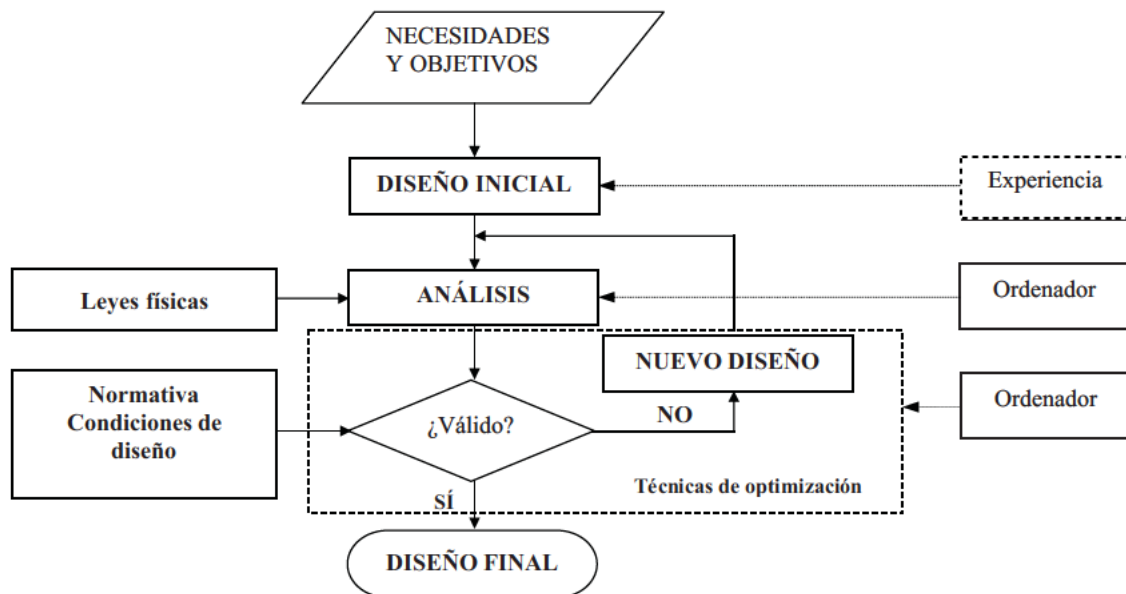


Figura 5.6. Diagrama de flujo para el diseño óptimo tradicional.

Un paso previo a la tarea de diseño es el de definir una idealización del objeto a diseñar, a fin de obtener un modelo que incluya un número finito de los aspectos más importantes del diseño y sea más sencillo de manejar que el objeto real. Tal proceso de idealización debe realizarlo el diseñador, utilizando para ello la experiencia adquirida en diseños precedentes. Sin embargo, lejos de encontrarse desasistido en tal labor, el diseñador cuenta con una serie de pautas establecidas y generalizadas que, como se verá más adelante, no puede rechazar arbitrariamente.

En la actualidad existen tres aproximaciones para la resolución del problema de optimización formulado:

- Criterios de optimalidad
- Programación matemática
- Algoritmos heurísticos

La primera aproximación es la formada por los métodos llamados “indirectos”. Esto es debido a que lo que se busca en dichos métodos es obtener un diseño que satisfaga un criterio especificado, que a su vez, implique el cumplimiento del objetivo buscado. El criterio puede ser intuitivo o deducido matemáticamente a partir de las características particulares del problema a tratar.

La segunda aproximación es más general. En lugar de basarse en aspectos “físicos” del problema, trata de llegar a una formulación matemática del mismo, intentando que dicha formulación matemática sea general y susceptible de implementación en computadores.

La tercera aproximación estudia los fundamentos y las aplicaciones de ciertas técnicas heurísticas de búsqueda basadas en los principios naturales de la evolución, biológicos, sociales o culturales, utilizando por ejemplo operadores inspirados en la selección natural y en la variación genética (Box, 1957; Friedman, 1959; Bledsoe, 1961; Bremermann, 1962). Los principales algoritmos heurísticos son: estrategias evolucionarias, programación evolucionaria, algoritmos genéticos, programación genética, recocido simulado, y enjambre de partículas. Además de los anteriores, existe una gran variedad de técnicas mixtas, como: algoritmos messy GA (Goldberg et al., 1991), CHC (Eshelman, 1991), structured GA (Dasgupta y MacGregor, 1991), breeder GA (Mühlenbein y Schlierkamp-Voosen, 1993), etc.

A continuación, se describen con mayor detalle las técnicas de programación matemática y los algoritmos genéticos, ya que éstos son los utilizados en este trabajo para resolver el problema del diseño óptimo de uniones viga-columna.

5.4.2 Programación matemática

La programación matemática obtiene la solución al problema de diseño aplicando métodos numéricos de minimización (o maximización) de funciones objetivo sujetas a restricciones.

En la mayoría de las aplicaciones de diseño de estructuras la función objetivo a minimizar es la masa de la misma y las restricciones que se le imponen suelen derivarse de limitaciones de tensión, de pandeo o de desplazamientos de puntos de la estructura.

Según sean las variables \mathbf{x} de diseño, la función objetivo $f(\mathbf{x})$ y las restricciones de diseño se tienen diferentes problemas de programación matemática.

Atendiendo al tipo de variables se tiene la programación continua, cuando las variables pueden adoptar cualquier valor; programación entera, cuando las variables sólo pueden adoptar valores enteros, y programación discreta cuando las variables sólo pueden adoptar valores, enteros o no, de una gama predefinida.

Otras clasificaciones se realizan atendiendo a la linealidad o no linealidad de las funciones. Si la función objetivo y todas las restricciones son funciones lineales, el problema es de programación lineal. Si cualquiera de las funciones del problema es no lineal, el problema es de programación no lineal.

La mayoría de los algoritmos de optimización resuelven el problema (5.5) de una forma iterativa según la expresión

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (5.24)$$

es decir, que el vector de variables de diseño (punto de diseño) para la iteración $k+1$ se obtiene a partir del punto de diseño anterior (\mathbf{x}_k). La actualización viene dada por el producto $\alpha_k \mathbf{d}_k$. En este producto, \mathbf{d}_k es una dirección de búsqueda en el espacio n -dimensional de las variables de diseño y α_k es la longitud del movimiento en esa dirección.

Así pues, la actualización consta de dos partes:

- determinación de la dirección de búsqueda \mathbf{d}_k , y
- cálculo de la longitud α_k del movimiento.

Conceptualmente el proceso iterativo es el siguiente: si el diseño actual es un diseño válido, la dirección de búsqueda reduce el valor de la función objetivo sin violar las restricciones. Si el diseño actual no es válido (viola alguna restricción), la dirección de búsqueda se dirigirá hacia la zona válida, aún a costa de aumentar la función objetivo.

En el caso más general, el problema de optimización es un problema de minimizar una función objetivo sometido a restricciones.

El efecto de las restricciones es reducir el espacio de diseño válido pudiendo ocurrir que el diseño óptimo sin restricciones (Figura 5.7) quede fuera de dicho espacio.

Un segundo efecto de las restricciones es que pueden hacer aparecer varios mínimos relativos (incluso en un problema caracterizado por una función objetivo unimodal) como se muestra en la Figura 5.7.

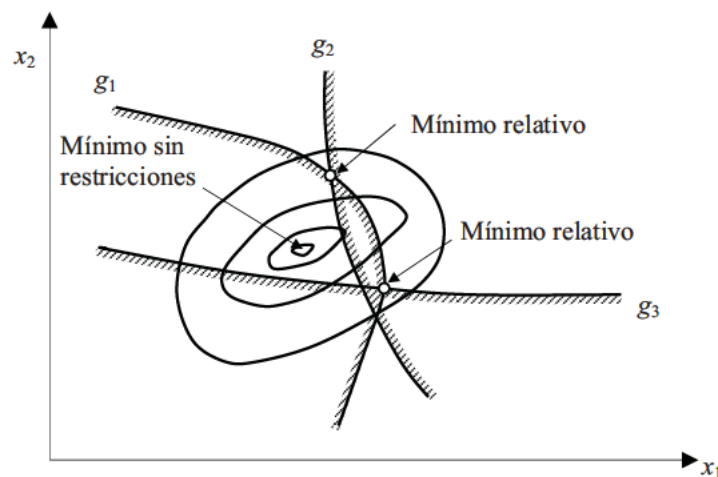


Figura 5.7. Efecto de las restricciones sobre el mínimo. Mínimos relativos.

Para resolver el problema con restricciones hay dos estrategias diferentes:

- Utilizar un método de resolución sin restricciones, al que se añaden indirectamente las condiciones que implican las restricciones.
- Utilizar métodos que abordan el problema completo.

Los primeros se denominan genéricamente *métodos indirectos*. La forma más extendida de incluir las restricciones en un método que no las considera consiste en modificar la función objetivo de forma que incluya el efecto de las restricciones. Esta idea da lugar a los llamados *métodos de penalización*. Para estos métodos la expresión de la función objetivo queda convertida en

$$f_p(\mathbf{x}, r) = f(\mathbf{x}) + r \sum_{i=1}^m G_i(g_i) \quad (5.25)$$

siendo

$f_p(\mathbf{x}, r)$ la función objetivo penalizada.

$f(\mathbf{x})$ la función objetivo original.

r el “peso” de la penalización.

$G_i(g_i)$ la función de penalización.

m el número de restricciones.

La elección de las funciones G_i da lugar a diferentes métodos de penalización entre los que se pueden distinguir dos variantes:

- Métodos de penalización interior (o de barrera).
- Métodos de penalización exterior.

La diferencia entre ambos estriba en que en los primeros se llega a la solución a través de soluciones intermedias válidas, mientras que en los segundos se llega desde soluciones intermedias no válidas. La ventaja de los primeros es que cualquier solución intermedia es buena (aunque no la mejor) mientras que en los segundos sólo es buena la última. A cambio, los primeros necesitan un punto de partida válido.

El segundo tipo de métodos son los denominados *métodos directos*. El más representativo de los métodos directos es el denominado *método de direcciones posibles*. La estrategia de este método es básicamente una modificación del *Steepest Descent*. Se trata de encontrar una dirección de descenso, para lo cual se utiliza la dirección del gradiente. Es decir, que la dirección \mathbf{d} debe cumplir

$$\mathbf{d}^T \nabla f \leq 0 \quad (5.26)$$

Pero, en este caso, además se debe cumplir que la dirección no lleve inmediatamente fuera de la región válida, es decir

$$\mathbf{d}^T \nabla g_j = 0; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.27)$$

siendo m el número de restricciones activas.

Una vez determinada la dirección de búsqueda se debe aplicar un método de búsqueda unidimensional para encontrar la longitud de avance. Debe hacerse notar que, según la longitud calculada, puede hacerse activa o violada alguna restricción, por lo que hay que añadir un control para que esto no ocurra.

5.4.2.1 Programación cuadrática sucesiva

La *programación cuadrática sucesiva* (*Recursive Quadratic Programming* (RQP) en la bibliografía inglesa) es un método directo de programación matemática con restricciones. En esencia, el método consiste en reducir el problema a un subproblema cuadrático para cada iteración del proceso de búsqueda del óptimo.

La idea básica de la RQP fue desarrollada por Wilson (1963). Han (1977) desarrolló un algoritmo que fue implementado por Powell (1978) con algunas modificaciones. Independientemente, Pshenichny (1970) publicó otro algoritmo RQP en el que incluyó una estrategia de conjunto activo de restricciones.

En la actualidad los métodos RQP tienen una gran aceptación debido a dos características de los mismos:

- Se ha probado que convergen globalmente (desde cualquier punto arbitrario de partida).
- Tienen relación lineal (o incluso superior) de convergencia.

Se pretende resolver el problema general de optimización no lineal

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeto a : } & g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.28)$$

Para ello se emplea un método iterativo que permita encontrar un nuevo punto de diseño \mathbf{x}_{k+1} que mejore el punto actual \mathbf{x}_k . La expresión que proporciona el nuevo punto de diseño es

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (5.29)$$

Se puede decir que encontrar el nuevo punto de diseño es encontrar un cambio en el diseño actual que minimice el valor de la función objetivo y cumpla las restricciones.

Según lo anterior el problema se puede reformular como

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & f(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \\ \text{sujeto a : } & g_j(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.30)$$

La idea básica de todos los métodos RQP para calcular \mathbf{d}_k consiste en convertir el problema en un subproblema cuadrático que se resuelve por las técnicas conocidas para dicho tipo de problemas. Hay diferentes aproximaciones para hacer la conversión del problema, pero todas ellas se basan en sustituir las funciones f y g_j por sus desarrollos en serie alrededor del punto de diseño \mathbf{x}_k .

En todas las aproximaciones se hace uso de la función lagrangiana

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^m u_j g_j(\mathbf{x}) \quad (5.31)$$

en donde los u_j son los multiplicadores de Lagrange.

El que todas las aproximaciones utilicen la función lagrangiana se debe a que una vez hecha la aproximación correspondiente para convertir en cuadrático el problema se exige a ésta el cumplimiento de las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker

$$\begin{aligned} \nabla L(\mathbf{x}, \mathbf{u}) &= 0 \\ g_j(\mathbf{x}) &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ u_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ g_j(\mathbf{x}) u_j &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.32)$$

La forma más directa de convertir el problema en cuadrático es hacer una aproximación cuadrática de la función objetivo. Hacer también una aproximación cuadrática de las restricciones conduce a un problema para el que se han propuesto algunas técnicas iterativas (Belegundu, 1982). Lo habitual es hacer una aproximación lineal de las restricciones. Con estas aproximaciones el problema se puede reformular como

$$\begin{aligned} \text{minimizar: } & 1/2 \mathbf{d}_k^T \nabla^2 f(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_k + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \\ \text{sujeto a: } & \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + g_j(\mathbf{x}_k) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.33)$$

Se añade una condición para asegurar que la solución esté acotada

$$1/2 \mathbf{d}_k^T \mathbf{W}_k \mathbf{d}_k \leq e^2 \quad (5.34)$$

donde \mathbf{W}_k es una matriz que debe ser definida positiva; por tanto, basta tomar la matriz identidad. No obstante, Belegundu (1982) muestra cómo incluyendo en dicha matriz información de curvatura de las funciones se aumenta la relación de convergencia.

El problema así formulado consiste en encontrar una dirección \mathbf{d}_k tal que conduzca a la región válida (ninguna restricción violada) con el menor valor posible para la función objetivo y a una distancia no superior a e . No obstante, si e es lo suficientemente pequeño, o el k -ésimo punto de diseño está suficientemente lejos de la región válida, será imposible encontrar una solución que cumpla (5.33) y (5.34) al mismo tiempo.

Las condiciones de optimalidad del punto elegido quedan más patentes planteando las condiciones de Kuhn-Tucker

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}_k) + (\nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}') + \mu' \mathbf{I}) \mathbf{d}_k - \sum_{j=1}^m u_j' \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T &= 0 \\ u_j' (\nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + g_j(\mathbf{x}_k)) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ \mu' (1/2 \mathbf{d}_k^T \mathbf{W}_k \mathbf{d}_k - e^2) &= 0 \\ u_j' &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ \mu' &\geq 0 \end{aligned} \quad (5.35)$$

En estas condiciones es importante observar que la expresión de la función lagrangiana se ha obtenido haciendo una aproximación cuadrática tanto de la función objetivo como de las restricciones.

De estas condiciones se deduce que tomando $\mu' > 0$ se asegura indirectamente que la región válida se puede alcanzar independientemente de lo lejano que esté el punto de diseño \mathbf{x}_k . Por lo tanto, imponiendo esta condición en (5.35), se obtiene

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}_k) - \sum_{j=1}^m u_j' \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T + (\nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}') + \mu' \mathbf{I}) \mathbf{d}_k &= 0 \\ u_j' (\nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + g_j(\mathbf{x}_k)) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ u_j' &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.36)$$

problema que siempre tiene solución.

Afortunadamente no es necesario resolver el problema así planteado. Haciendo los cambios

$$u_j = \frac{u_j'}{\mu} \quad \mu = \frac{1}{\mu'} \quad (5.37)$$

se puede reescribir (5.36) como

$$\begin{aligned} \mu \nabla f(\mathbf{x}_k) - \sum_{j=1}^m u_j \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T + \mu (\nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}) + \mu' \mathbf{I}) \mathbf{d}_k &= 0 \\ u_j (\nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + g_j(\mathbf{x}_k)) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \\ u_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.38)$$

Planteando ahora el problema cuadrático

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & 1/2 \mathbf{d}_k^T \mathbf{W}_k \mathbf{d}_k + \mu f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \\ \text{sujeto a : } & g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + g_j(\mathbf{x}_k) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.39)$$

Se observa que las condiciones de Kuhn-Tucker para este problema son las mismas de (5.38), sin más que tomar

$$\mathbf{W}_k = \nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}) + \mu' \mathbf{I} \quad (5.40)$$

$$\mu = 1; \mu' = 1 \quad (5.41)$$

De (5.40) se puede comentar que para un μ' suficientemente grande, \mathbf{W}_k es definida positiva. Por tanto, \mathbf{W}_k puede verse como una aproximación definida positiva al hessiano de la función lagrangiana. Esta matriz, conteniendo información de curvaturas de las funciones, es la que hace que el método tenga una relación de convergencia superlineal. No obstante, dado el esfuerzo de cálculo que requiere conocer la matriz \mathbf{W}_k , es habitual recurrir a estimaciones de la misma del tipo Quasi-Newton. Por lo tanto, la relación de convergencia suele ser menor que la máxima posible, aunque sigue siendo igual o mayor que la unidad mientras siga siendo definida positiva.

El significado de (5.41) se puede ver claramente en Belegundu (1982), donde se llega a una expresión

$$\mathbf{d}_k = \mu \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 \quad (5.42)$$

en donde \mathbf{d}_1 es la componente de máximo descenso (mayor reducción de la función objetivo) mientras que \mathbf{d}_2 es la componente de máximo acercamiento a la región factible. Por tanto, tomar $\mu = 1$ significa dar el mismo peso a la minimización de la función objetivo que al cumplimiento de las restricciones.

De todo lo anterior se deduce que se puede resolver el problema de (5.39) para encontrar el valor \mathbf{d}_k buscado en (5.30). No obstante, es difícil encontrar la solución debido a que

$$\nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}) = \nabla^2 f(\mathbf{x}_k)^T - \sum_{j=1}^m u_j \nabla^2 g_j(\mathbf{x}_k)^T \quad (5.43)$$

es una función que depende de \mathbf{u} , que es el vector de los multiplicadores de Lagrange en el óptimo. Dado que el valor de los multiplicadores en el óptimo no es conocido a priori, para obtener la solución se recurre a estimaciones de los mismos para las diferentes iteraciones

$$\nabla^2 L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}) = \nabla^2 f(\mathbf{x}_k)^T - \sum_{j=1}^m u_{kj} \nabla^2 g_j(\mathbf{x}_k)^T \quad (5.44)$$

Estas estimaciones de los multiplicadores se pueden realizar de varias formas. Una de las más habituales es

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{N}^+ f(\mathbf{x}_k) \quad (5.45)$$

siendo

$$\mathbf{N}^+ = (\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \quad (5.46)$$

la pseudoinversa de la matriz \mathbf{N} formada por m columnas que contienen a los vectores $\mathbf{g}_j(\mathbf{x}_k)^T$. Esta aproximación será tanto más real conforme el proceso iterativo se vaya acercando al óptimo.

5.4.3 Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son una técnica de búsqueda basada en la teoría de la evolución de Darwin (1859), que ha logrado durante estos últimos años, despertar un gran interés entre la comunidad científica.

Esta técnica está basada en la teoría de la evolución y en los mecanismos de selección de la naturaleza, por los cuales los individuos más aptos de una población son los que sobreviven al adaptarse más fácilmente a los cambios que se producen en su entorno.

A comienzos de los años 1950, Holland entró en contacto con los primeros ordenadores, pudiendo poner en práctica algunas de sus ideas. Pero fue a principios de los años 1960, en la Universidad de Michigan, en Ann Arbor, donde dentro del grupo “Logic of Computers” sus ideas comenzaron a desarrollarse y a dar frutos. Después de estudiar un libro escrito por Aymler (1930), titulado “La teoría genética de la selección natural”, Holland aprendió que la evolución es una forma de adaptación más potente que el simple aprendizaje, y tomó la decisión de aplicar estas ideas para desarrollar programas.

Unos 15 años más adelante, Goldberg conoció a Holland, y se convirtió en uno de sus estudiantes. Goldberg era un ingeniero industrial que trabajaba en el diseño de tuberías, y fue uno de los pioneros en tratar de aplicar los algoritmos genéticos a problemas industriales. Aunque Holland trató de disuadirle, porque pensaba que los problemas eran excesivamente complicados para aplicarles algoritmos genéticos, Goldberg consiguió lo que quería, escribir un algoritmo genético en un ordenador personal Apple II.

Estas y otras aplicaciones creadas por los estudiantes de Holland convirtieron a los algoritmos genéticos en un campo con base suficiente como para celebrar la primera conferencia en 1985 (ICGA'85). A la técnica que inventó Holland se le denominó

originalmente “planes reproductivos”, pero se hizo popular bajo el nombre “algoritmos genéticos” después de publicar su libro en 1975.

En resumen, los algoritmos genéticos son algoritmos de búsqueda basados en los mecanismos de selección natural y supervivencia del más apto. La clave para el actual empuje de este tipo de algoritmos se debe a su robustez, y al balance entre la eficacia y eficiencia necesaria para sobrevivir en diferentes entornos de aplicación.

En los algoritmos genéticos (AGs), el término cromosoma (Tabla 5.3) representa una solución del problema, la cual se codifica mediante una cadena de bits. La representación más común es la codificación binaria. Algunas de sus características son: fácil implementación, los alelos pueden tomar valores “0” ó “1”, y originalmente fue la propuesta por Holland.

Tabla 5.3. Analogía entre los términos de un sistema natural y un algoritmo genético

Sistema Natural	Algoritmo Genético
Cromosoma	Cadena, palabra binaria, vector
Gen	Rasgo, carácter, parámetro del problema
Alelo	Valor del rasgo
Locus	Posición dentro de la cadena
Genotipo	Estructura codificada
Fenotipo	Estructura decodificada
Individuo	Solución
Generación	Ciclo

5.4.3.1 Estructura de un algoritmo genético simple

El algoritmo genético comienza a partir de un conjunto de individuos (obtenidos de forma aleatoria o a partir de individuos apropiados para el problema). Los individuos de la población son seleccionados en función de su aptitud, permitiendo su recombinación y mutación. Una vez obtenida la nueva población de individuos se evalúan de nuevo, repitiendo este proceso hasta satisfacer el criterio de parada (Figura 5.8).

A continuación, se describe de forma más detallada los pasos necesarios para desarrollar un algoritmo genético.

1. Decidir como codificar el dominio del problema, la función de aptitud, y el tipo de operadores.
2. Generar un conjunto inicial (población) de n soluciones (individuos), donde n es el tamaño de la población.
3. Evaluar la aptitud para cada individuo.
4. Obtener una nueva población de individuos mediante la repetición de los siguientes tres pasos:
 - 4.1 *Selección*: elegir dos individuos (padres) de la población, de acuerdo a su aptitud.

- 4.2 *Cruce*: con una probabilidad inferior a la de cruce, los padres seleccionados recombinan su información para obtener dos nuevos individuos (hijos), de lo contrario los dos individuos resultantes serán una copia exacta de los padres.
- 4.3 *Mutación*: a partir de la probabilidad de mutación, mutar los alelos de los nuevos individuos.
5. Reemplazar la generación anterior por la nueva población.
6. Si el criterio de parada se satisface, finalizar. En caso contrario volver al paso 3.

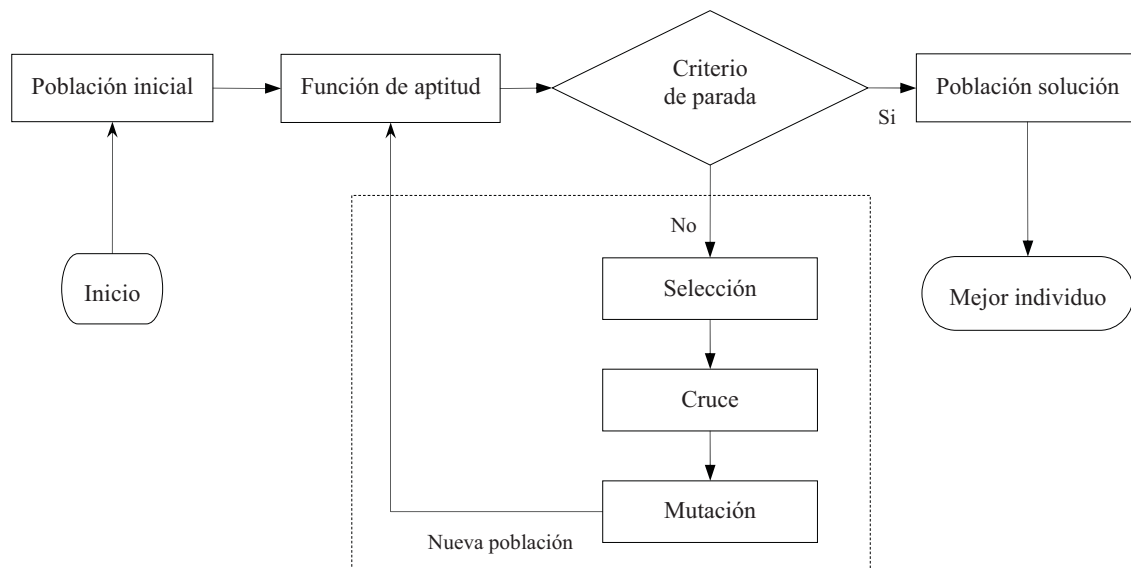


Figura 5.8. Diagrama de flujo de un algoritmo genético simple.

Antes de comenzar una breve introducción sobre los operadores selección, cruce, y mutación, apuntar que en la redacción de este apartado, un número importante de consideraciones han sido omitidas. Esta acotación se ha realizado ya que, una discusión en profundidad sobre sus distintos aspectos teóricos no resulta posible dentro de los términos de este trabajo. Los interesados en profundizar más en estos aspectos pueden recurrir a textos alternativos como: Goldberg (1989), Davis (1991), Whitley (1993) y Baeck et al. (1997).

5.4.3.2 Codificación de las variables de diseño

Como se explicó en la sección 5.4.3.1, la primera etapa para construir un algoritmo genético es decidir qué codificación se va emplear para representar las soluciones candidatas del problema.

Cuando se diseña un algoritmo genético para resolver un problema, elegir cuál es el tipo de codificación más adecuado no es una tarea fácil. Generalmente, para un mismo problema podemos imaginar diferentes codificaciones capaces de sintetizar o integrar el conjunto de las variables a optimizar. Aunque, en cualquier caso, se comparten los mismos principios de

herencia y evolución, los resultados obtenidos para un mismo problema con diferentes codificaciones pueden ser muy distintos.

- Codificación binaria: esta es una de las representaciones más utilizadas y sencillas, y en muchas ocasiones, por motivos históricos, casi independientemente del problema que se pretende resolver. En este tipo de representación, el genotipo consiste, simplemente, en una cadena de dígitos binarios $\{0,1\}$, también denominada “bit-string”. En muchas ocasiones, la representación binaria es usada para codificar información no binaria. Por ejemplo, se puede interpretar una cadena de bits de longitud 80 como 10 números enteros de longitud 8-bits, o 5 números reales de 16-bits. Normalmente esto es un error, ya que los mejores resultados se alcanzarían usando codificación entera o real.
- Codificación entera: uno de los problemas más claros donde la codificación binaria no es la más adecuada, es encontrar los valores óptimos para un conjunto de variables cuyos valores son enteros. Los valores pueden ser no restringidos (cualquier número entero es válido) o pueden estar acotados a un conjunto finito $\{0,1,2,3\}$ para representar por ejemplo $\{\text{Norte, Sur, Este, Oeste}\}$. En cualquiera de estos casos, una representación entera es probablemente más adecuada que una codificación binaria.
- Codificación real: en ocasiones, la forma más precisa de representar las soluciones candidatas es mediante una cadena de números reales. Esto ocurre, sobre todo, cuando los valores a representar provienen de una distribución continua, en vez de una discreta.

5.4.3.3 Función de aptitud

El valor de la aptitud puede obtenerse mediante:

- Una función de aptitud.
- A través de la comparación entre todos los individuos.
- En el caso de no existir una función de aptitud explícita, mediante un evaluador que reconozca la bondad de los diseños.

Aunque los algoritmos genéticos fueron inicialmente desarrollados para resolver problemas de optimización sin restricciones durante estos últimos años se han desarrollado muchas estrategias con el propósito de incorporar estas restricciones, como: estrategias de rechazo, estrategias de reparación, modificación de los operadores genéticos, y métodos de penalización.

Actualmente, el método de penalización es la opción más elegida. A continuación se describen algunas de las funciones de penalización más utilizadas:

- Penalización estática: en esta categoría se incluyen todas aquellas penalizaciones cuyos parámetros no dependen del instante (generación) en el que se encuentren, manteniendo sus valores constantes a lo largo de todo el proceso de optimización (Homaifar et al., 1994; Morales y Quezada, 1998; Hoffmeister y Sprave, 1996).

- Penalización dinámica: en esta categoría se incluyen todas aquellas funciones de penalización cuyos coeficientes de penalización incluyen para su evaluación el número de generaciones (Joines y Houck, 1994; Kazarlis y Petridis, 1998).
- Penalización adaptativa: aunque esta categoría se podría incluir, dentro de las funciones dinámicas, presenta un rasgo que las distingue claramente; la realimentación derivada del proceso de búsqueda, a través de la cual los parámetros se actualizan de forma continua (Hadj-Alouane y Bean, 1997; Lemonge y Barbosa, 2004).

5.4.3.4 Selección

El objetivo de la selección es elegir las mejores soluciones y desplazar fuera de la población aquellas cuya aptitud sea menor. Una de las características principales de este operador es que no depende del tipo de representación elegida para codificar los individuos, tan solo se tiene en cuenta el valor de la aptitud.

La presión que este operador ejerce en el proceso de búsqueda es muy importante ya que, si es elevada, la búsqueda termina prematuramente. Por el contrario, si es insuficiente, el algoritmo evoluciona muy lentamente. Por tanto, lo más adecuado es mantener un nivel de presión mínimo al inicio (amplia exploración), aumentado la presión al final del proceso para explotar solo aquellas regiones cuyas soluciones son prometedoras.

Actualmente, existe un gran número de procedimientos para efectuar la selección, siendo los más utilizados:

- Selección elitista: se garantiza la selección de los miembros más aptos de cada generación. La mayoría de los GAs no utilizan elitismo puro, sino que usan una forma modificada por la que el mejor individuo, o algunos de los mejores son copiados directamente hacia la siguiente generación.
- Selección proporcional: los individuos con mejor aptitud tienen mayor probabilidad de ser seleccionados, por lo tanto la probabilidad de selección asignada a estos individuos debe ser mayor.
- Selección por ruleta: conceptualmente similar al método anterior.
- Selección estocástica uniforme: los individuos se organizan mediante segmentos contiguos a lo largo de una línea (longitud unitaria). La longitud de cada segmento es proporcional a su aptitud, como en la selección mediante ruleta. Los punteros (p) que definen el individuo seleccionado se encuentran igualmente espaciados (d_p). Si se considera que N_p es el número de punteros o individuos que deben de ser seleccionados, la distancia uniforme que separa los punteros es $d_p = 1 / N_p$. La posición del primer puntero se obtiene mediante un número aleatorio generado en el rango $[0, d_p]$.
- Selección por torneo: se realizan subgrupos de individuos, y los miembros de cada subgrupo compiten entre sí, eligiendo para la reproducción al mejor de individuo de cada subgrupo.

- Selección por rango: la selección de los individuos se realiza a partir de un rango numérico establecido según la aptitud.
- Selección generacional: la descendencia de los individuos seleccionados en cada generación se recombina en la siguiente generación. Es decir, no se conservan individuos pertenecientes a generaciones anteriores.
- Selección por estado estacionario: la descendencia de los individuos seleccionados en cada generación vuelve a la población existente, reemplazando algunos de los miembros menos aptos, y conservando de este modo algunos de los individuos más aptos entre generaciones.
- Selección jerárquica: los individuos en cada generación atraviesan diferentes rondas de selección. La selección en los primeros niveles son rápidas y poco restrictivas, aumentando el grado de exigencia conforme subimos en los niveles. La ventaja de este método es la reducción del tiempo de cálculo al utilizar una evaluación menos selectiva pero más rápida, que elimina a la mayoría de los individuos poco prometedores, sometiendo a una evaluación más rigurosa sólo a los individuos que superan esta preselección.

5.4.3.5 *Cruce*

El cruce (o recombinación) es el proceso mediante el cual una nueva solución (descendiente o hijo) es creada a partir de la información contenida en dos (o más) soluciones (progenitores o padres). Este operador es considerado el más importante dentro de los AGs, ya que la recombinación permite la búsqueda del óptimo en otros puntos del espacio de diseño. A continuación, se describen algunos de los métodos más utilizados para cada una de las codificaciones:

Binaria

- Cruce por un punto: este tipo de cruce quizás es el método más sencillo. El primer paso consiste en generar un número aleatorio entre “0” y la longitud de la cadena de bits. A continuación, se intercambian las subcadenas de los padres posteriores al punto de cruce formando dos nuevos descendientes. El principal inconveniente de este método es que, no permite combinar todos los posibles esquemas. Por ejemplo, a partir de 11*****1 y ****11** no se pueden formar instancias del tipo 11**11*1.
- Cruce por dos puntos: para reducir el efecto del extremo final, tan determinante en el cruce por un punto, en muchos GAs se introduce el cruce por dos puntos (o el operador inversión), en el cual a partir de dos posiciones elegidas aleatoriamente, se intercambian las subcadenas iniciales y finales. El número de esquemas que se combinan supera a los conseguidos si cruzamos solamente por un punto. Además, los segmentos que son intercambiados no tienen por qué ser los extremos finales de las cadenas.
- Cruce uniforme: el cruce de tipo uniforme (Syswerda, 1989) se apoya en una cadena binaria aleatoria llamada máscara (*mask*) o cadena llave. Por ejemplo, si el bit de la

cadena máscara es “0” los bits progenitores situados en la misma posición se intercambian. Por el contrario, si es “1” no se intercambian (De Jong, 1992). Por tanto, el porcentaje de bits que se intercambian entre los progenitores es muy diverso, dependiendo del número de ceros (o unos) presentes en la cadena máscara.

Anteriormente se han descrito algunos de los métodos más utilizados para recombinar la información genética, aunque existen otras alternativas: por fenotipo (Prendes et al., 2005), bidimensional (Kane y Schoenauer, 1996), por tres puntos, etc. La actual teoría de los GAs es incapaz de determinar cuál de todos estos tipos resulta a priori más ventajoso para resolver un problema particular.

Existen al menos dos posibles soluciones a este inconveniente: extender las actuales teorías para que tengan en cuenta estos aspectos (De Jong et al., 1994), o disponer un mecanismo adaptativo que permita al GA seleccionar en cada generación el tipo de cruce más apropiado.

- Cruce adaptativo: selecciona en cada momento cuál resulta más apropiado entre distintos tipos de cruce (un punto, dos puntos, tres puntos, uniforme, etc.). Un procedimiento sencillo para implementar este mecanismo consiste en introducir dos nuevos bits al final de cada individuo, de forma que si los valores son “00” el cruce será por un punto, “01” por dos puntos, “10” por tres puntos, y “11” uniforme.

Entera

Para representaciones donde cada gen tiene un número de alelos posibles mayor (tales como enteros) es habitual usar los mismos operadores que una codificación binaria.

Real

Para recombinar dos cadenas reales, generalmente, se disponen de dos opciones:

- Utilizar operadores similares a los definidos para cadenas de bits, pero ahora divididas entre comas. En otras palabras, un alelo es número real en vez de un bit. Esto tiene la desventaja de que solo operadores como la mutación pueden introducir nuevos valores dentro de la población, ya que el cruce solamente proporciona otras combinaciones de los valores reales. Los operadores de este tipo para valores reales son denominados de recombinación discreta.
- Usar un operador que, para cada posición de un gen, genera un nuevo valor para el alelo resultado de ajustar los valores de los padres. Los operadores de este tipo son conocidos como de recombinación aritmética.

5.4.3.6 Mutación

Mutación es el nombre genérico dado a este operador de variación que usa solamente un padre y crea solamente un hijo aplicando algunos cambios aleatorios para representar el genotipo. La mutación es un mecanismo, extraño en la naturaleza, pero muy interesante, ya que permite generar nuevos individuos con características diferentes a las de sus progenitores. En función del tipo de representación se distinguen:

Binaria

El tipo de mutación más común usado para una codificación binaria es denominada “bit-flipping”, considera cada gen separadamente y permite a cada bit cambiar, p.ej: de “0” a “1” o viceversa, en el caso de que su probabilidad se encuentre por debajo de un umbral.

Entera

Para codificación entera existen principalmente dos formas de realizar la mutación, ambas consideran cada uno de los genes de forma independiente para una probabilidad de mutación dada.

- Random resetting: se puede considerar una extensión de la mutación “bit-flipping” para codificación binaria, así que para valores menores o iguales de probabilidad, un nuevo valor es elegido aleatoriamente entre el conjunto de valores admisibles para cada posición. Este es el operador más apropiado para usar cuando la codificación trata genes con atributos cardinales.
- Creep: este esquema fue diseñado sobre todo para atributos ordinales y trabaja añadiendo un pequeño valor (positivo o negativo) a cada uno de los genes afectados por el operador.

Real

Para representaciones reales es habitual considerar que los valores de los alelos proceden de una distribución continua y no de una discreta. Por lo que, las formas de mutación descritas anteriormente no son aplicables. Es muy común cambiar los valores de los alelos de cada gen de forma aleatoria dentro de un dominio dado. En función de las características de la distribución de probabilidad se distinguen entre:

- Mutación uniforme: los nuevos valores se obtienen de forma uniforme. Esta es la opción más sencilla, similar al “bit-flipping” para codificación binaria y al “random resetting” para codificación entera.
- Mutación no uniforme: la forma más común para este tipo de mutación adopta una forma similar al “creep” para codificación entera, y está diseñado para que normalmente (no siempre) la cantidad de cambios sea pequeña. Para conseguir este efecto se añade al valor del gen una cantidad controlada aleatoriamente por una distribución de Gauss con media cero y desviación estándar dada.

5.4.3.7 Otros operadores

Los operadores que a continuación se describen no se emplean en todos los problemas, y su variedad es casi ilimitada. Generalmente, son operadores que exploran el espacio de soluciones de una forma más ordenada; actuando de forma exhaustiva en las últimas fases de la búsqueda, en las cuales se determina si el proceso se termina con una solución aceptable, o con la solución óptima. Estos operadores son:

- Operadores de nicho: los operadores de nicho (*niching*) se utilizan principalmente (en problemas con muchas soluciones posibles) para mantener la diversidad genética, de

forma que cromosomas similares sólo sustituyen a cromosomas similares.

Un algoritmo genético que disponga de estos operadores puede ser capaz de encontrar todos los máximos posibles, dedicándose cada especie a un máximo en particular. Aunque en ocasiones, más que operadores genéticos, los operadores de nicho son estrategias para enfocar la selección y la evaluación de la población (Horn et al., 1994).

- **Elitismo:** cuando se emplea un algoritmo genético tradicional, se puede observar como el mejor de los individuos de una población puede perderse, si se introducen los operadores de cruce y mutación. La estrategia elitista (Davis, 1991) consiste en copiar el mejor cromosoma (o un pequeño grupo con los mejores individuos) directamente en la nueva población, generando el resto de los individuos mediante el procedimiento convencional. Consecuentemente, el elitismo acelera la convergencia del algoritmo porque evita la pérdida de información valiosa. Sin embargo, también puede inducir cierta tendencia hacia mínimos (o máximos) locales, aunque esto se puede prevenir mediante un ligero aumento de la mutación.
- **Operador micro-genético:** el operador microgenético o como ya se ha denominado algoritmo micro-genético (μ -GA) fue introducido por Krishnakumar (1989). El principal objetivo de esta metodología es reducir el tamaño de la población, en comparación con los que habitualmente se utilizan en un algoritmo genético simple. Sin embargo, fue un hecho conocido que los resultados obtenidos resultaban pobres, debido a la insuficiente información contenida en la población (5 individuos), y una convergencia prematura hacia soluciones no óptimas.

Para remediar este problema, Goldberg (1989) sugirió que la población debía ser reiniciada si se observaba su convergencia, incluyendo en la nueva población la mejor de las soluciones conseguidas hasta ese momento.

- **Migración:** movimiento de individuos entre subpoblaciones. De forma que, los individuos mejores de una subpoblación reemplazan los individuos peores en otra subpoblación.

5.5 METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE UNIONES VIGA-COLUMNA CON CHAPA DE TESTA EXTENDIDA CON ELEMENTOS FINITOS Y MODELOS KRIGING

A continuación, se describe de forma detallada los pasos que se han seguido para obtener el diseño óptimo de uniones viga-columna, con chapa de testa extendida, a partir de un modelo de elementos finitos (mediante ANSYS) y un modelo Kriging. La implementación para poder obtener el diseño óptimo se ha realizado con el programa Matlab (R2008a).

1. Definir los parámetros del problema de optimización:

- Variables de diseño.
- Tipos de variables (continuas o discretas).
- Función objetivo.

- Restricciones.
2. Construir el modelo de la unión. Para la construcción del modelo se necesita definir:
 - Geometría de la unión.
 - Norma aplicada: EC3-1-8: 2005.
 - Propiedades de los materiales para cada componente de la unión.
 - Pretensado de los tornillos de la unión.
 - Cargas aplicadas y condiciones de contorno.
 - Tipo de análisis: mediante el método de elementos finitos (MEF) o el método de los componentes (MC).
 3. Diseño de experimentos computacionales: generación de la muestra mediante la técnica de muestreo LHS. Para ello se utiliza la función de Matlab `lhsdesign` donde se define el tamaño de la muestra, número y tipo de variables, tipo de suavizado ((5.3) o (5.4)), criterio de optimalidad y número de iteraciones.
 4. Comprobación de la muestra: se comprueba que los puntos obtenidos cumplen las restricciones de geometría planteadas en el problema de optimización. Si el número de puntos válidos (puntos que cumplen las restricciones) es menor que el tamaño mínimo de la muestra definido, se genera una nueva muestra hasta conseguir, como mínimo, el tamaño deseado.
 5. Respuesta de la muestra: a partir del modelo construido en el paso 2, se obtiene la respuesta para cada uno de los puntos de la muestra.
 6. Construcción del modelo Kriging: a partir de la Toolbox DACE de Matlab (Lophaven et al., 2002a,b), de los datos y de la respuesta de la muestra, se obtienen los parámetros que definen el modelo Kriging.
 7. Validación del modelo Kriging:
 - Generar una segunda muestra, distinta a la muestra del paso 3, mediante LHS.
 - Comprobar la muestra (paso 4) y obtener la respuesta real (paso 5) y la respuesta aproximada con el modelo Kriging obtenido en el paso 6.
 - Calcular: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos entre las respuestas real y aproximada.
 - Valorar la calidad del ajuste del modelo Kriging. Si la calidad del ajuste del modelo resulta adecuada, se continua con la integración del modelo Kriging en el proceso del diseño óptimo de la unión; en caso contrario, se vuelve al paso 3.
 8. Optimización: para obtener el diseño óptimo de la unión se utilizan los algoritmos de optimización RQP y GA. Para la optimización con el algoritmo RQP se utiliza la función de Matlab `fmincon`, y para la optimización con el algoritmo GA se utiliza la función de Matlab `ga`.

En la Figura 5.9 se muestra una representación esquemática de la metodología seguida para el diseño óptimo.

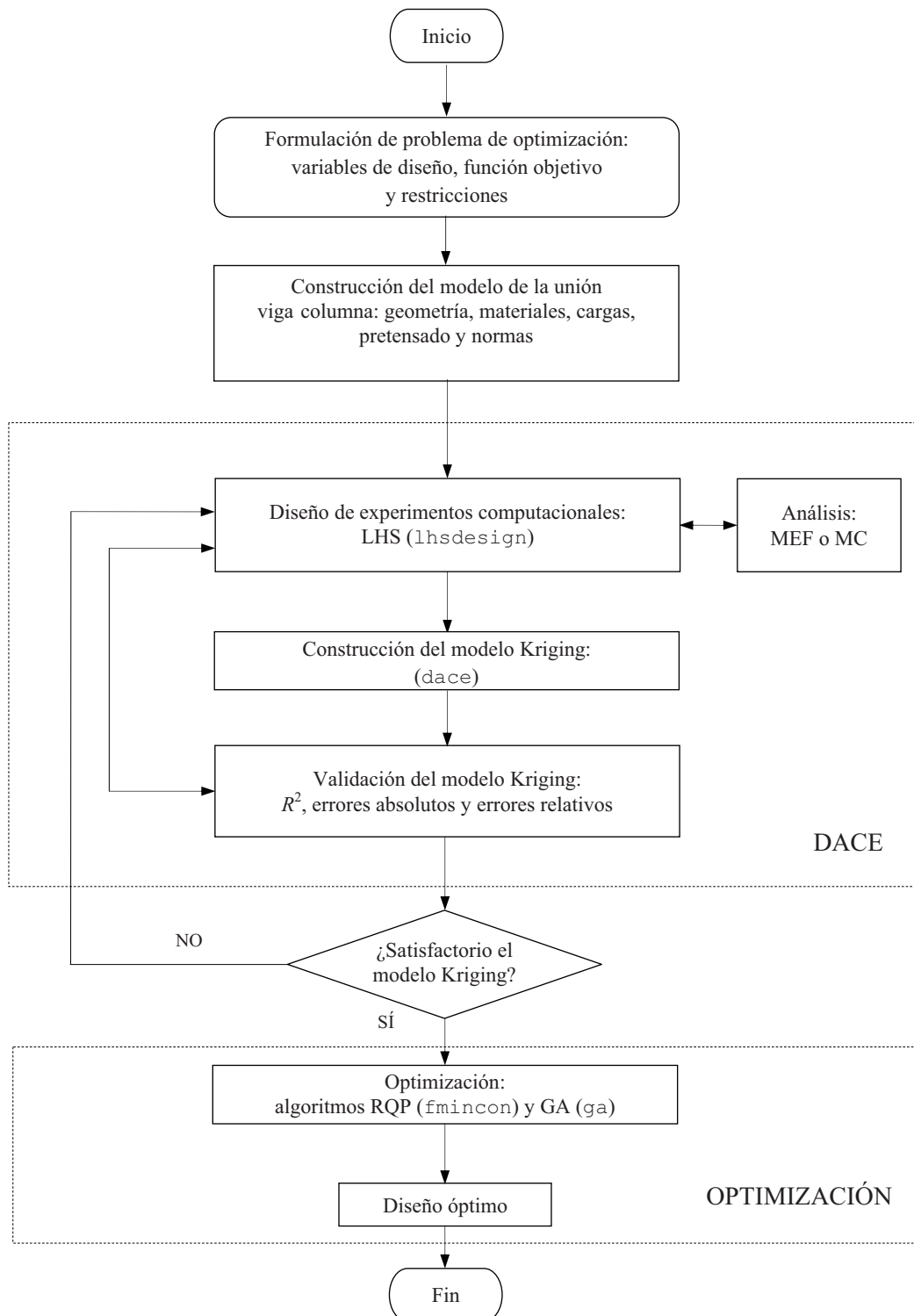


Figura 5.9. Diagrama de flujo para optimizar uniones semirrígidas con MEF y modelos Kriging.

Capítulo 6

Aplicación del diseño óptimo de uniones viga-columna con elementos finitos y modelos Kriging

6.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de este capítulo es resolver algunos ejemplos para ilustrar el diseño óptimo de una unión viga-columna con chapa de testa extendida utilizando el método de los elementos finitos y modelos Kriging.

Uno de los ejemplos más habituales para el estudio de las uniones viga-columna con chapa de testa extendida es la unión cuya viga es IPE300 y cuya columna es HE160B (Janss et al., 1987; Faella et al., 1997). Por este motivo, el primer ejemplo que se presenta es el diseño óptimo de una unión viga-columna IPE300 HE160B, utilizando variables de diseño continuas y discretas. Se comparan los resultados de utilizar variables continuas y discretas.

Otro ejemplo que también se estudia es el diseño óptimo de una unión viga-columna IPE200 HE160B, utilizando variables de diseño continuas. Los resultados del ejemplo se comparan con los obtenidos en el ejemplo anterior para conocer la influencia del perfil de la viga.

Una vez resueltos los ejemplos, se presentan las conclusiones extraídas del análisis de los resultados.

Finalmente, se generan un conjunto de ábacos de diseño, a partir de un modelo Kriging, para obtener el momento resistente y/o la rigidez de una unión de forma rápida y sencilla, de la cual se conoce su configuración (geometría, materiales, etc.), o por el contrario, obtener la configuración de la unión para que resista un momento determinado o tenga una cierta rigidez.

6.2 DISEÑO ÓPTIMO DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA IPE300 HE160B CON VARIABLES CONTINUAS

El primer ejemplo que se muestra tiene como objetivo obtener el diseño óptimo de la unión con chapa de testa extendida entre una viga IPE300 y una columna HE160B no rigidizada, considerando variables continuas. Los parámetros geométricos que definen la unión se muestran en la Figura 6.1.

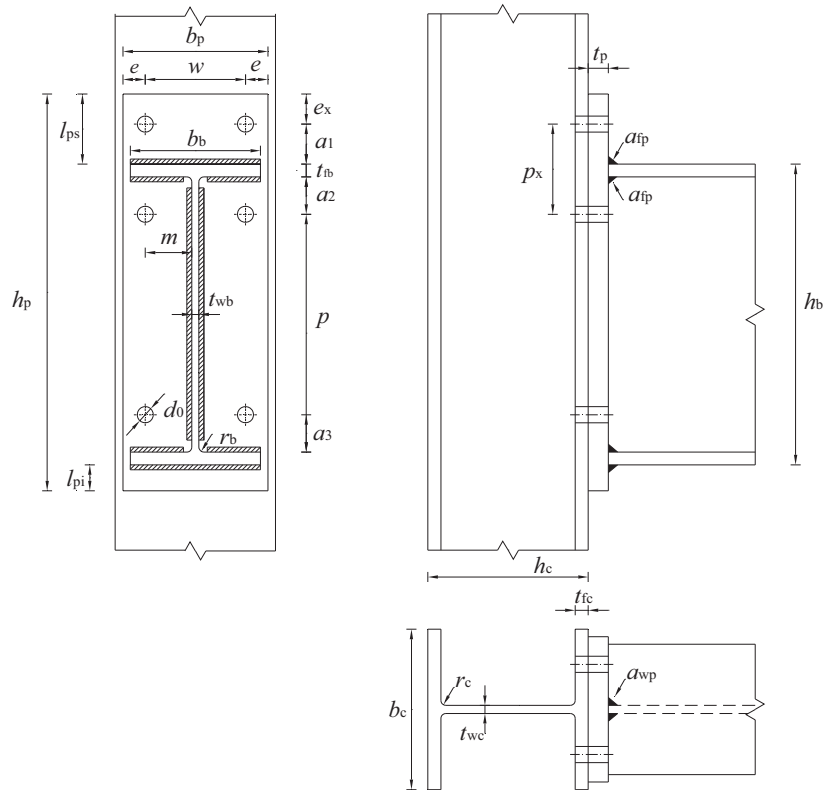


Figura 6.1. Parámetros geométricos de la unión.

El diseño óptimo se ha realizado con la ayuda de un modelo Kriging obtenido a partir de una muestra generada con la técnica de muestreo Hipercubo Latino (LHS) y analizada mediante el método de los elementos finitos (MEF), utilizando el modelo numérico presentado en el capítulo 4 (sección 4.4).

La norma aplicada para el análisis de la unión es el EC3-1-8:2005. El método aplicado para el cálculo de los cordones de soldadura es el método simplificado del EC3-1-8:2005, teniendo en cuenta la resistencia de la viga (sección 3.9).

El diseño óptimo se ha realizado a partir de dos modelos Kriging: un modelo Kriging utilizando un modelo de regresión lineal y un modelo de correlación gaussiano (KrLG), y otro modelo Kriging utilizando un modelo de regresión cuadrático y un modelo de correlación gaussiano (KrCG). En la sección 6.2.3.3 se realiza una comparación de la calidad del ajuste de los modelos.

Los algoritmos de optimización utilizados para obtener el diseño óptimo son: programación cuadrática recursiva (RQP) y algoritmos genéticos (GA).

Con el objetivo de presentar un conjunto de ábacos de diseño, en la sección 6.2.4.3 se realiza un estudio de la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación de las variables de diseño.

6.2.1 Problema de optimización

A continuación se definen las variables de diseño, las tres funciones objetivo, y las restricciones que se han considerado en el problema de optimización.

6.2.1.1 Variables de diseño

Las seis variables de diseño (Figura 6.1) consideradas en el problema de optimización son: el diámetro de los tornillos (d); el espesor de la chapa de testa extendida (t_p); el ancho de la chapa de testa extendida (b_p); la distancia horizontal del eje del tornillo al borde de la chapa (e); la distancia vertical entre el eje del tornillo de la fila 1 y el borde de la chapa (e_x), y la distancia vertical entre los ejes de los tornillos de la fila 1 y fila 2 (p_x). En la Tabla 6.1 se muestran los valores mínimo y máximo que pueden adoptar estas variables.

Tabla 6.1. Valores mínimos y máximos de las variables de diseño

Variables de diseño	Valor mínimo (mm)	Valor máximo (mm)
d	15,0	24,0
t_p	15,0	25,0
b_p	b_b	b_c
e	20,4	30,0
e_x	20,4	30,0
p_x	60,0	182,0

6.2.1.2 Funciones objetivo

Los tres objetivos considerados son:

- Minimizar la relación entre el momento plástico de la viga y el momento resistente de la unión (equivalente a maximizar el momento resistente de la unión)

$$\min : M_{pl,b} / M_{j,Rd}$$

- Minimizar la rigidez inicial de la unión con signo negativo (equivalente a maximizar la rigidez inicial de la unión)

$$\min : -S_{j,ini}$$

- Minimizar el coste de la unión semirrígida

$$\min : C_{US} = C_p + C_t + C_s + C_m$$

donde

$$C_p = cu_p (b_p h_p t_p) \rho_A$$

$$C_t = cu_t \left[\frac{6\pi d^2}{4} (0,65d + t_p + t_{fc} + 0,80d + 0,5d) \right] \rho_A$$

$$C_s = cu_s \left[a_{fp}^2 (2b_{fb} + 2(b_{fb} - 2r_b - t_{wb})) + 2a_{wp}^2 (hb - 2t_{fb} - 2r_b) \right] \rho_A$$

$$C_m = cu_m (b_p h_p t_p) \rho_A$$

siendo

ρ_A el peso específico del acero;

cu_p el coste, por unidad de peso, de la chapa cortada, taladrada, tratada, y puesta en obra;

cu_t el coste, por unidad de peso, de los tornillos puestos en obra;

cu_s el coste, por unidad de peso, de la soldadura acabada, y

cu_m el coste, por unidad de peso, del montaje de la chapa de testa en la viga.

Los valores de estos coeficientes han sido obtenidos a partir de los datos de una empresa de la Región de Murcia, fabricante de estructuras metálicas, tomándose como referencia una unión con chapa de testa extendida con 6 tornillos TR M20 pretensados de calidad 10.9, viga IPE300 de longitud 6 metros y montada a una altura de 12 metros. Los valores adoptados para estos coeficientes son

$$cu_p \quad 1,10 \text{ €/kg}; \quad cu_t \quad 5,00 \text{ €/kg}$$

$$cu_s \quad 7,30 \text{ €/kg}; \quad cu_m \quad 0,60 \text{ €/kg}$$

6.2.1.3 Restricciones

En la Tabla 6.2 se muestran los valores mínimo y máximo que pueden adoptar los parámetros geométricos de la unión en función del diámetro del agujero del tornillo (d_0), del espesor de la chapa de testa (t_p) y del espesor del ala de la columna (t_{fc}). Estos valores han sido extraídos de la Tabla 3.3 del EC3-1-8:2005.

Tabla 6.2. Límites de los parámetros geométricos

Parámetros geométricos	Valor mínimo (mm)	Valor máximo (mm)
e	$1,2d_0$	30
e_x	$1,2d_0$	30
p_x	$2,2d_0$	$\min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
p	$2,2d_0$	$\min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
w	$2,4d_0$	$\min[200; 14(\min(t_p, t_{fc}))]$
a_1	m	-
a_2	m	-
a_3	m	-

Los valores del diámetro del agujero del tornillo (en mm), según las normas UNE-ENV 1090:1996 y UNE-ENV 1993-1-1:1992, son:

$$d_0 = d + 1 \quad \text{para } d \leq 12$$

$$d_0 = d + 2 \quad \text{para } 12 < d \leq 27$$

$$d_0 = d + 3 \quad \text{para } d > 27$$

La distancia entre el eje del taladro al alma de la viga (Figura 6.1), para que los tornillos puedan ser apretados sin dificultad debe ser, como mínimo (en mm)

$$\begin{aligned}
 m &= 30 & \text{para } d &\leq 20 \\
 m &= 35 & \text{para } 20 < d &\leq 22 \\
 m &= 40 & \text{para } d &> 22
 \end{aligned}$$

Los parámetros geométricos a_1 , a_2 y a_3 (Figura 6.1) son

$$\begin{aligned}
 a_1 &= a_2 = \frac{p_x - t_{fb}}{2} \\
 a_3 &= 2d
 \end{aligned}$$

Si el objetivo es minimizar el coste de la unión (C_{US}) se añaden dos restricciones

$$\begin{aligned}
 M_{j,Rd} &\geq M_{j,Ed} \\
 S_{j,ini} &\geq S_{j,Ed}
 \end{aligned}$$

siendo para este caso $M_{j,Ed} = 75$ kNm y $S_{j,Ed} = 18000$ kNm/rad. Es decir, se pretende obtener la unión más económica capaz de resistir un momento ≥ 75 kNm con una rigidez inicial ≥ 18000 kNm/rad. Para calcular $M_{j,Rd}$ y $S_{j,ini}$ se utiliza un modelo Kriging del mismo modo que se utiliza para calcular el valor de la función objetivo.

6.2.2 Datos del modelo

6.2.2.1 Geometría

La geometría de la unión viga-columna se muestra en la Figura 6.2 y los parámetros geométricos que definen la unión son los de la Figura 6.1.

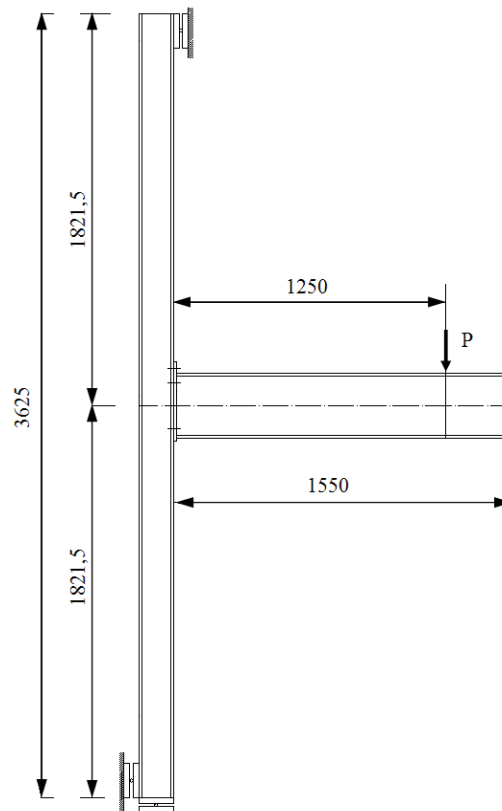


Figura 6.2. Geometría considerada para el modelo de elementos finitos (cotas en mm).

6.2.2.2 Materiales

El material empleado para los elementos viga, columna, chapa de testa y soldaduras es acero S 275 (curva tensión-deformación con un comportamiento elastoplástico y un endurecimiento por deformación $E_h = E/50$).

Los tornillos utilizados son de calidad 10.9 y colocados con una fuerza de pretensado

$$F_p = 0,7 f_{ub} A_s$$

Las propiedades mecánicas de los materiales se muestran en la Tabla 6.3. El coeficiente de rozamiento considerado es 0,3.

Tabla 6.3. Propiedades mecánicas de los materiales

	Acero (S 275)	Tornillos (calidad 10.9)
Módulo de elasticidad longitudinal, E (MPa)	210000	210000
Coeficiente de Poisson	0,3	0,3
Peso específico, ρ (kg/m ³)	7850	7850
Límite elástico, f_y (MPa)	275	900

6.2.2.3 Carga y condiciones de contorno

La carga introducida en el modelo se aplica mediante una fuerza vertical (P) en el extremo de la viga, a una distancia (L) de 1250 mm de la chapa de testa (Figura 6.2).

El análisis se considera terminado cuando la solución no converge. Para no aumentar el coste computacional, se establece como valor máximo de P (sección 4.4.3.6)

$$P = \frac{1,5 M_{j,Rd,EC3}}{L}$$

Las condiciones de contorno en el modelo son las mostradas en la Figura 6.2.

6.2.3 Modelo Kriging

Para obtener el diseño óptimo de la unión se han generado dos modelos Kriging: un modelo Kriging utilizando un modelo de regresión lineal y un modelo de correlación gaussiano (KrLG), y un modelo Kriging utilizando un modelo de regresión cuadrático y un modelo de correlación gaussiano (KrCG).

Para determinar el tamaño de muestra necesario, para obtener una buena aproximación de la respuesta con el modelo Kriging, se ha realizado un estudio paramétrico. La conclusión de este estudio indica que a partir de una muestra con 50 puntos el modelo Kriging es aceptable ($R^2 \geq 0,97$).

Para lograr una muestra con un mínimo de 50 puntos válidos (puntos que cumplen todas las restricciones de geometría (Tabla 6.2), XG_v), se genera inicialmente una muestra con 196

puntos (XG). Para generar esta muestra se usa la técnica de muestreo LHS, efectuándose 10 iteraciones, sin suavizado y maximizando la distancia mínima entre puntos.

6.2.3.1 Muestra para obtener el modelo Kriging

La muestra generada con LHS se representa en la Figura 6.3. Se han generado 196 XG, de los cuales 56 cumplen las restricciones de la Tabla 6.2 (puntos válidos, XG_V), y 140 puntos violan alguna de estas restricciones (puntos no válidos, XG_{NV}).

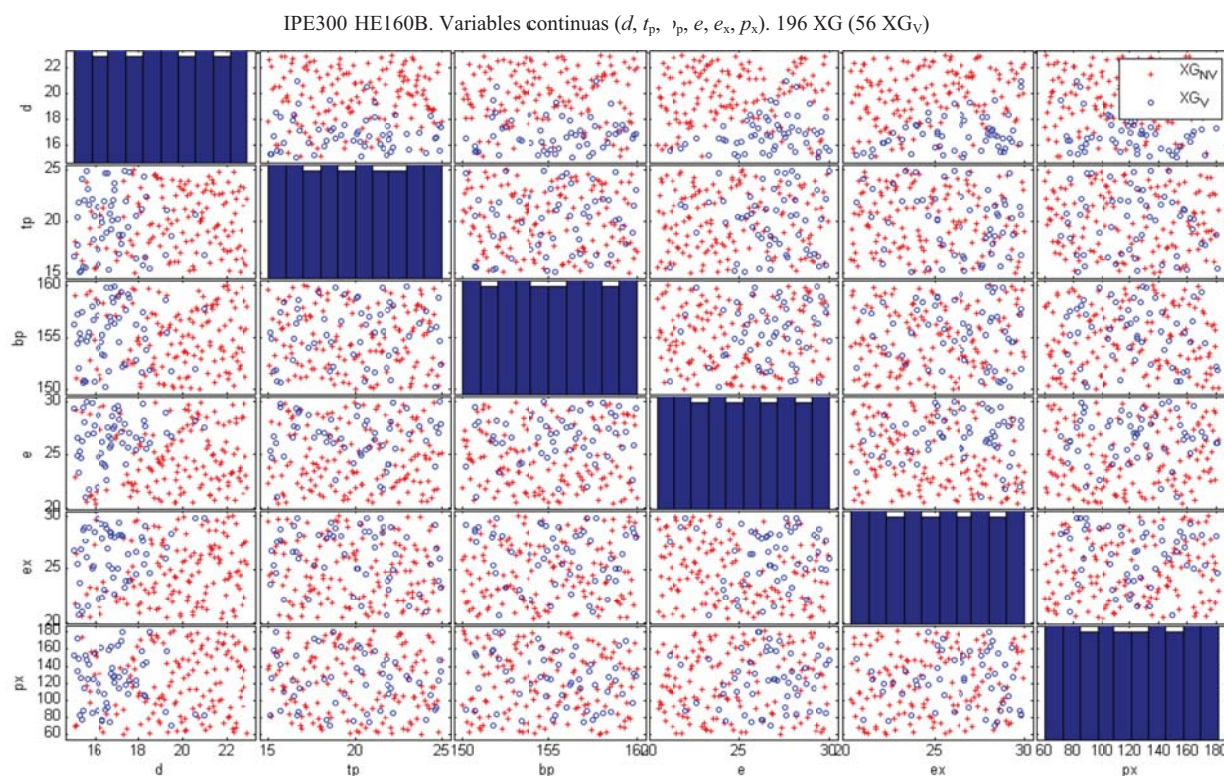


Figura 6.3. Generación de 196 XG con LHS.

Los gráficos de la Figura 6.3 están formados por 36 gráficas, 6 filas y 6 columnas, donde cada una de las columnas (filas) representa a una variable de diseño.

En las celdas que no pertenecen a la diagonal principal se han representado todos los puntos generados (XG_V y XG_{NV}). Evidentemente, la situación de los puntos dentro de la celda depende de las variables de diseño implicadas. Estas gráficas resultan muy útiles para visualizar las relaciones entre las variables de diseño.

En las celdas de la diagonal principal del gráfico se han representado unos histogramas para comprobar si las distribuciones de los puntos son adecuadas. Cada uno de estos histogramas consta de k barras ($k = 10$). El ancho de la barra, para una variable, se obtiene dividiendo la diferencia entre el valor máximo y mínimo de la variable por k . La altura de la barra depende del número de puntos que se encuentran en el intervalo de valores representados por la barra.

Para obtener una muestra con una distribución de puntos adecuada, todas las barras del histograma deberían tener, aproximadamente, la misma altura. En la Figura 6.3 se puede

observar que la altura de todas las barras, para cada una de las variables, es muy similar. Estos histogramas representan a los puntos generados por LHS.

En la Figura 6.4 se representa los puntos finales (56 XG_V) que contiene la muestra XM para generar los modelos kriging para cada una de las funciones objetivo, y para las restricciones $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ cuando la función objetivo es C_{US} . Además de representar las variables de diseño, se representan la rigidez inicial y el momento resistente (calculados con MEF), y el coste para cada punto.

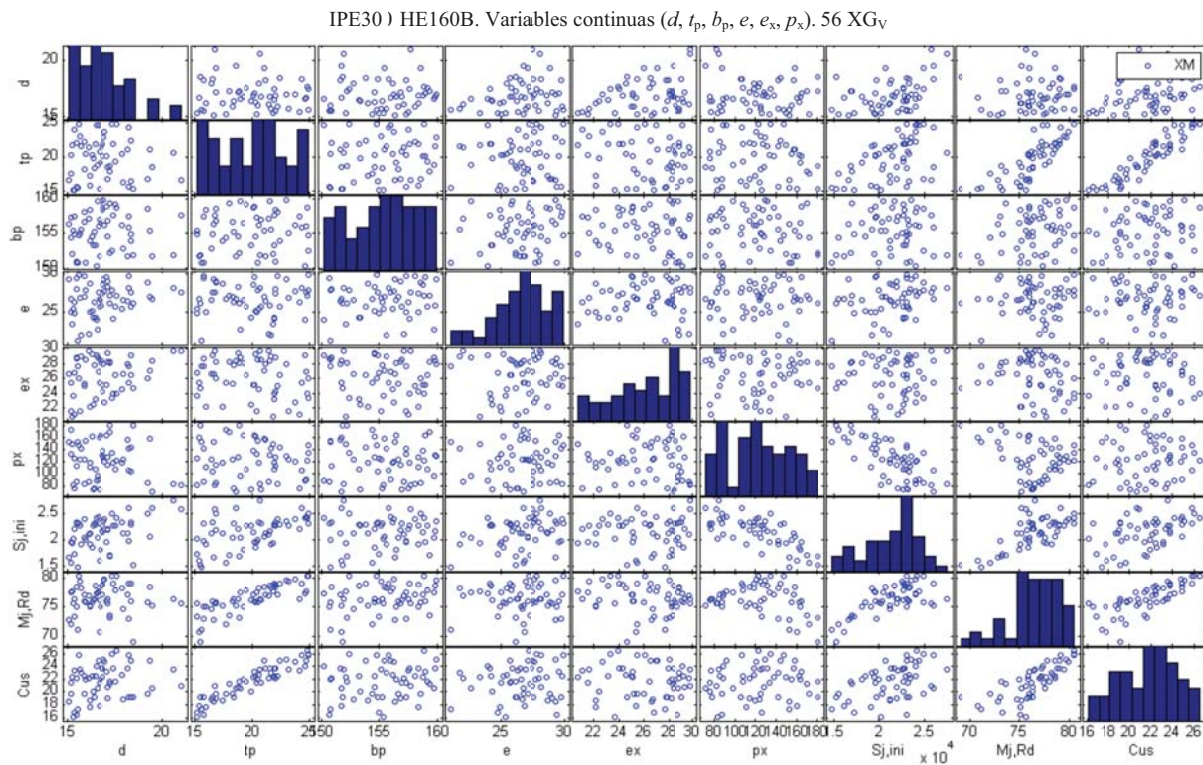


Figura 6.4. XM para los modelos Kriging.

6.2.3.2 Puntos de validación

Para valorar la calidad del ajuste de los modelos Kriging se genera una segunda muestra (XM_V) mediante LHS. Los 25 puntos pertenecientes a XM_V (Figura 6.5) se denominan puntos de validación (XG_{pV}). Para estos puntos se calcula la respuesta real y la respuesta aproximada con los modelos Kriging obtenidos.

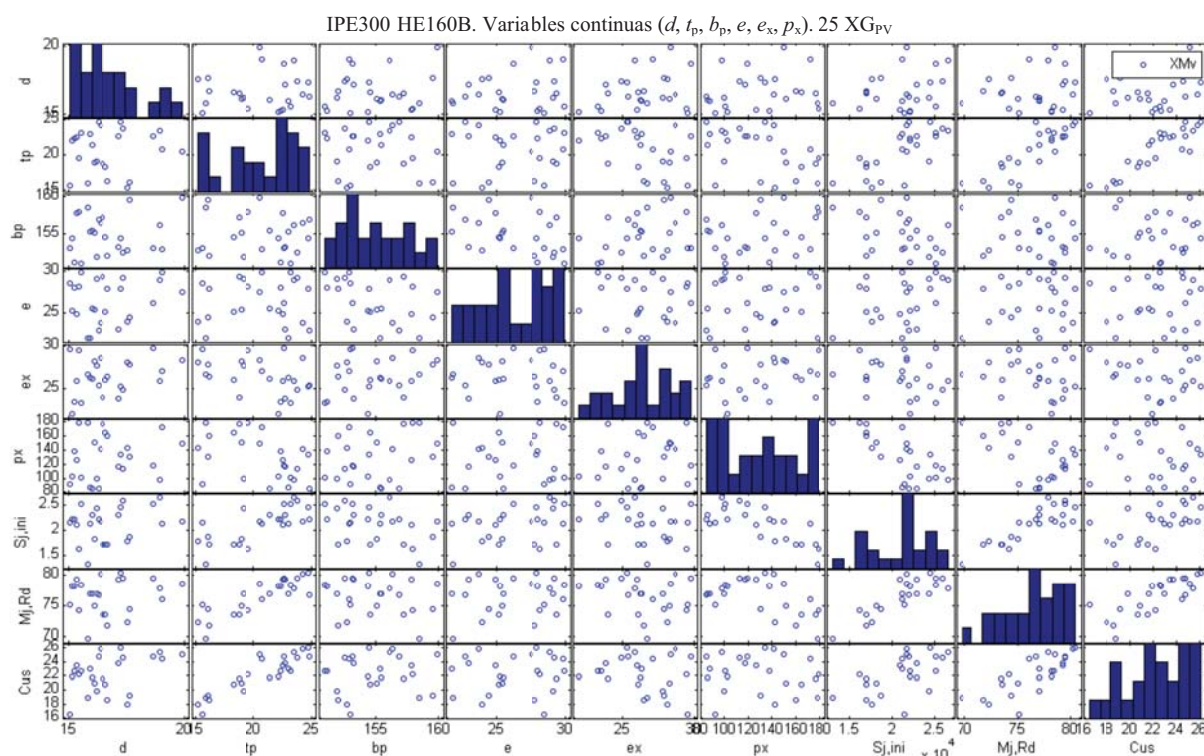


Figura 6.5. XM_v para validar los modelos Kriging.

6.2.3.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging

Para analizar la influencia del modelo de regresión (lineal o cuadrático) y el modelo Kriging, se comparan los valores de: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos obtenidos, al comparar la respuesta real (obtenida con MEF) con la respuesta aproximada (obtenida con los modelos KrLG y KrCG) de la muestra XM_v. También se comparan las superficies de respuesta (SR) obtenidas con los modelos KrLG y KrCG.

En las Figuras 6.6 a 6.11 se muestran unos gráficos donde se comparan las respuestas reales y las respuestas aproximadas con los modelos KrLG y KrCG, y los errores del ajuste de los modelos para cada una de las funciones objetivo.

Cada gráfico está compuesto por tres gráficas. En la gráfica superior se muestra el ajuste entre la respuesta real y la respuesta aproximada. En la gráfica intermedia se muestra el error absoluto máximo ($errAbsMax$), el error absoluto medio ($errAbsMed$), y la desviación típica del error absoluto ($errAbsStd$). En la gráfica inferior se muestra el error relativo máximo ($errRelMax$), el error relativo medio ($errRelMed$), y la desviación típica del error relativo ($errRelStd$). Adicionalmente, en la cabecera de la figura, se proporcionan los valores obtenidos para R^2 y RRMSE (*Relative Root Mean Squared Error*, cuyo valor puede oscilar entre 0 e ∞ , siendo mejores los valores cercanos a 0). Estos valores son obtenidos mediante la ecuación (5.23).

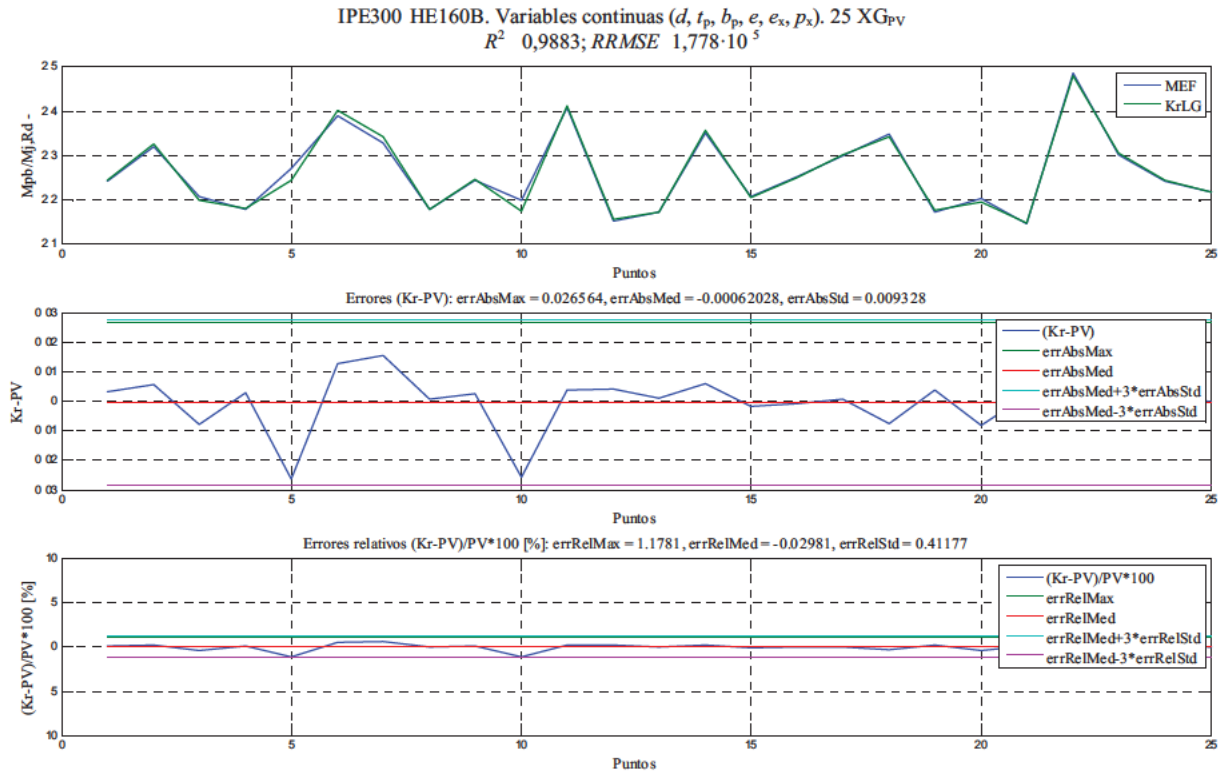


Figura 6.6. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrLG) y errores del ajuste para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$.

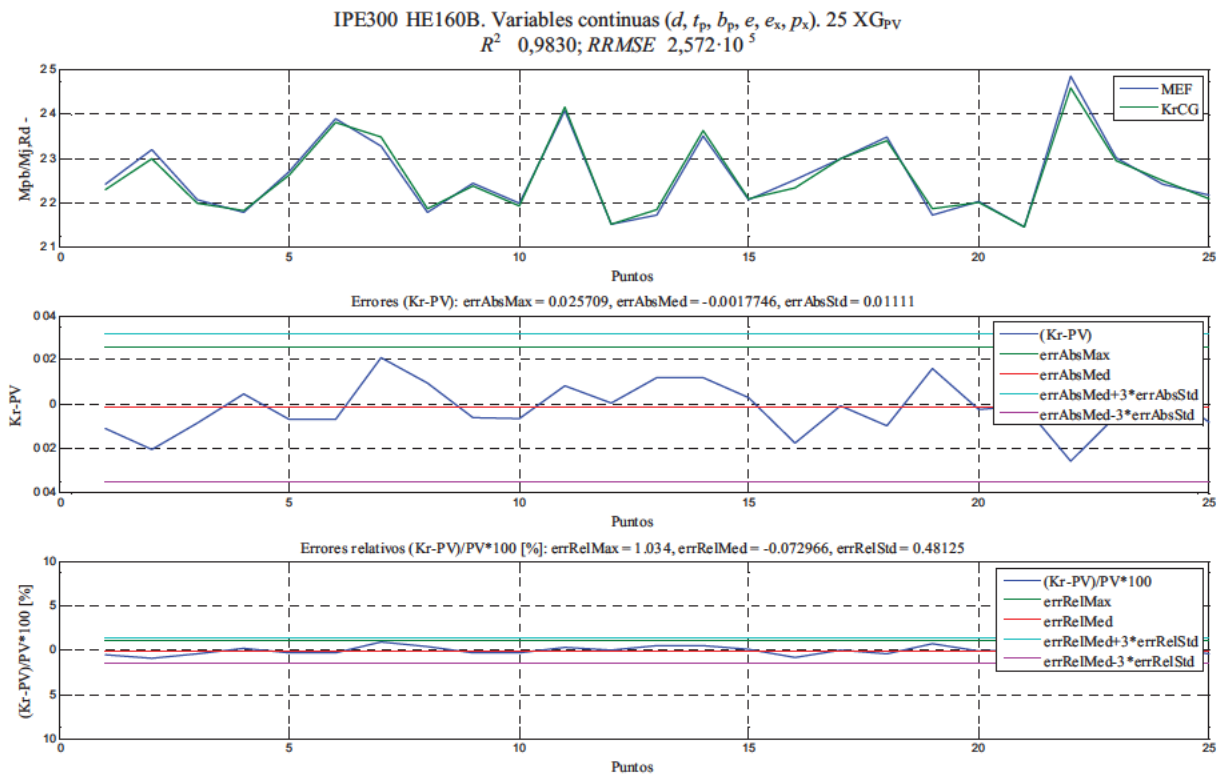


Figura 6.7. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrCG) y errores del ajuste para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$.

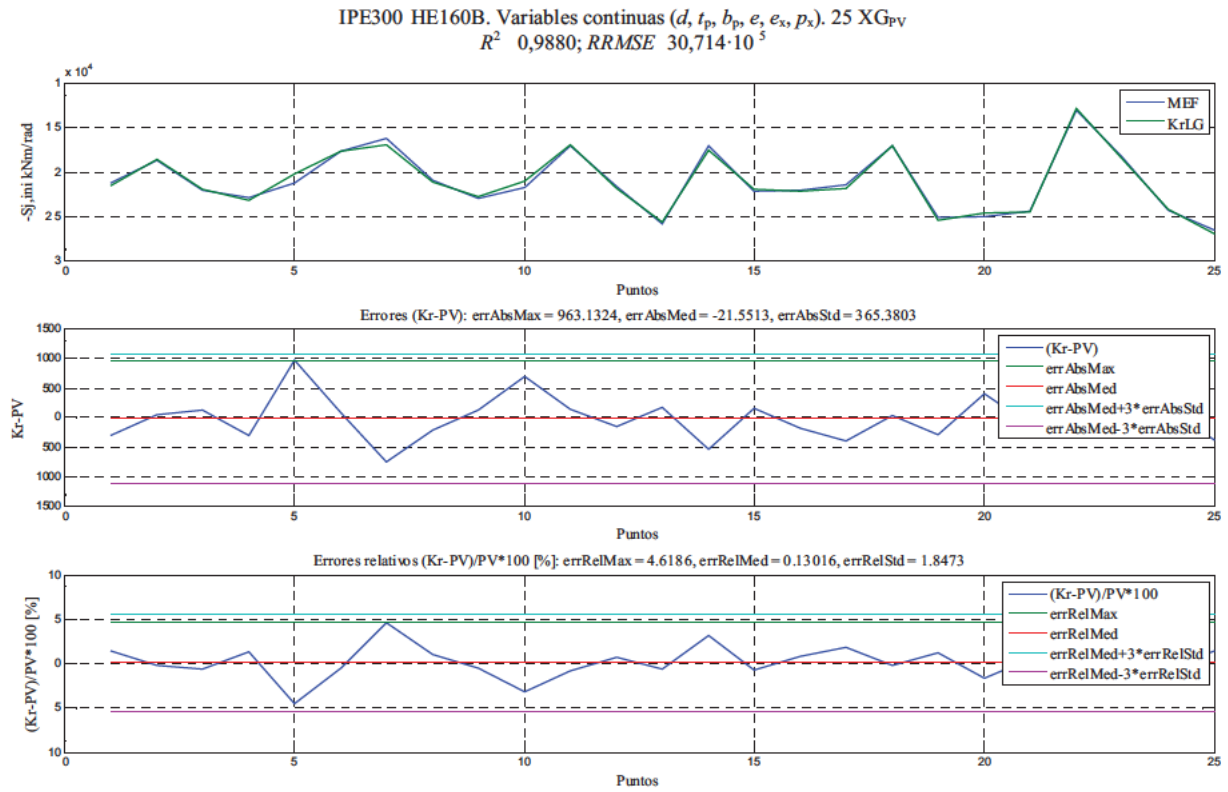


Figura 6.8. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrLG) y errores del ajuste para la función objetivo $-S_{j,ini}$.

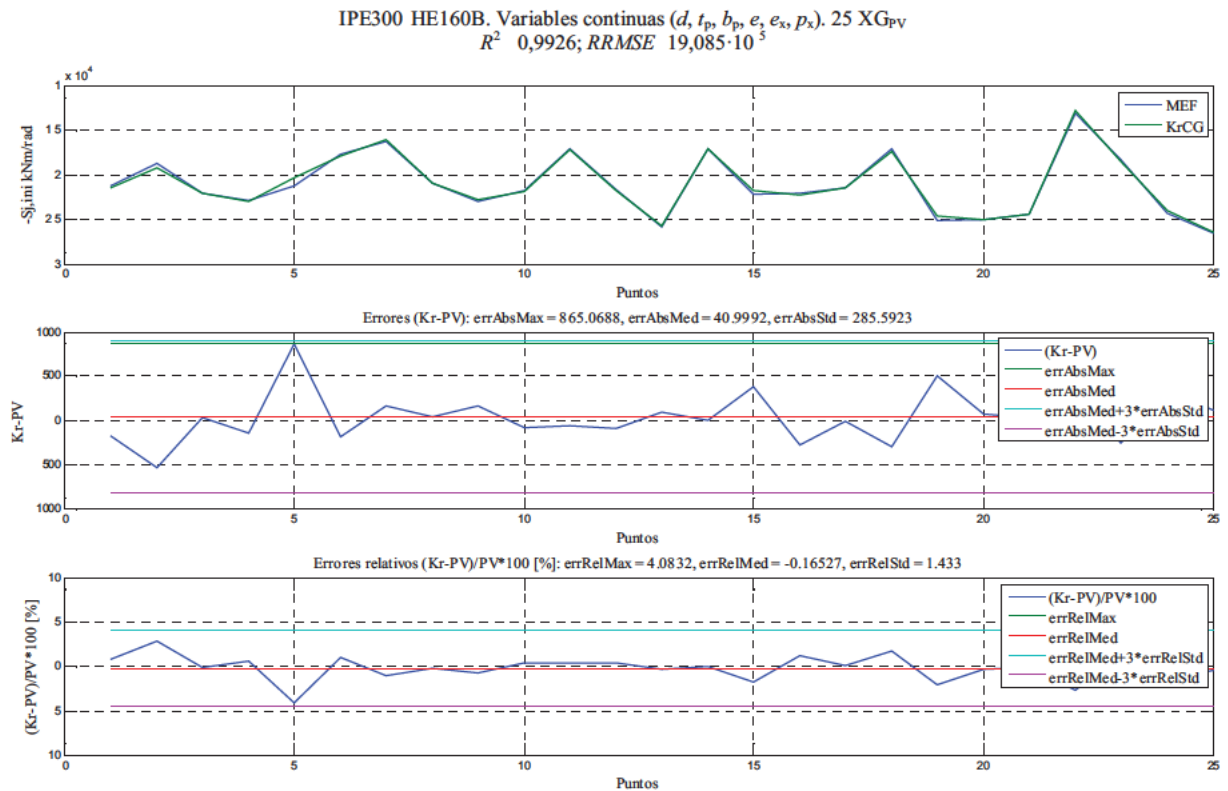
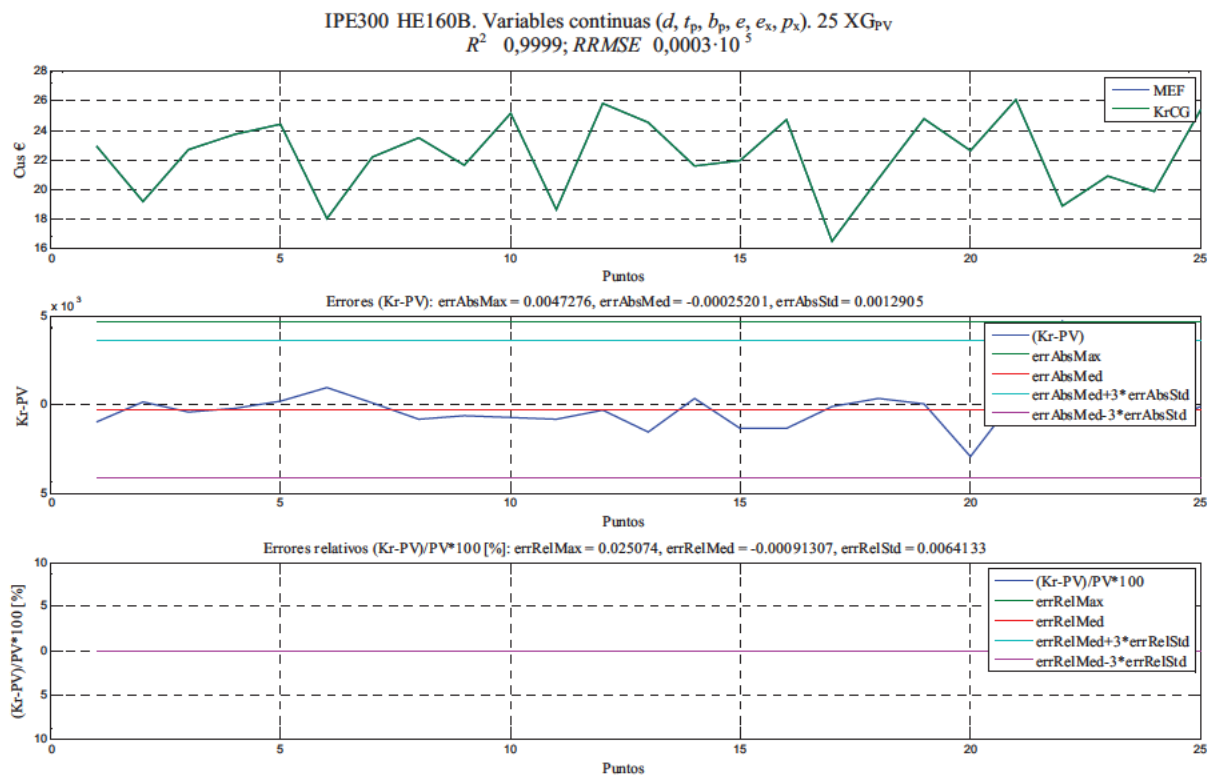
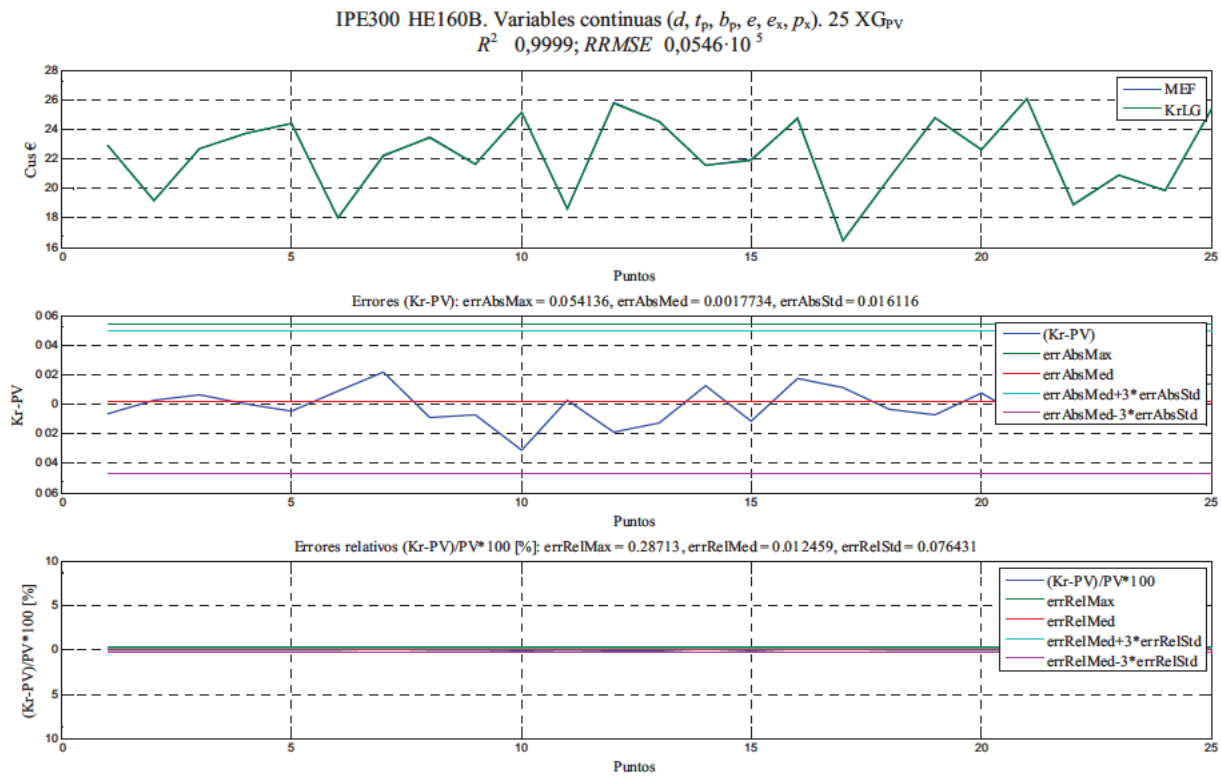


Figura 6.9. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrCG) y errores del ajuste para la función objetivo $-S_{j,ini}$.



En la Tabla 6.4 se muestran los valores de R^2 , $RRMSE$, $errAbsMax$, $errAbsMed$, $errAbsStd$, $errRelMax$, $errRelMed$, $errRelStd$ obtenidos para cada una de las funciones objetivo, y para las restricciones $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ cuando la función objetivo es C_{US} , utilizando el modelo KrLG y el modelo real. En la Tabla 6.5 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

Tabla 6.4. Resultados del ajuste con el modelo KrLG para las funciones objetivo y restricciones

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)	$M_{j,Rd} \geq 75$ (kNm)	$S_{j,ini} \geq 18000$ (kNm / rad)
R^2	0,9883	0,9880	0,9999	0,9878	0,9880
$RRMSE$	$1,78 \cdot 10^{-5}$	$30,71 \cdot 10^{-5}$	$0,05 \cdot 10^{-5}$	$1,76 \cdot 10^{-5}$	$30,71 \cdot 10^{-5}$
$errAbsMax$	0,0266	963,1324	0,0541	0,9335	963,1324
$errAbsMed$	-0,0006	-21,5513	0,0018	0,0168	-21,5513
$errAbsStd$	0,0093	365,3803	0,0161	0,3140	365,3803
$errRelMax$ (%)	1,1781	4,6186	0,2871	1,1887	4,6186
$errRelMed$ (%)	-0,0298	0,1302	0,0125	0,0189	0,1302
$errRelStd$ (%)	0,4117	1,8443	0,0764	0,4106	1,8443

Tabla 6.5. Resultados del ajuste con el modelo KrCG para las funciones objetivo y restricciones

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)	$M_{j,Rd} \geq 75$ (kNm)	$S_{j,ini} \geq 18000$ (kNm / rad)
R^2	0,9830	0,9926	0,9999	0,9814	0,9926
$RRMSE$	$2,57 \cdot 10^{-5}$	$19,09 \cdot 10^{-5}$	$0,03 \cdot 10^{-7}$	$2,67 \cdot 10^{-5}$	$19,09 \cdot 10^{-5}$
$errAbsMax$	0,0257	865,068	0,0047	0,7791	865,068
$errAbsMed$	-0,0018	40,9992	-0,0003	0,0431	40,9992
$errAbsStd$	0,0111	285,5923	0,0013	0,3852	285,5923
$errRelMax$ (%)	1,0340	4,0832	0,0251	1,0202	4,0832
$errRelMed$ (%)	-0,0730	-0,1653	0,0009	0,0629	-0,1653
$errRelStd$ (%)	0,4813	1,4330	0,0064	0,5070	1,4330

Si se analizan los resultados mostrados en las Tablas 6.4 y 6.5 se observa que:

- La calidad de los ajustes, en todos los casos, es suficientemente buena para predecir la respuesta, siendo $R^2 > 0,98$.
- No se aprecia una diferencia significativa entre usar el modelo KrLG y el modelo KrCG.

A continuación se muestran algunas de las SR obtenidas con el modelo KrLG y con el modelo KrCG para cada función objetivo y para las restricciones $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y

$S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ cuando la función objetivo es C_{US} . En el eje vertical se representa el valor de la función objetivo y en los ejes horizontales los valores de dos variables de diseño, optimando para el resto de variables los valores medios de XG.

Para representar las SR se han utilizado 2500 puntos (50 por eje horizontal). Adicionalmente se muestran los puntos XG_V y XG_{PV} .

Entre las posibles combinaciones de las variables de diseño para ocupar los ejes horizontales se han elegido p_x-d y p_x-t_p , ya que es donde se pueden ver mayores diferencias de los valores de la función objetivo.

En la Figura 6.12 se muestra la SR obtenida con el modelo KrLG: en el eje vertical se representa el valor de la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,d}$ y en los ejes horizontales los valores de las variables de diseño p_x y d , y en la Figura 6.13 se muestra la SR obtenida con el modelo KrCG. En la Figura 6.14 se muestra la SR obtenida con el modelo KrLG para las variables de diseño p_x y t_p , y en la Figura 6.15 se muestra la SR obtenida con el modelo KrCG.

De la misma forma, en las Figuras 6.16 a 6.19 se muestran las SR obtenidas para la función objetivo $-S_{j,ini}$, en las Figuras 6.20 a 6.23 para la función objetivo C_{US} , en las Figuras 6.24 a 6.27 para la restricción $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y en las Figuras 6.28 a 6.31 para la restricción $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$.

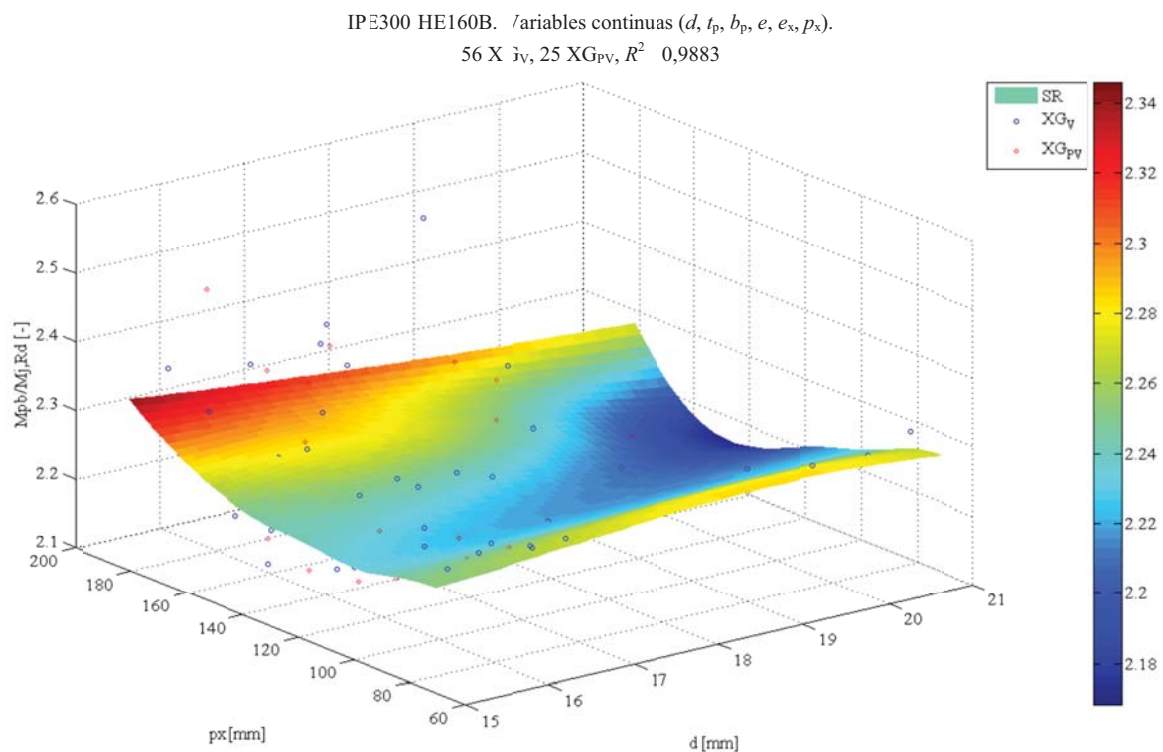


Figura 6.12. SR con el modelo KrLG: función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,d}$ y variables de diseño p_x-d .

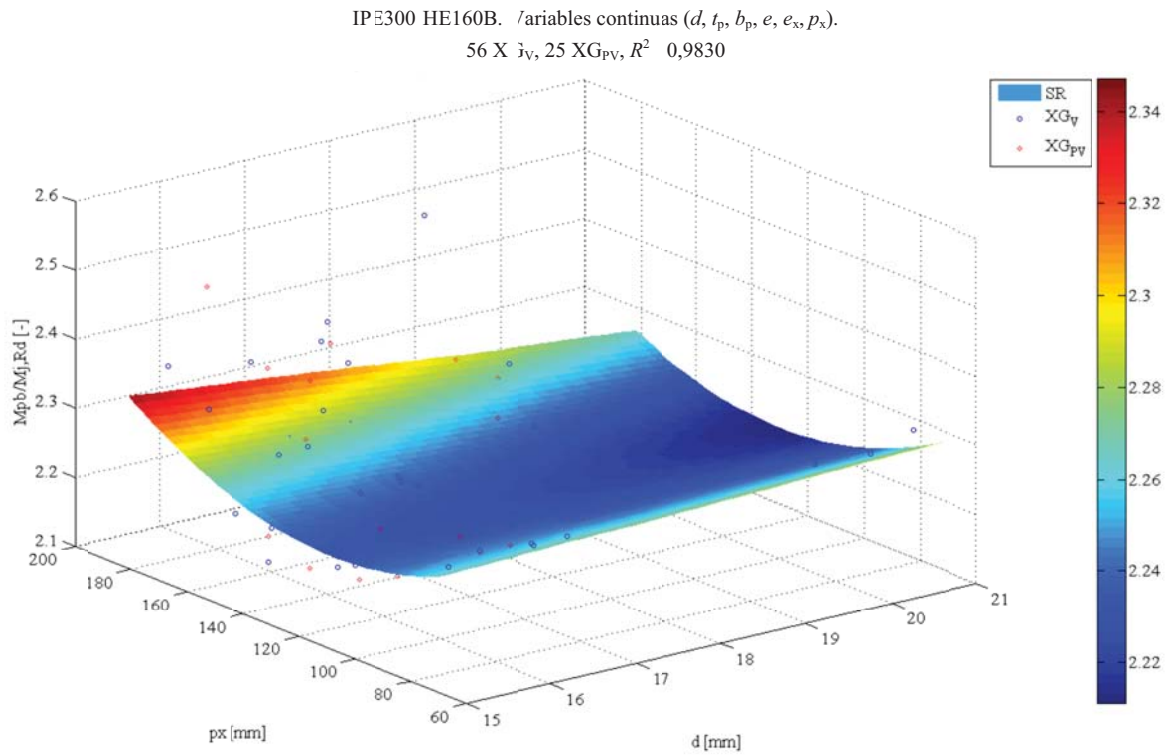


Figura 6.13. SR con el modelo KrCG: función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$ y variables de diseño p_x-d .

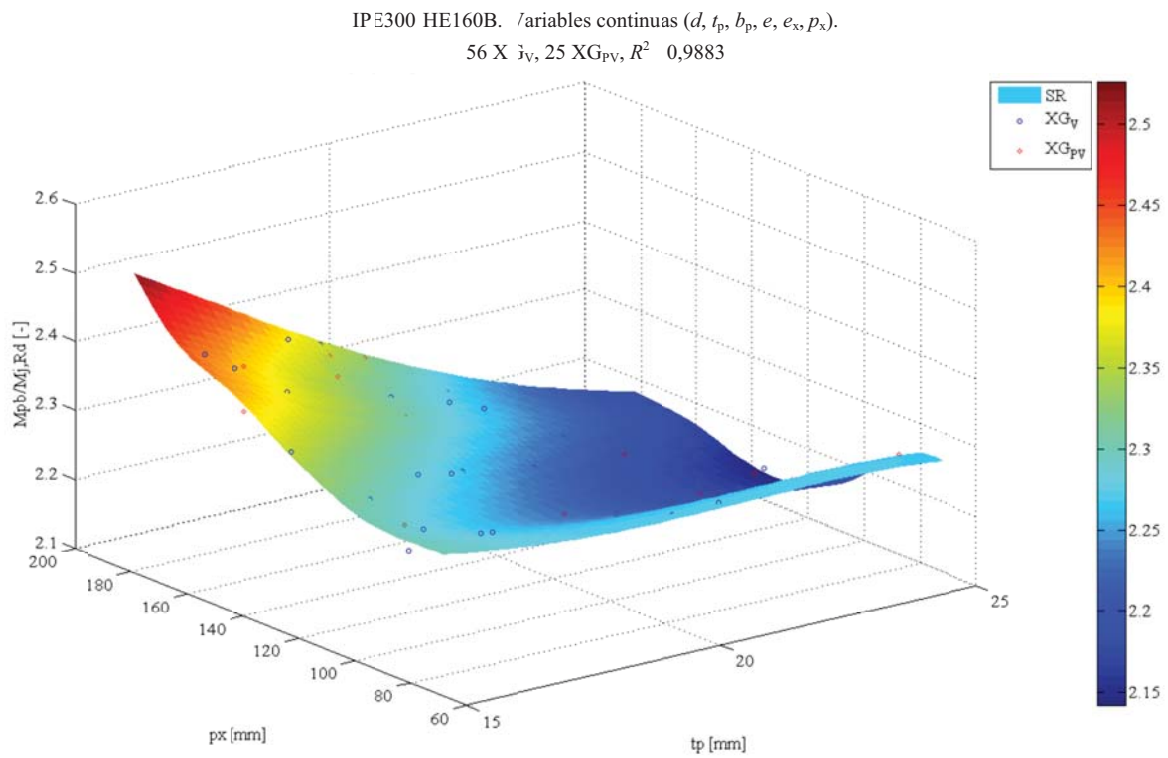


Figura 6.14. SR con el modelo KrLG: función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$ y variables de diseño p_x-t_p .

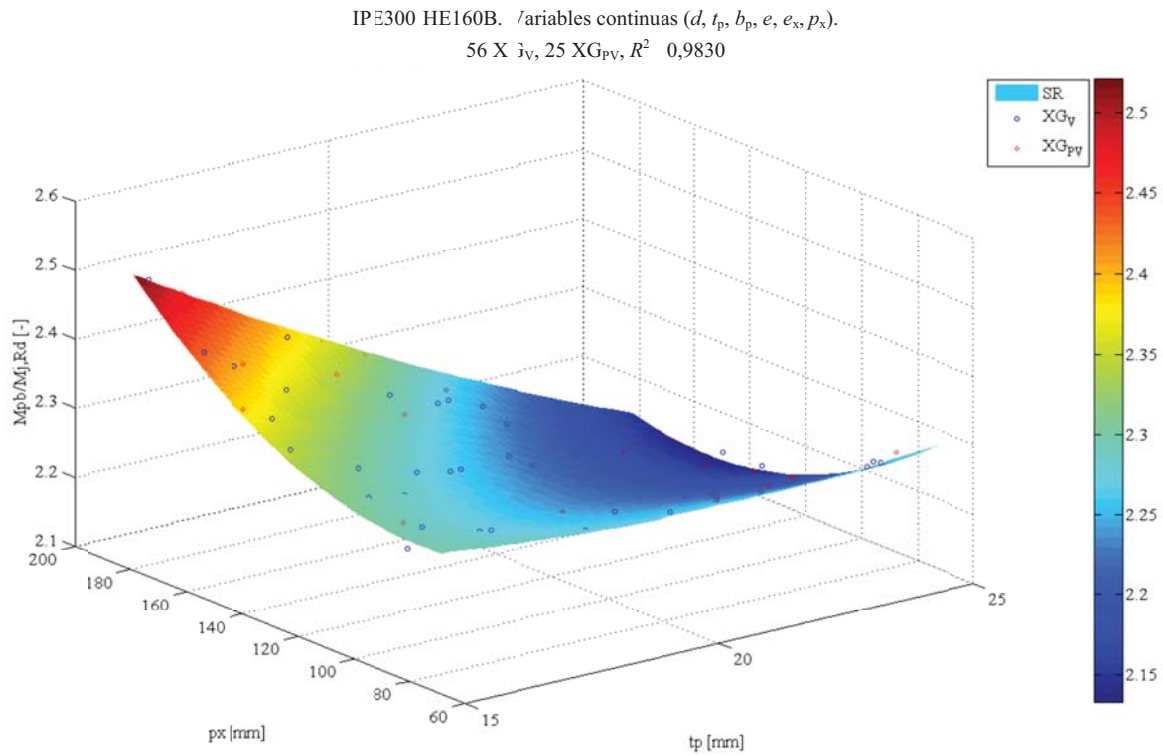


Figura 6.15. SR con el modelo KrCG: función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$ y variables de diseño p_x-t_p .

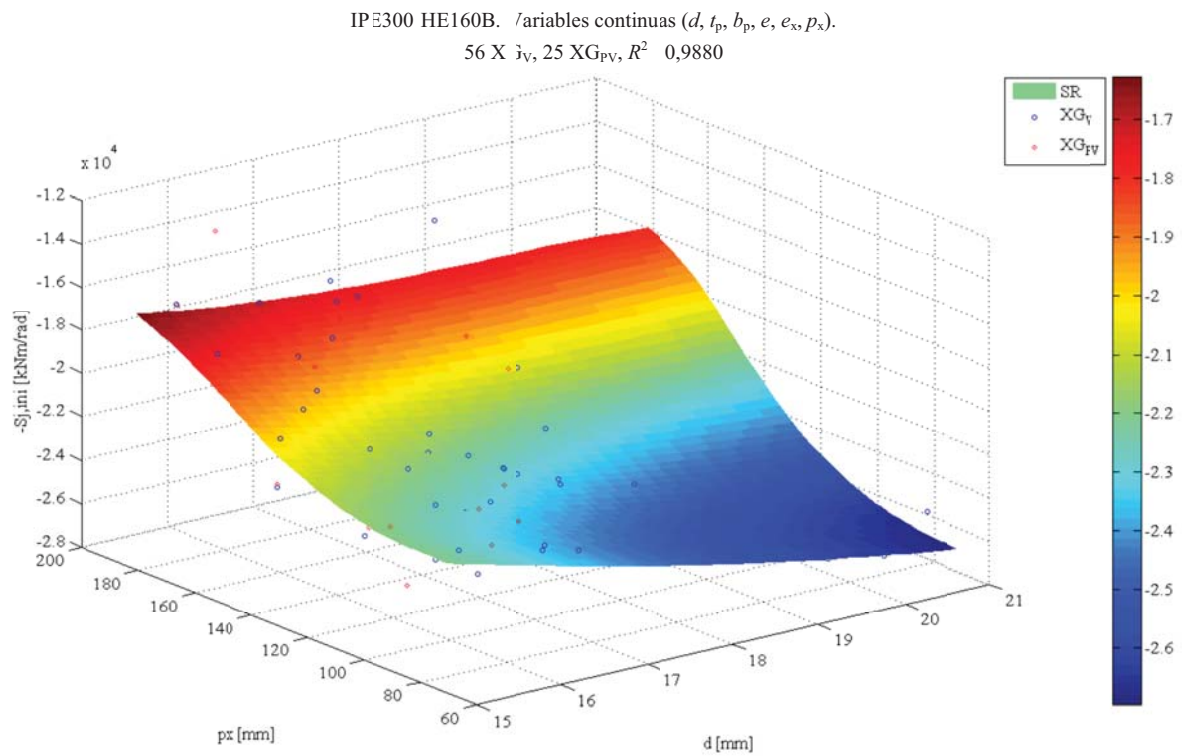


Figura 6.16. SR con el modelo KrLG: función objetivo $-S_{j,ini}$ y variables de diseño p_x-d .

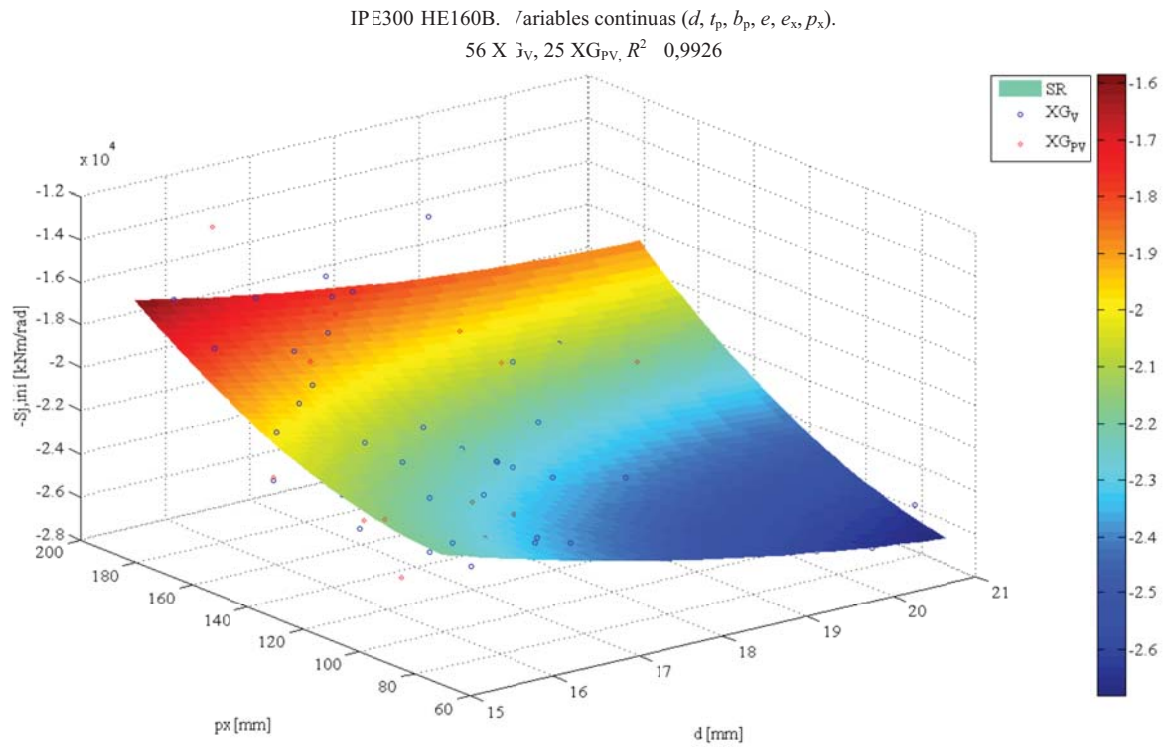


Figura 6.17. SR con el modelo KrCG: función objetivo $-S_{j,ini}$ y variables de diseño p_x-d .

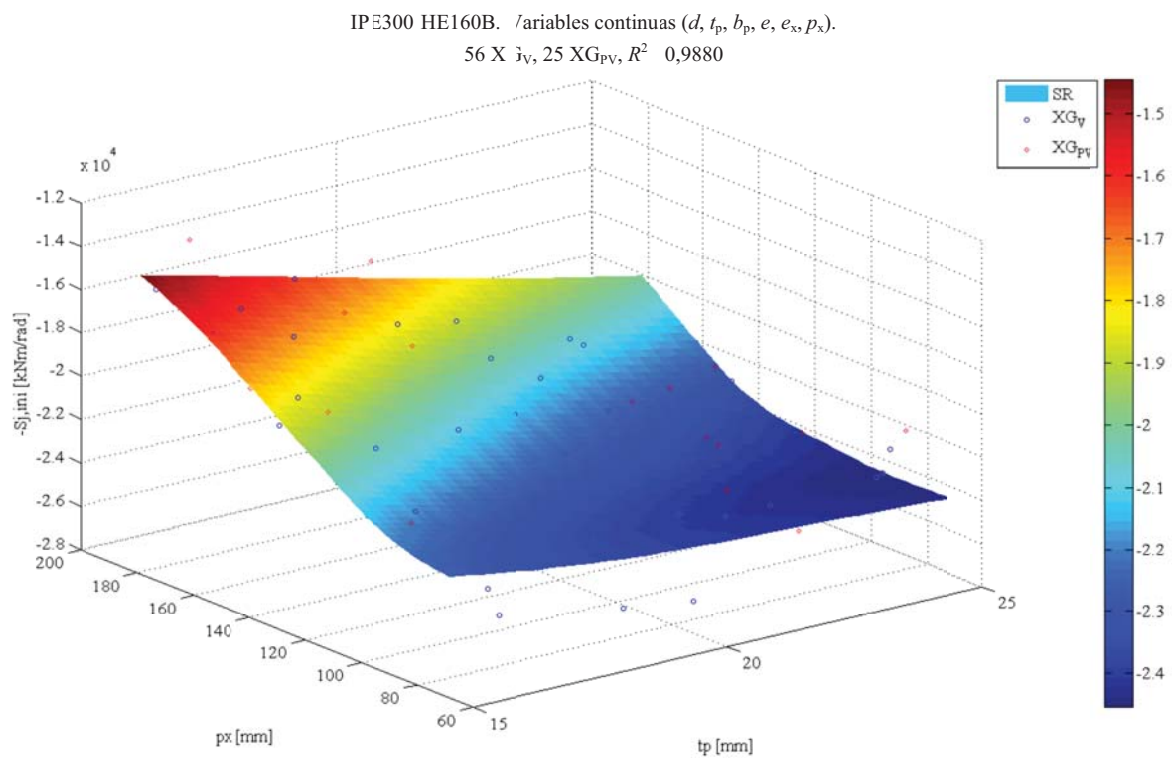


Figura 6.18. SR con el modelo KrLG: función objetivo $-S_{j,ini}$ y variables de diseño p_x-t_p .

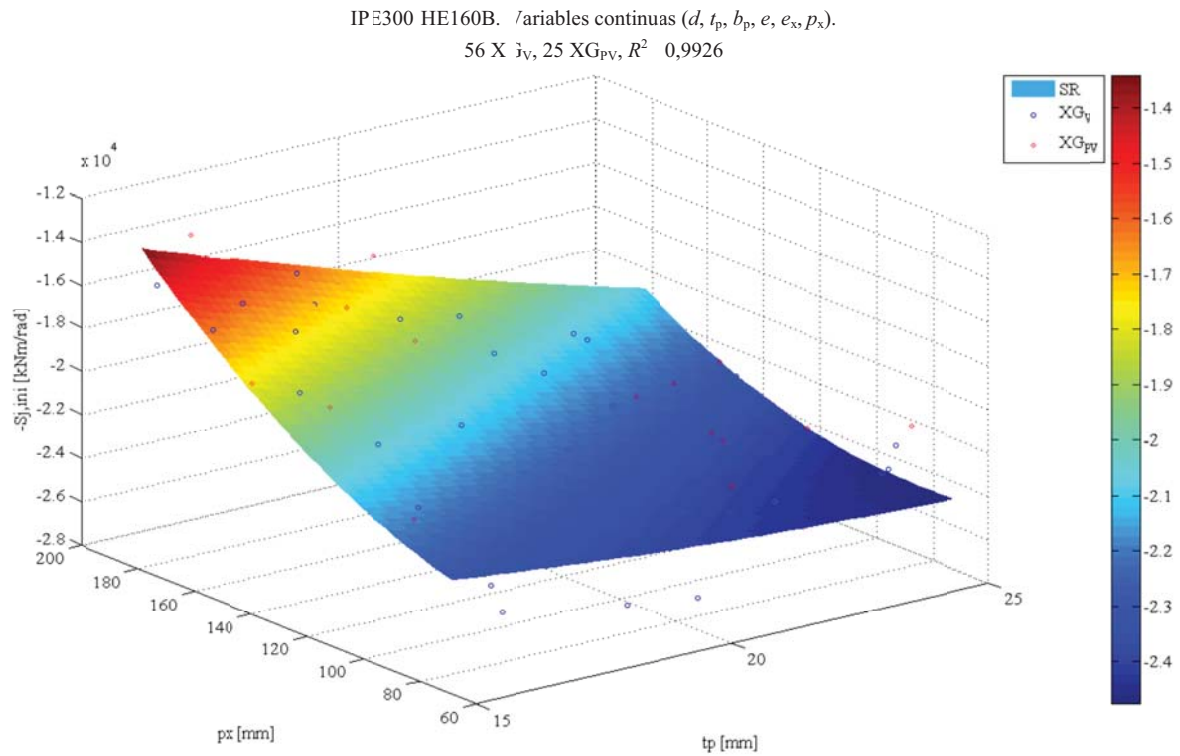


Figura 6.19. SR con el modelo KrCG: función objetivo $-S_{j,ini}$ y variables de diseño p_x-t_p .

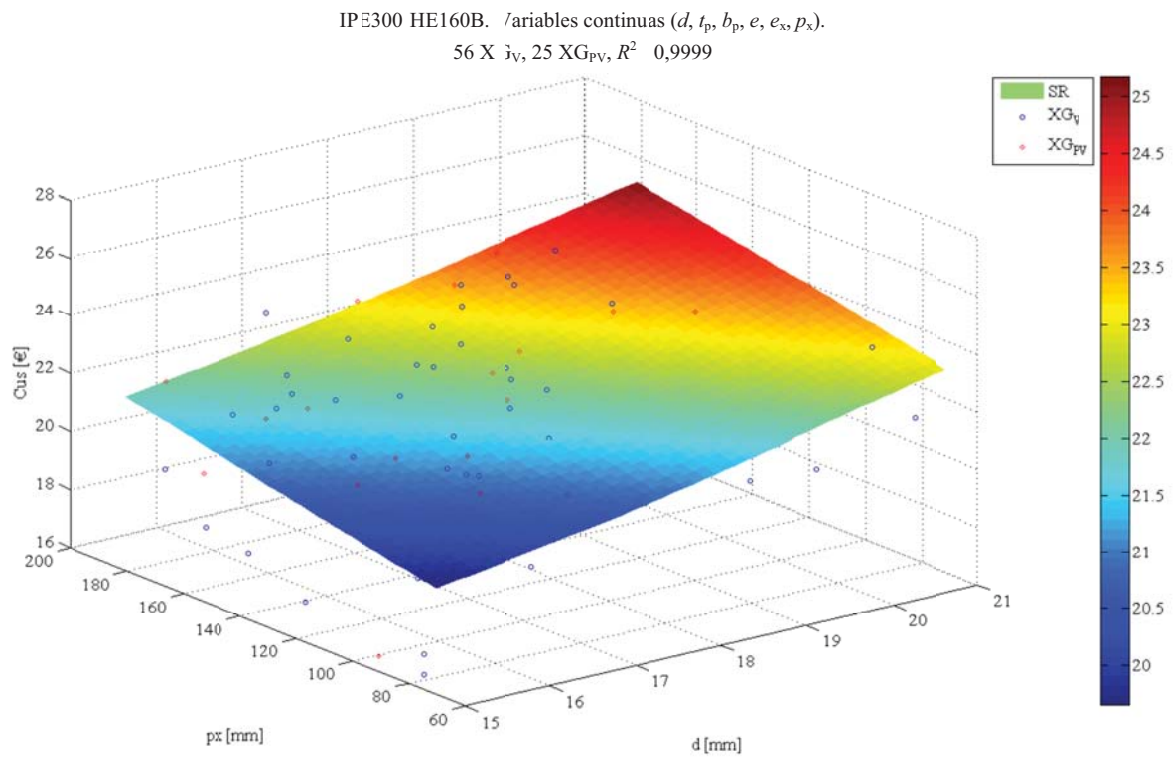


Figura 6.20. SR con el modelo KrLG: función objetivo C_{us} y variables de diseño p_x-t_p .

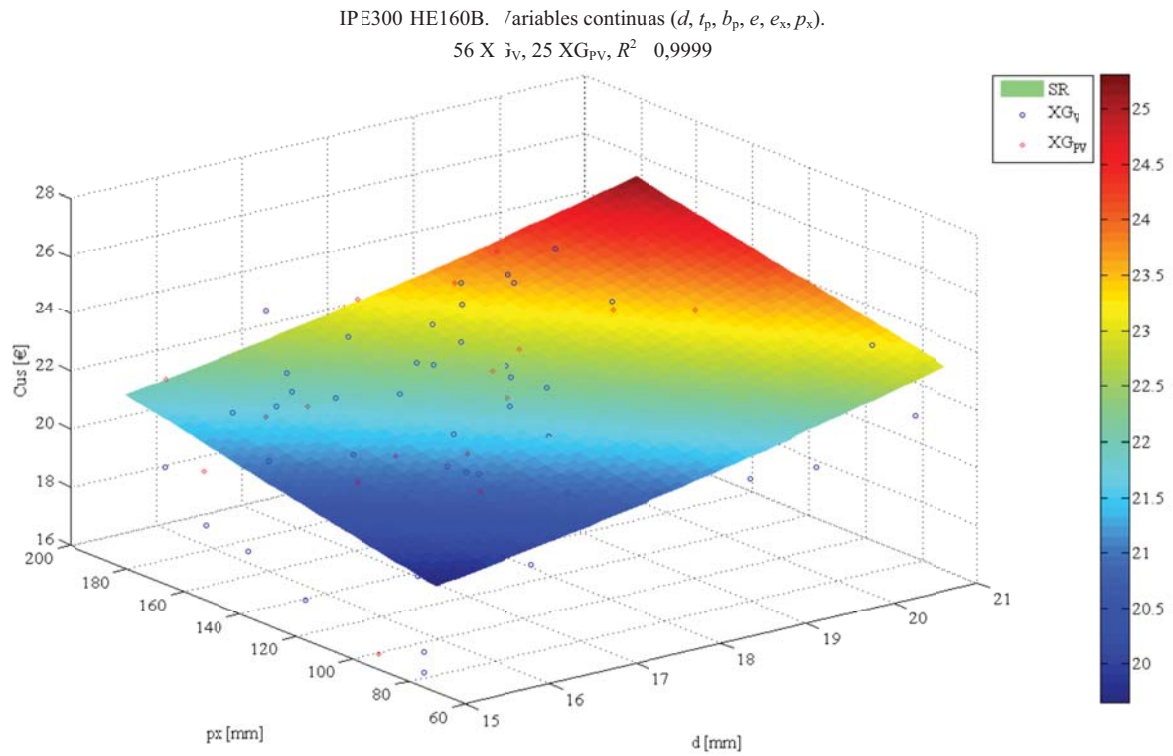


Figura 6.21. SR con el modelo KrCG: función objetivo C_{us} y variables de diseño p_x - d .

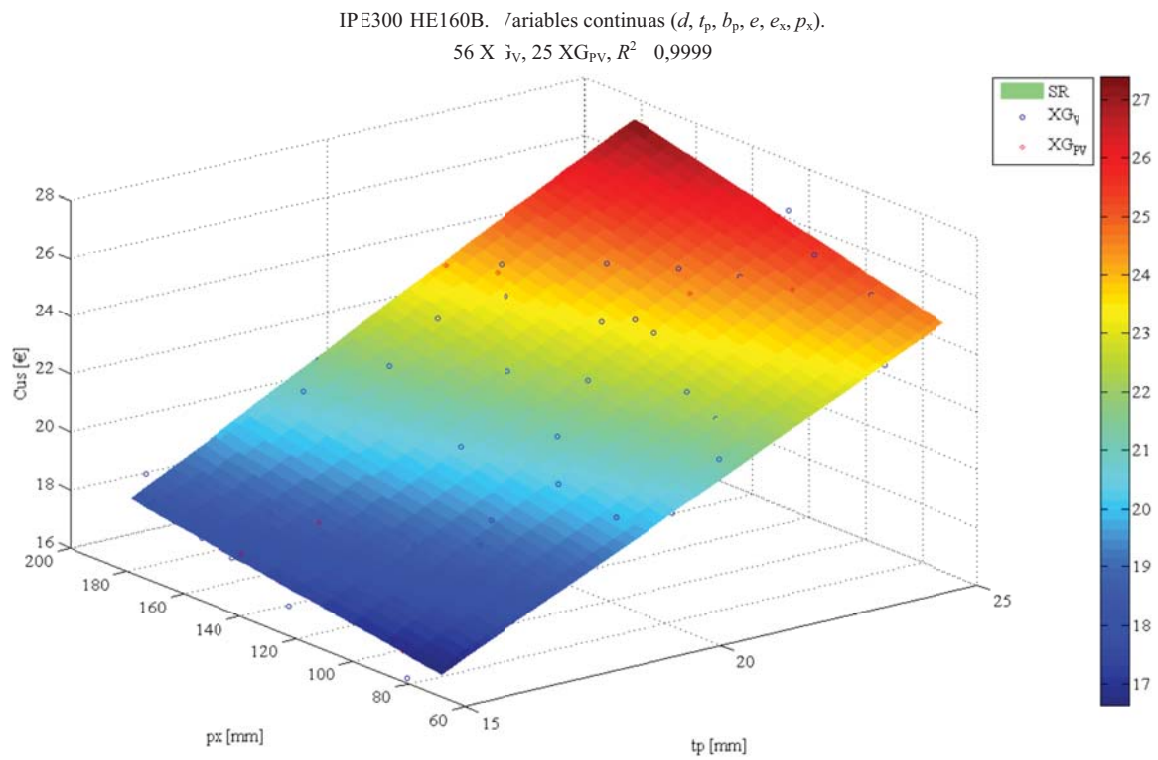


Figura 6.22. SR con el modelo KrLG: función objetivo C_{us} y variables de diseño p_x - t_p .

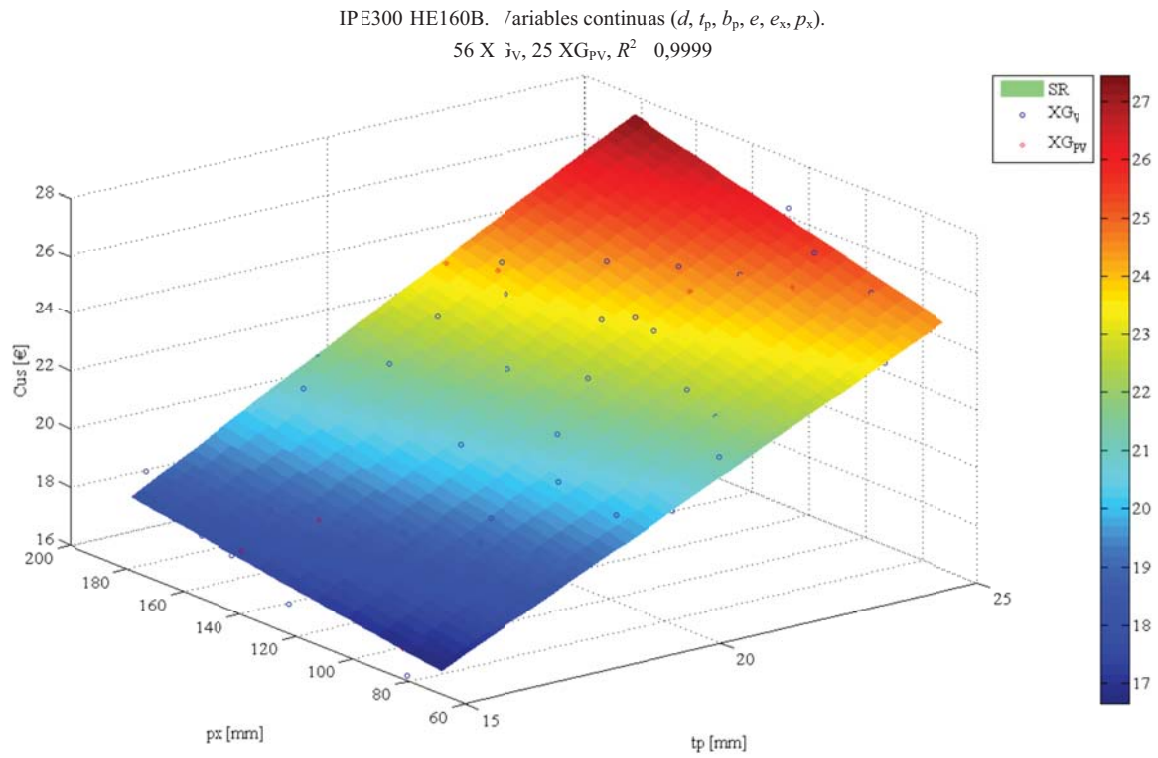


Figura 6.23. SR con el modelo KrCG: función objetivo C_{US} y variables de diseño p_x - t_p .

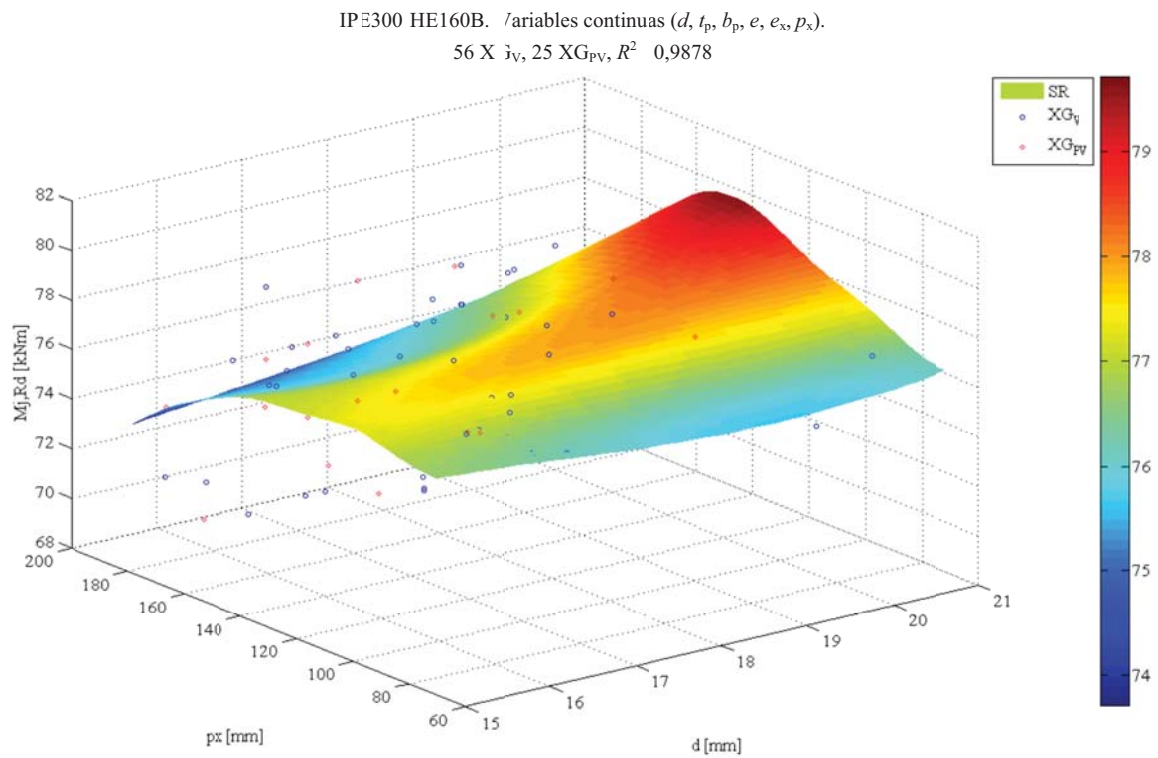


Figura 6.24. SR con el modelo KrLG: restricción $I_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x - d .

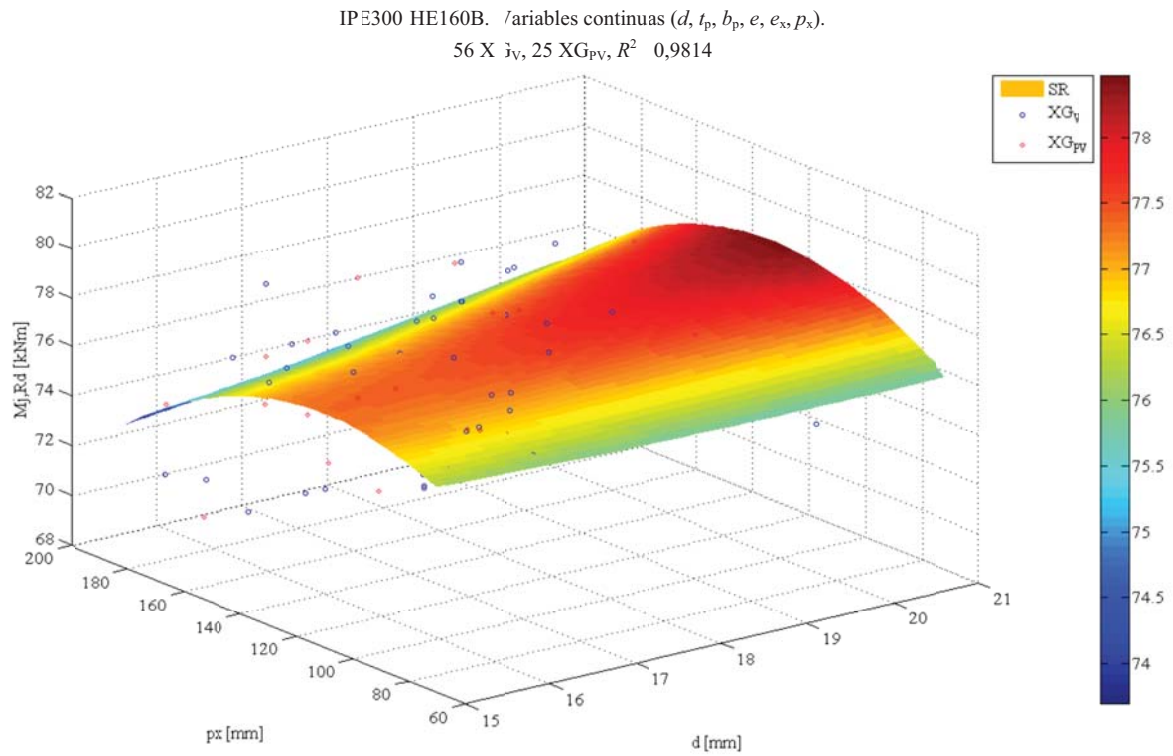


Figura 6.25. SR con el modelo KrCG: restricción $t_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x-d .

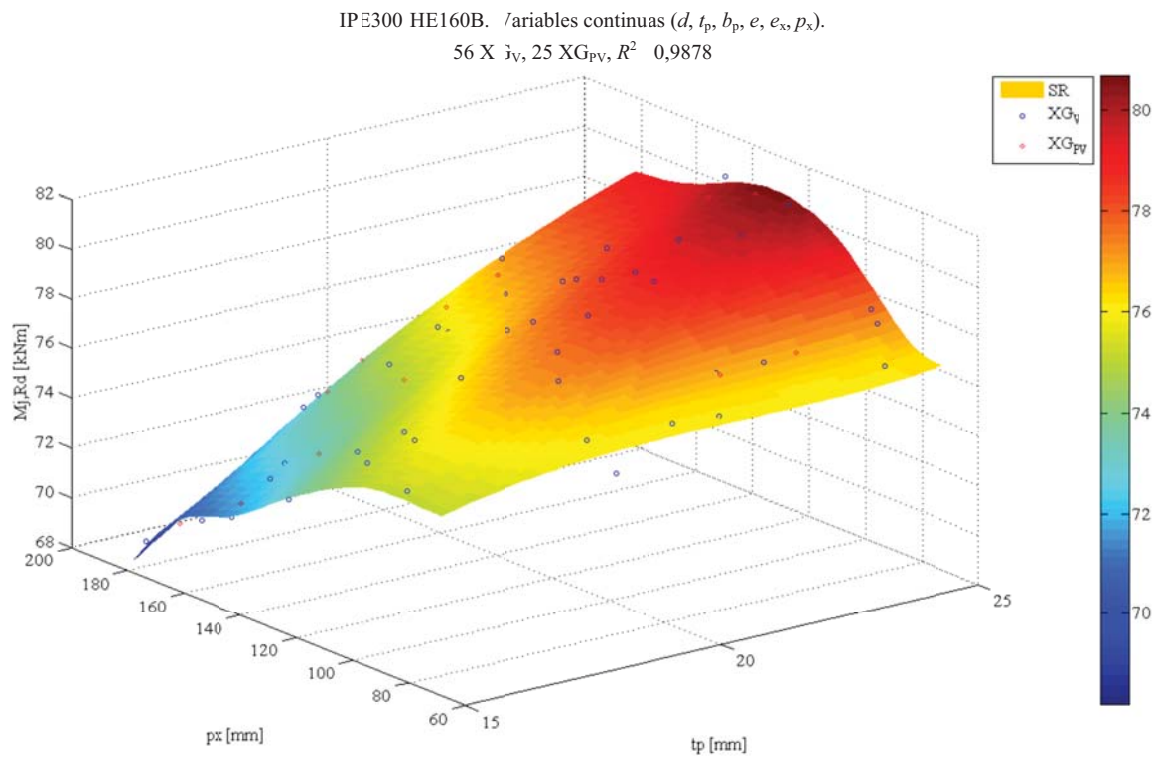


Figura 6.26. SR con el modelo KrLG: restricción $t_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x-t_p .

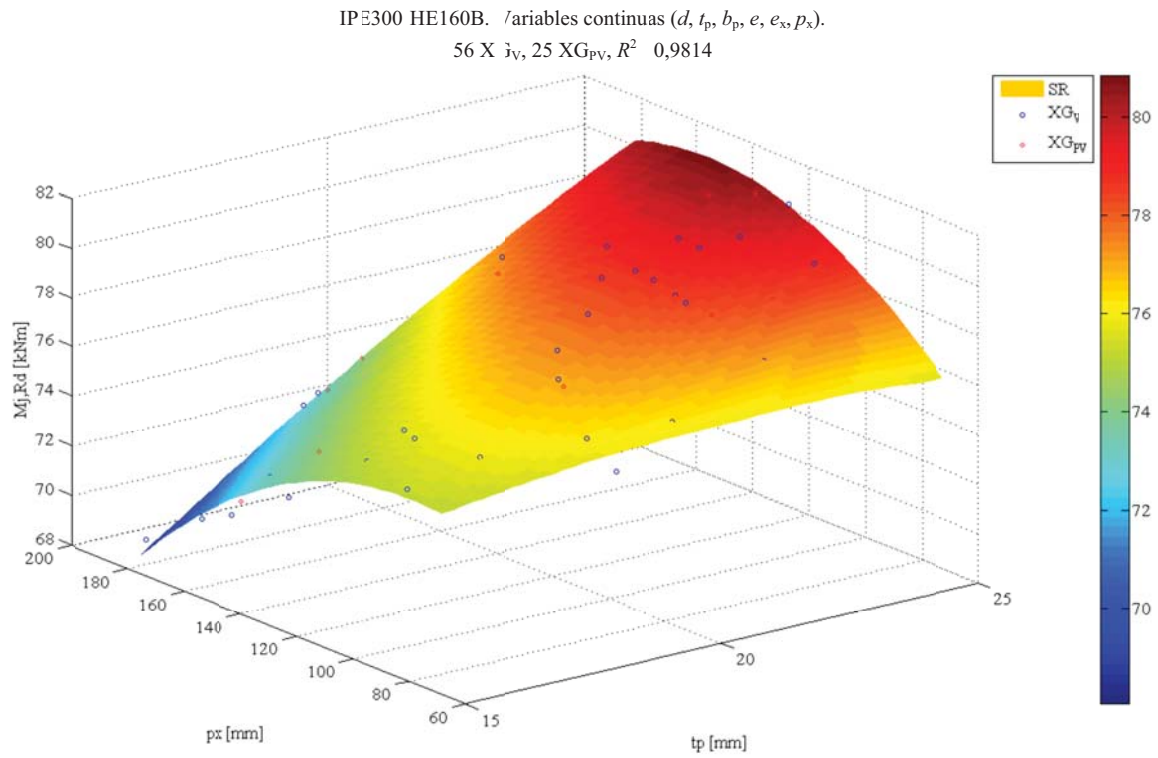


Figura 6.27. SR con el modelo KrCG: restricción $t_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x - t_p .

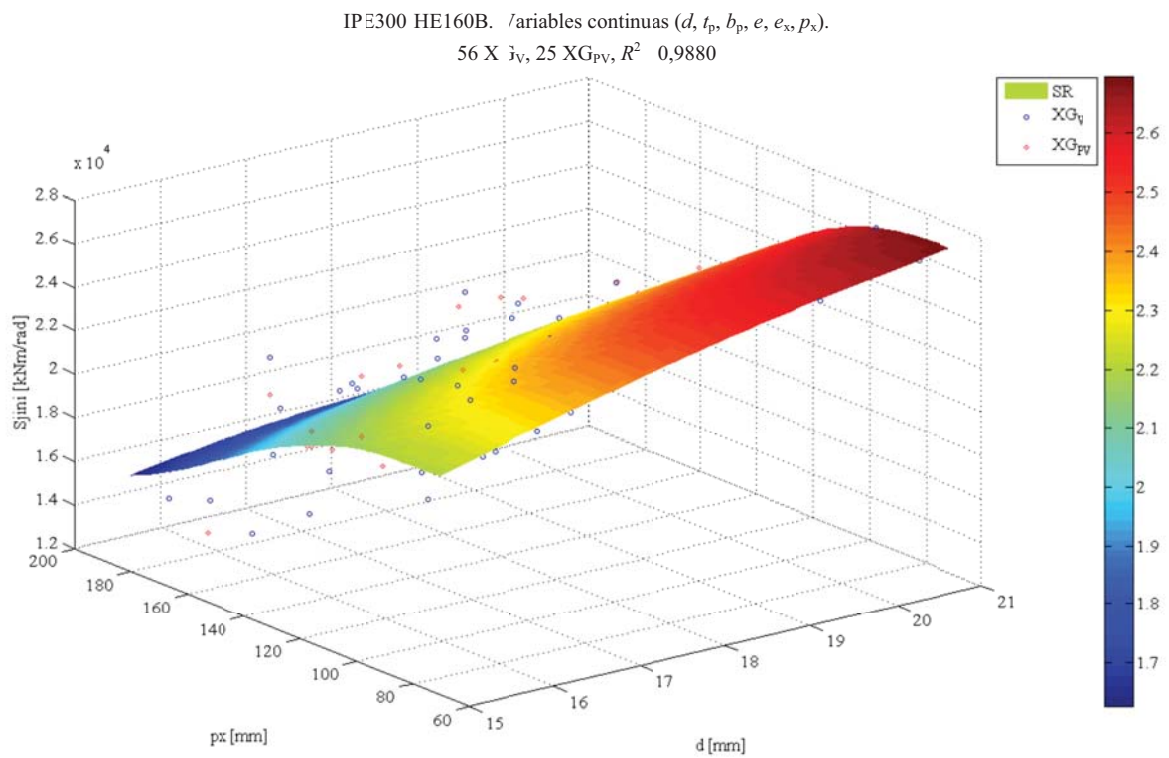


Figura 6.28. SR con el modelo KrLG: restricción $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x - d .

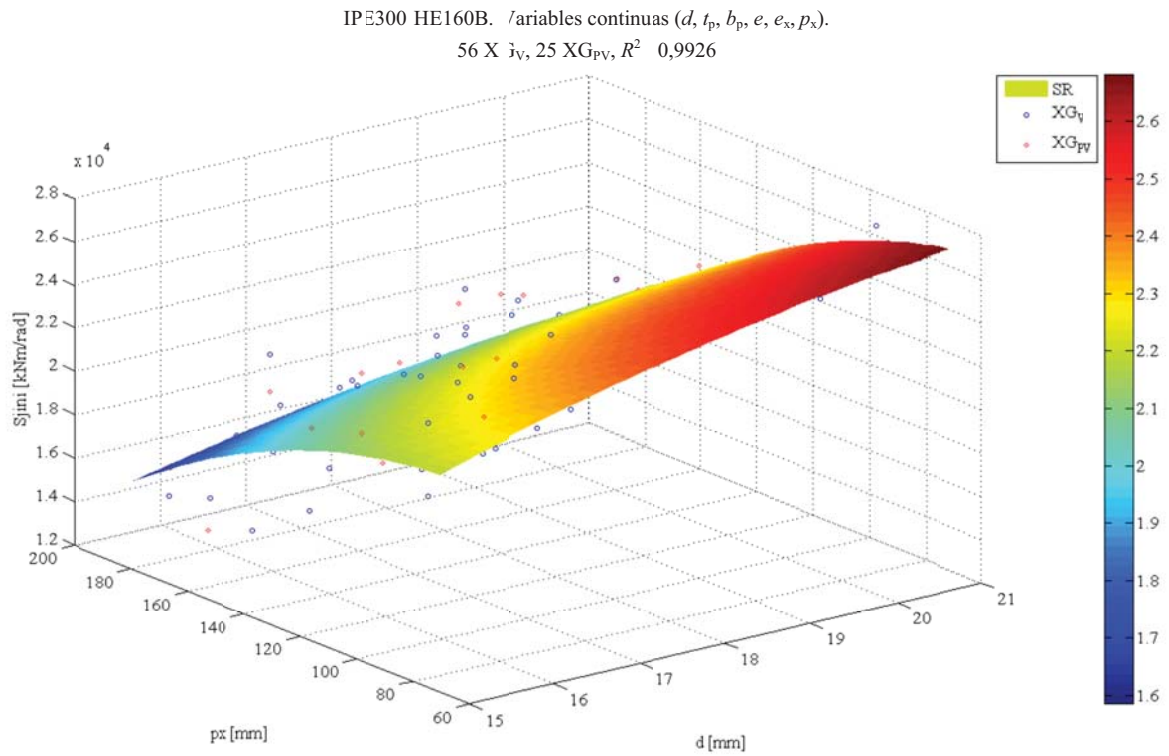


Figura 6.29. SR con el modelo KrCG: restricción $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ variables de diseño p_x-d .

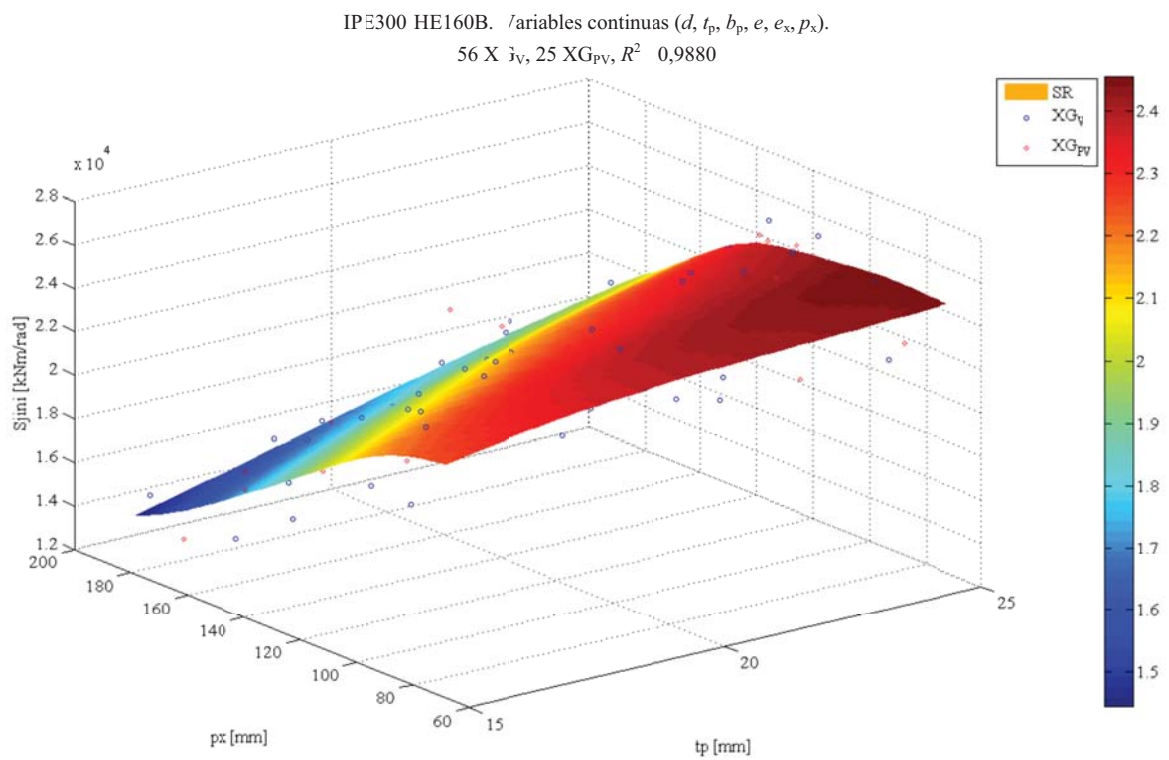


Figura 6.30. SR con el modelo KrLG: restricción $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ variables de diseño p_x-t_p .

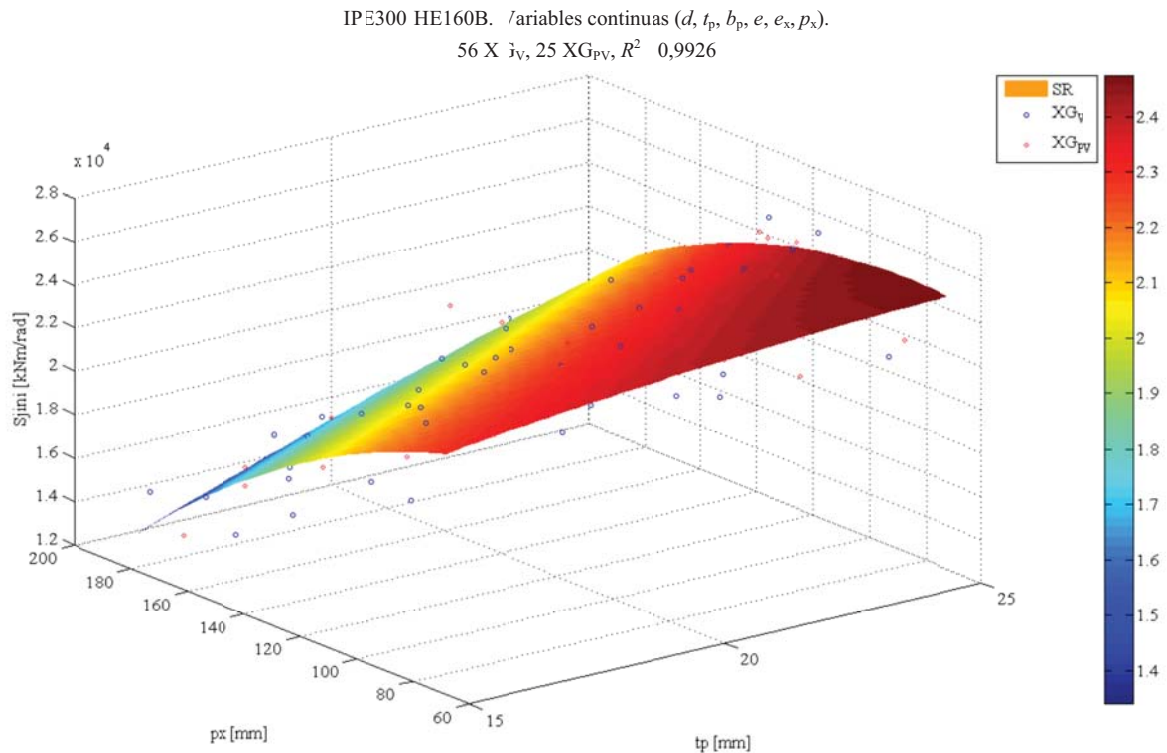


Figura 6.31. SR con el modelo KrCG: restricción $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ y variables de diseño p_x-t_p .

Una vez analizadas la calidad del ajuste y las SR obtenidas con los modelos KrLG y KrCG se puede concluir, para este ejemplo, que:

- La calidad del ajuste del modelo Kriging depende de la función que se quiere aproximar.
- Todos los modelos Kriging obtenidos son suficientemente buenos para predecir la respuesta, con valores de R^2 superiores a 0,98.
- La diferencia entre usar el modelo KrLG y el modelo KrCG es mínima. Las SR obtenidas con el modelo KrLG no presentan diferencias significativas con respecto a las SR obtenidas con el modelo KrCG.

Estos resultados permiten continuar con la integración del modelo Kriging en el proceso del diseño óptimo de uniones viga-columna con variables continuas, reduciendo con ello el coste computacional de la optimización de forma considerable.

6.2.4 Optimización

Para obtener el diseño óptimo de la unión se han utilizado los modelos KrLG y KrCG y los algoritmos de optimización RQP y GA. Por lo que, se obtienen 4 diseños óptimos para cada función objetivo.

Los parámetros usados para obtener el diseño óptimo con RQP utilizando la función de Matlab `fmincon` se muestran en la Tabla 6.6, y los parámetros usados con GA utilizando la función de Matlab `ga` en la Tabla 6.7.

Tabla 6.6. Parámetros para el diseño óptimo con RQP

Número de repeticiones del algoritmo:	12
Puntos iniciales:	Mediante Hipercubo Latino
Número máximo de iteraciones:	90
Número máximo de evaluaciones de la función objetivo:	630
Tolerancia función objetivo:	10^{-6}
Tolerancia variables de diseño:	10^{-6}
Tolerancia restricciones:	10^{-3}
Algoritmo de optimización :	Programación secuencial cuadrática

Tabla 6.7. Parámetros para el diseño óptimo con GA

Número de repeticiones del algoritmo:	4
Codificación:	Real
Tamaño de población:	24
Población inicial:	Factible
Escalado de la función de aptitud:	Por rango
Selección:	Estocástica uniforme
Elitismo:	2
Cruce:	Uniforme
Probabilidad de cruce:	80%
Mutación:	Adaptativa factible
Migración:	Hacia delante
Fracción de migración:	20%
Intervalo de migración:	20
Penalización inicial:	10
Factor de penalización:	100
Número máximo de generaciones:	60
Tolerancia función objetivo:	10^{-6}
Tolerancia variables de diseño:	10^{-6}
Tolerancia restricciones:	10^{-3}

6.2.4.1 Resultados de la optimización

En la Tabla 6.8 se muestran los valores de las funciones objetivo y de las variables de diseño obtenidos en el diseño óptimo usando el algoritmo RQP y el modelo KrLG, y en la Tabla 6.9 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

En la Tabla 6.10 se muestran los valores de las funciones objetivo y de las variables de diseño obtenidos en el diseño óptimo utilizando el algoritmo GA y el modelo KrLG, y en la Tabla 6.11 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

Tabla 6.8. Diseño óptimo con RQP y KrLG

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)
Función objetivo	2,0617	-29817,53	15,1393
d (mm)	20,9796	20,9796	15,0204
t_p (mm)	24,9235	24,9235	15,1276
b_p (mm)	159,9235	150,1786	150,1786
e (mm)	27,5755	29,9755	29,9755
e_x (mm)	29,8286	29,8286	20,7184
p_x (mm)	150,0924	80,7000	70,8929
Tiempo (seg)	21	4	6

Tabla 6.9. Diseño óptimo con RQP y KrCG

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)
Función objetivo	2,0731	-29221,92	15,2872
d (mm)	20,9796	20,9796	15,0204
t_p (mm)	24,9235	24,9235	15,1276
b_p (mm)	159,9235	150,1786	150,1786
e (mm)	27,5755	29,9756	25,8551
e_x (mm)	28,9713	27,5756	20,7184
p_x (mm)	170,77057	80,7000	70,8929
Tiempo (seg)	13	12	10

Tabla 6.10. Diseño óptimo con GA y KrLG

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)
Función objetivo	2,0646	-29607,54	15,1396
d (mm)	20,9410	20,9643	15,0204
t_p (mm)	24,7594	24,9172	15,1276
b_p (mm)	159,7995	150,1959	150,1786
e (mm)	27,7139	29,9501	29,9740
e_x (mm)	29,7598	29,6608	20,7184
p_x (mm)	150,9864	95,2659	70,8928
Tiempo (seg)	38	30	15

Tabla 6.11. Diseño óptimo con GA y KrCG

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	$-S_{j,ini}$ (kNm / rad)	C_{US} (€)
Función objetivo	2,0761	-29122,80	15,2868
d (mm)	20,9218	19,9364	15,0204
t_p (mm)	24,8799	24,6968	15,1276
b_p (mm)	159,9150	150,2845	150,1786
e (mm)	27,4812	29,9537	26,5006
e_x (mm)	29,1057	29,6421	20,7184
p_x (mm)	161,9695	70,8929	70,8929
Tiempo (seg)	42	29	26

En las Figuras 6.32 a 6.37 se representan unos esquemas de los diseños óptimos descritos en las Tablas 6.8 a 6.11. Cada una de las figuras contiene dos esquemas: el esquema situado a la izquierda representa el diseño óptimo obtenido con el algoritmo RQP, y el esquema situado a la derecha representa el diseño óptimo obtenido con el algoritmo GA. Cada uno de los esquemas contiene información sobre:

- los valores de las variables de diseño;
- los valores de las variables geométricas dependientes;
- el valor de la función objetivo obtenida con el modelo Kriging;
- el momento resistente y la rigidez inicial de la unión calculados mediante el MEF y el método de los componentes (MC);
- el modo de rotura de la unión según el MC, y
- el coste real de la unión.

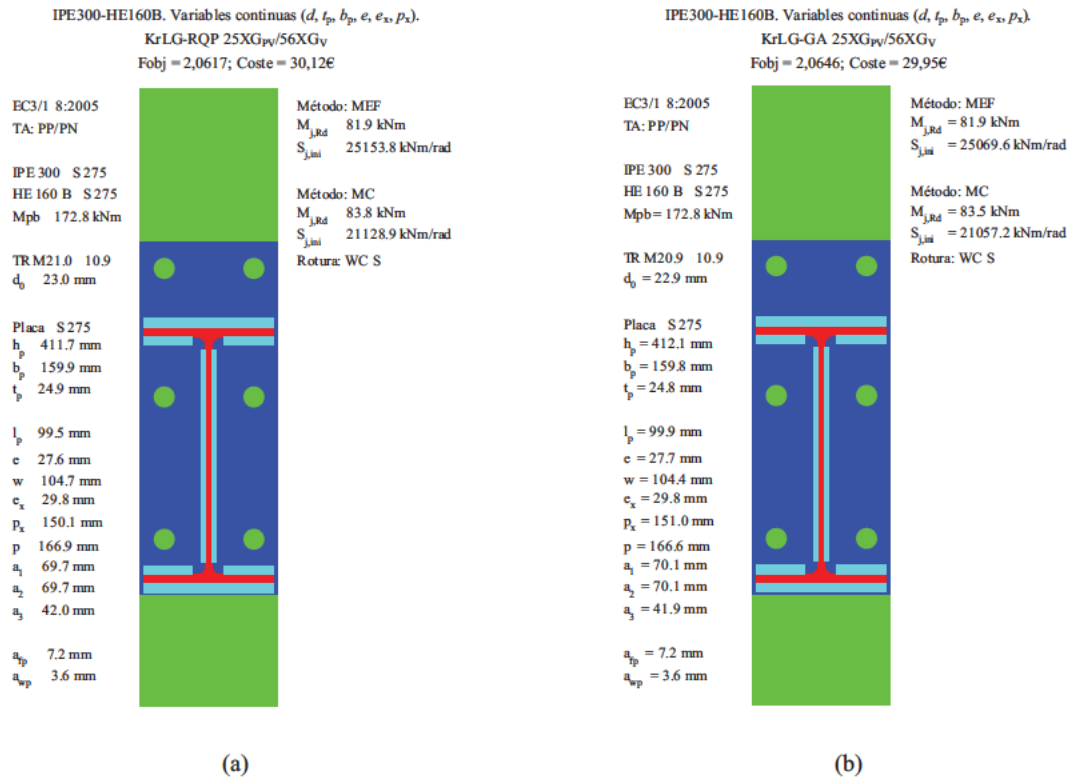


Figura 6.32. Diseños óptimos con el modelo KrLG: (a) con RQP; (b) con GA.

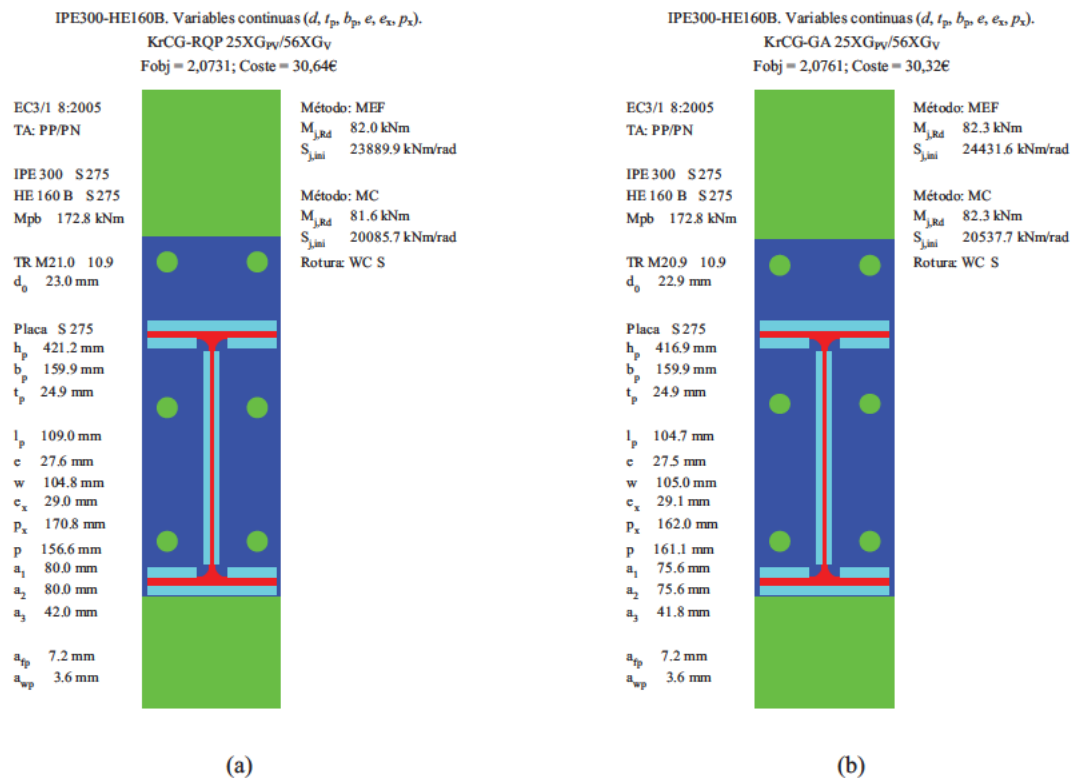
Función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$.

Figura 6.33. Diseños óptimos con el modelo KrCG: (a) con RQP; (b) con GA.

Función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$.

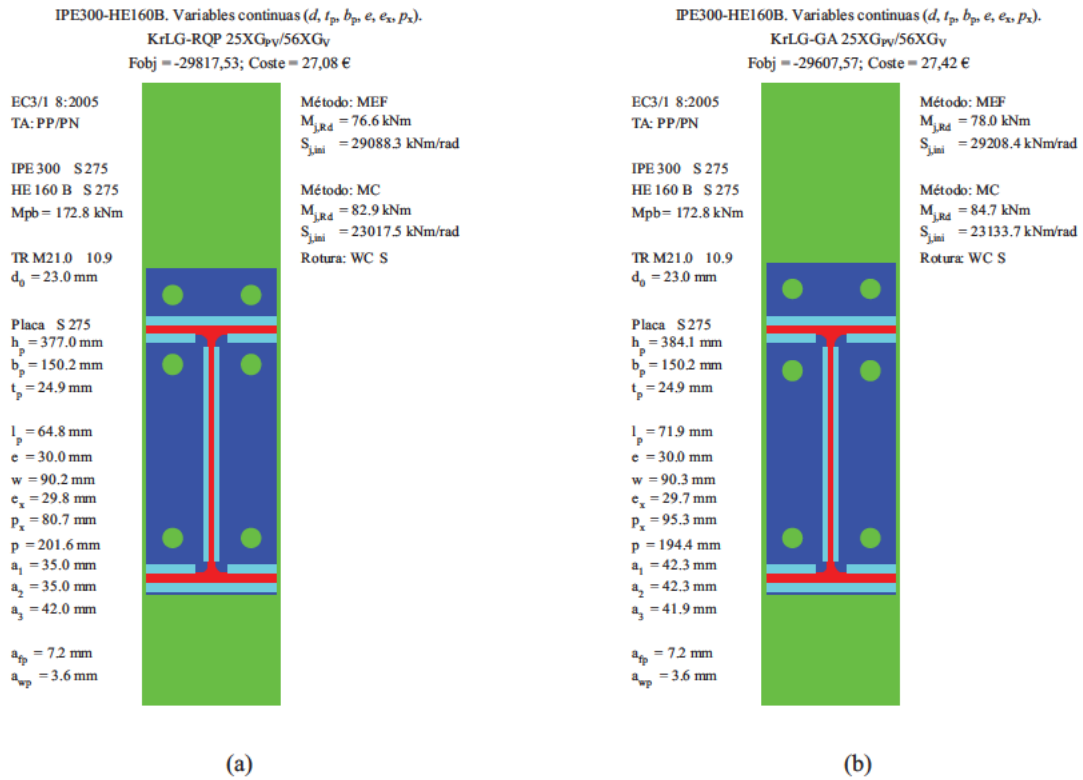


Figura 6.34. Diseños óptimos con el modelo KrLG: (a) con RQP; (b) con GA.
 Función objetivo $-S_{j,ini}$.

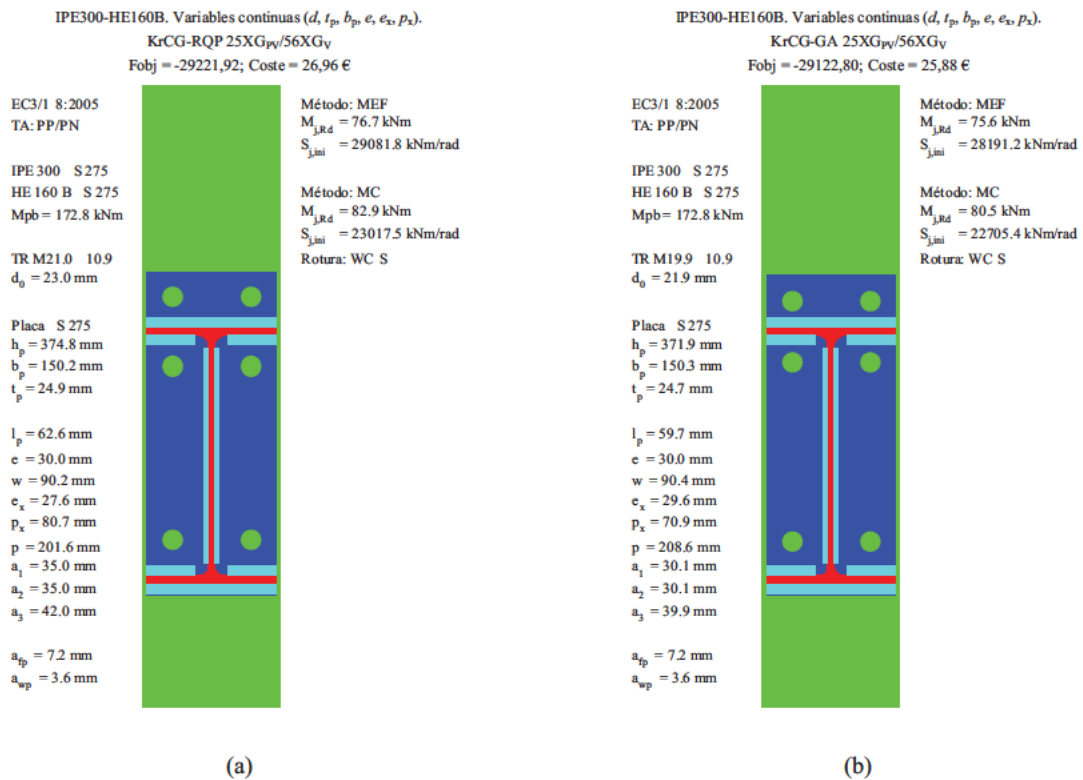


Figura 6.35. Diseños óptimos con el modelo KrCG: (a) con RQP; (b) con GA.
 Función objetivo $-S_{j,ini}$.

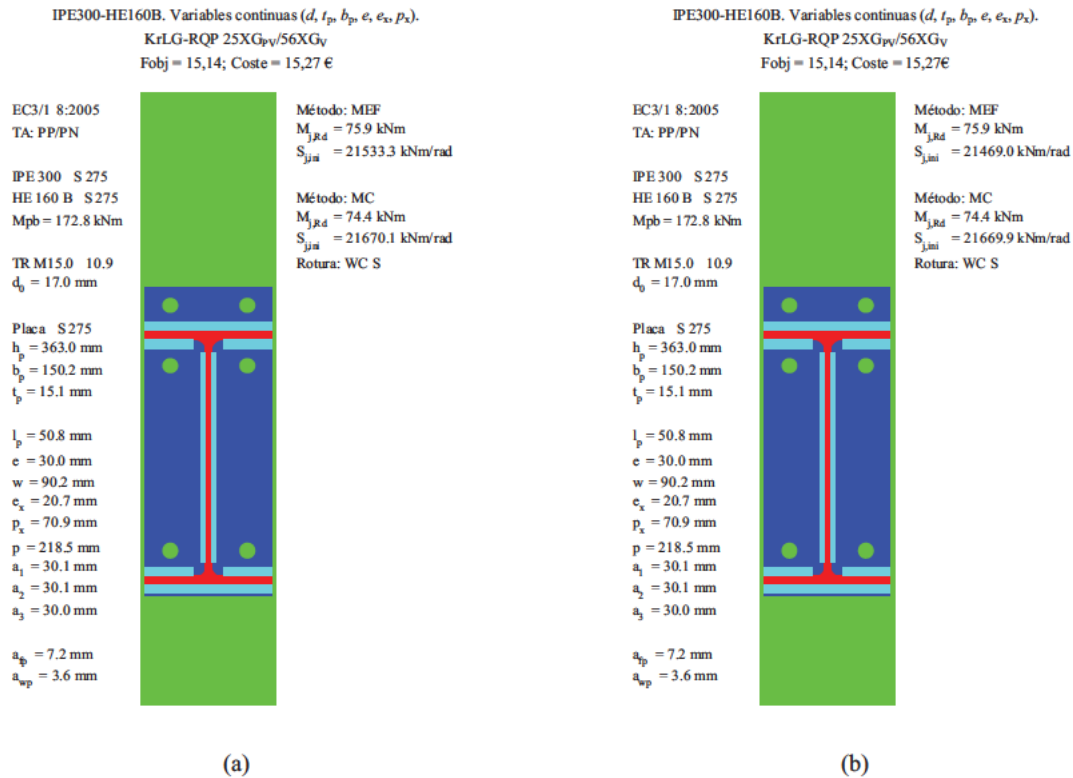


Figura 6.36. Diseños óptimos con el modelo KrLG: (a) con RQP; (b) con GA.
Función objetivo C_{US} .

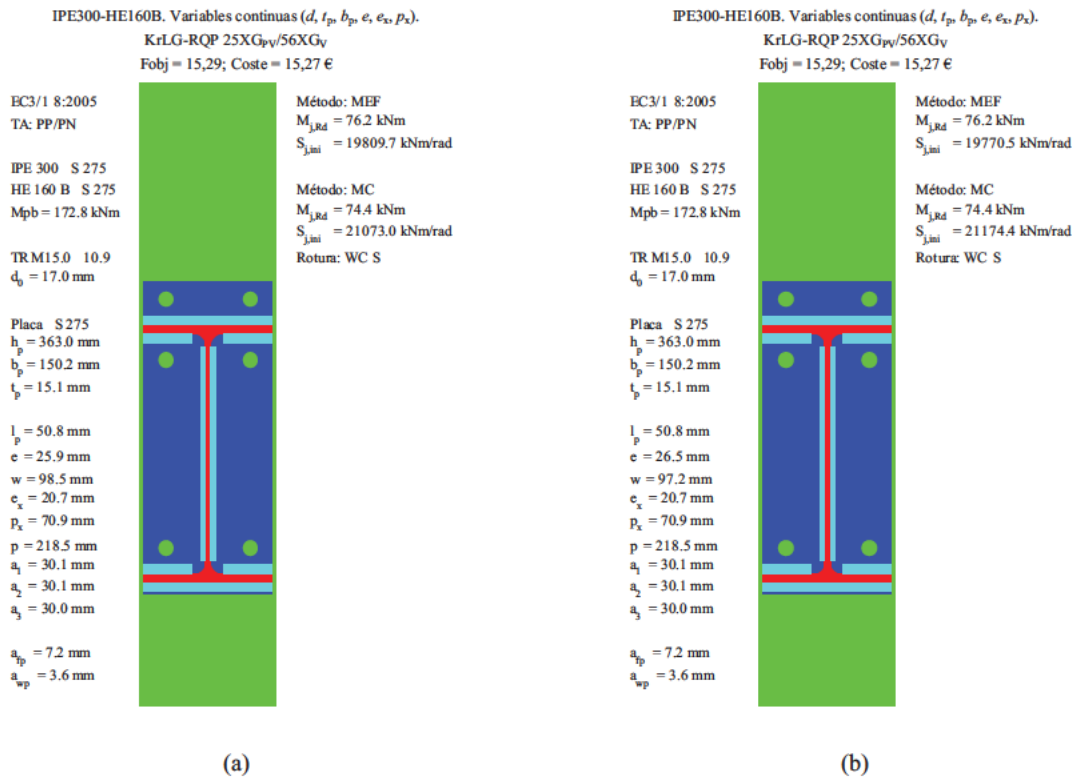


Figura 6.37. Diseños óptimos con el modelo KrCG: (a) con RQP; (b) con GA.
Función objetivo C_{US} .

6.2.4.2 Análisis de los resultados de la optimización

En las Tablas 6.12 a 6.14 se muestran los valores de las funciones objetivo que adoptan en el punto óptimo, obtenidas con el modelo aproximado (Kriging) y con el modelo real (MEF), y los errores relativos.

Tabla 6.12. Valores de la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada}$	2,0617	2,0731	2,0646	2,0761
$F_{obj,real}$	2,1099	2,1073	2,1099	2,0996
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) (\%)$	2,2845	1,6229	2,1470	1,1193

Tabla 6.13. Valores de la función objetivo $-S_{j,ini}$

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada} \text{ (kNm / rad)}$	-29817,53	-29221,92	-29607,57	-29122,80
$F_{obj,real} \text{ (kNm / rad)}$	-29088,30	-29208,40	-29081,80	-28191,20
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) (\%)$	-2,5070	-0,0463	-1,8080	-3,3046

Tabla 6.14. Valores de la función objetivo C_{US}

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada} \text{ (€)}$	15,1393	15,2872	15,1396	15,2868
$F_{obj,real} \text{ (€)}$	15,2739	15,2739	15,2739	15,2739
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) (\%)$	0,8812	-0,0871	0,8793	-0,0845

Analizando las Tablas 6.12 a 6.14 se observa que:

- Si la función objetivo es $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, su valor aproximado, en el peor de los casos, es 2,28% menor que su valor real.
- Si la función objetivo es $-S_{j,ini}$, su valor aproximado, en el peor de los casos, es 3,30% mayor que el real.
- Si la función objetivo es C_{US} , la diferencia entre el valor aproximado y el real depende del modelo Kriging utilizado. Si el modelo Kriging es KrLG, el valor aproximado es menor que el valor real. Sin embargo, si el modelo Kriging es KrCG el valor

aproximado es mayor que el valor real. Pero en todos los casos, la diferencia no es mayor que 0,89%.

- La diferencia entre la función objetivo conseguida con el modelo Kriging KrLG y el modelo KrCG no supera, en todos los casos, el 2%.
- La diferencia entre la función objetivo conseguida con el algoritmo de optimización RQP y el GA no supera, en todos los casos, el 2%.

El análisis de los resultados de los diseños óptimos representados en las Figuras 6.32 a 6.37 permite observar, para este ejemplo, que:

- Si el objetivo es obtener el diseño de mayor momento resistente (minimizar $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$), el valor de la variable p_x obtenido en el óptimo es mucho mayor (casi el doble) que el valor obtenido cuando el objetivo es obtener la unión con mayor rigidez inicial (minimizar $-S_{j,ini}$).
- Si la función objetivo es C_{US} , las variables d , t_p , b_p , e_x , y p_x adoptan sus valores mínimos. Solamente el valor de la variable e cambia, por lo que el coste real de la unión óptima es el mismo para los cuatros casos.
- Para todos los diseños óptimos analizados con el MC, el componente más débil de la unión es el alma de la columna a cortante (WC-S). Por lo que se puede decir que, todos los diseños óptimos tienen capacidad rotacional suficiente.

Según los resultados obtenidos en el óptimo, cuando la función objetivo es C_{US} , la restricción $M_{j,Rd} \geq 75$ kNm es activa y $S_{j,ini} \geq 18000$ kNm/rad no es activa. Se ha planteado un nuevo ejemplo con una limitación superior de la rigidez inicial, $S_{j,ini} \geq 25000$ kNm/rad. Los resultados obtenidos para este ejemplo son los de la Tabla 6.15, donde se puede observar que dichas restricciones son activas.

Tabla 6.15. Diseño óptimo con RQP y GA para la función objetivo C_{US}

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
Función objetivo (€)	16,7147	16,2166	16,8767	16,6916
d (mm)	17,0846	16,2076	17,0408	16,0488
t_p (mm)	15,8119	15,3823	15,9594	16,0651
b_p (mm)	150,1786	150,1786	150,1786	150,1786
e (mm)	29,9755	29,9755	29,8141	29,8893
e_x (mm)	22,9015	28,5005	24,5344	28,8019
p_x (mm)	70,8929	70,8928	70,8929	70,8929
$M_{j,Rd}$ (kNm)	75,00	75,00	75,06	75,23
$S_{j,ini}$ (kNm / rad)	25000,00	25000,00	24994,92	25028,05

6.2.4.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño

Para obtener unos ábacos de diseño a partir de las variables de diseño más representativas, se estudia la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación del valor de cada variable.

La influencia que tiene cada una de las variables de diseño en el óptimo se puede ver en las Figuras 6.38 a 6.49. En estas figuras se muestran dos gráficas: en la gráfica superior se representa la derivada de la función Y (función objetivo aproximada) con respecto a las variables de diseño (X_i), y en la gráfica inferior se normaliza esta función $\left(\frac{dY}{X_i} \frac{X_i}{Y}\right)$, apreciándose de forma más adecuada la influencia de cada variable.

En las Figuras 6.38 a 6.41 se muestran las gráficas correspondientes a la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, utilizando los modelos KrLG y KrCG y los algoritmos de optimización RQP y GA. En las Figuras 6.42 a 6.45 se muestran las mismas gráficas para la función objetivo $-S_{j,ini}$, y en las Figuras 6.46 a 6.49 para la función objetivo C_{US} .

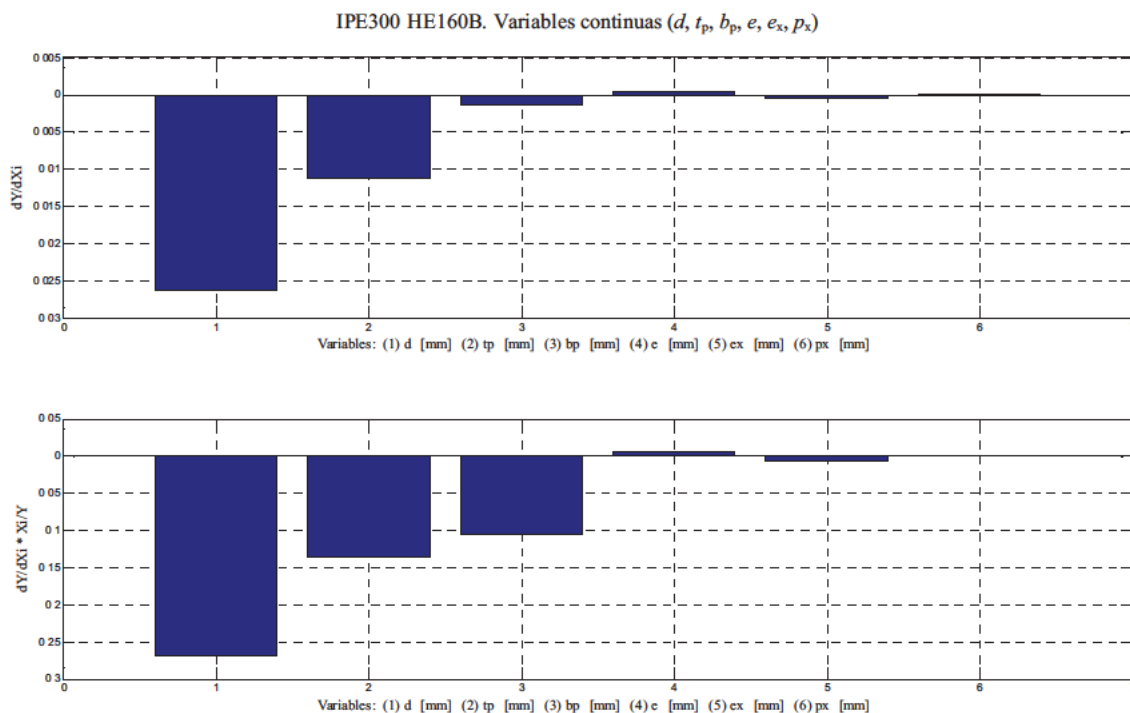


Figura 6.38. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, modelo KrLG y algoritmo RQP.

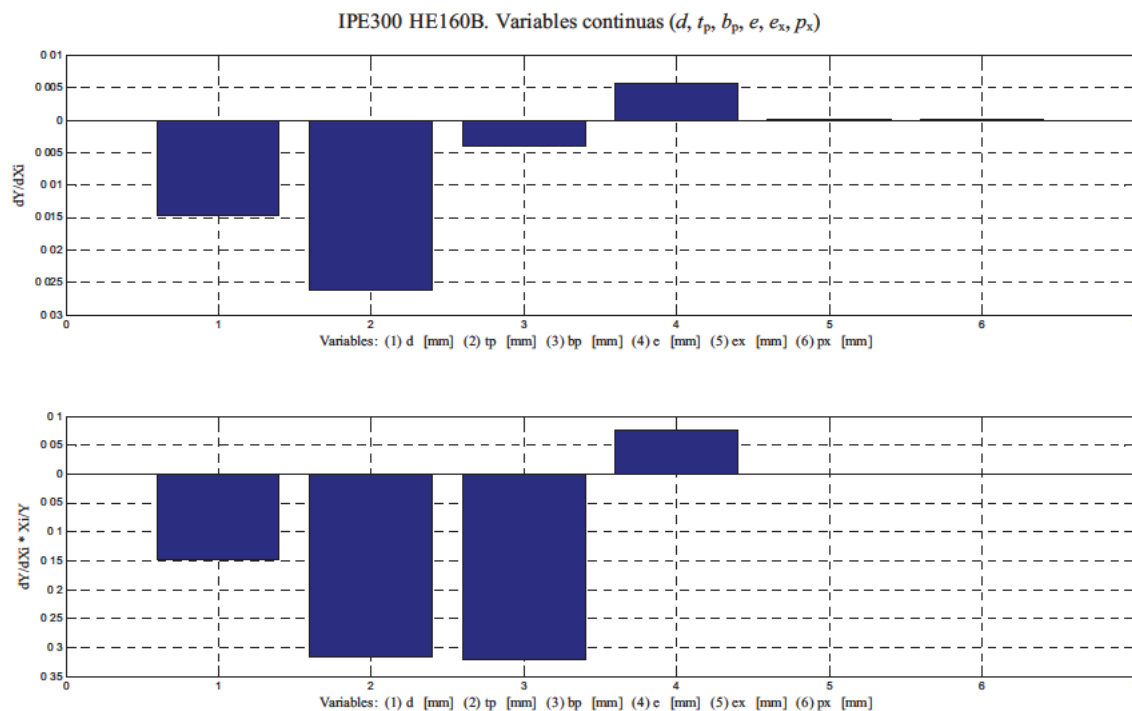


Figura 6.39. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, modelo KrCG y algoritmo RQP.

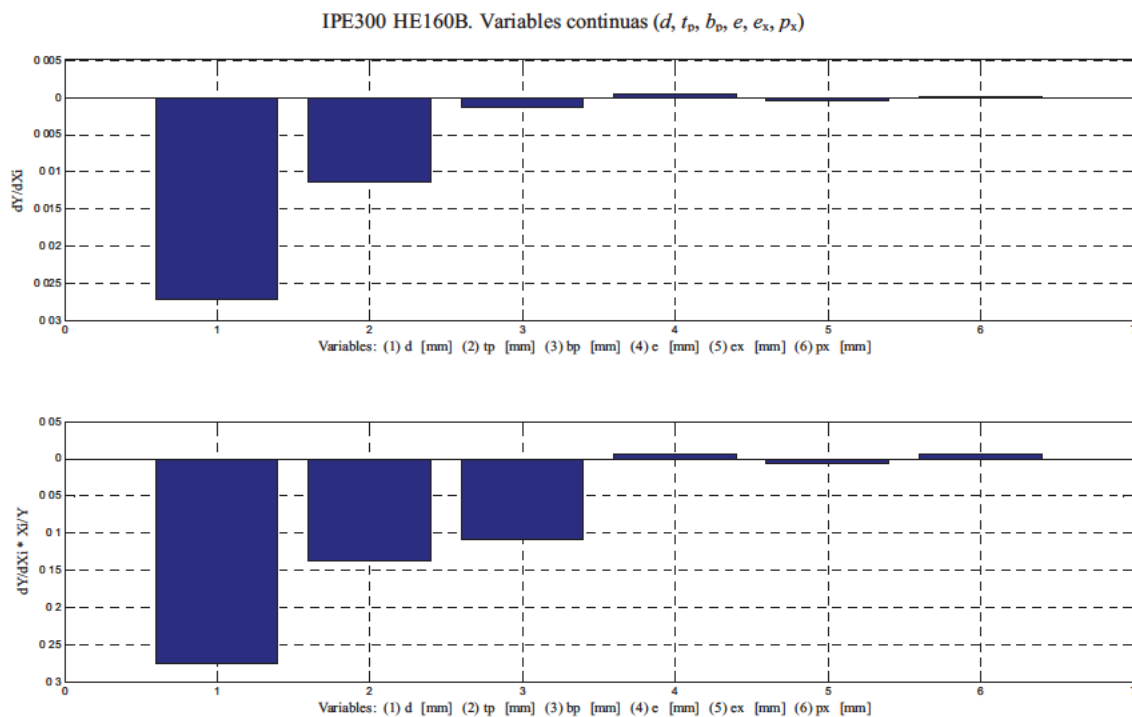


Figura 6.40. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, modelo KrLG y algoritmo GA.

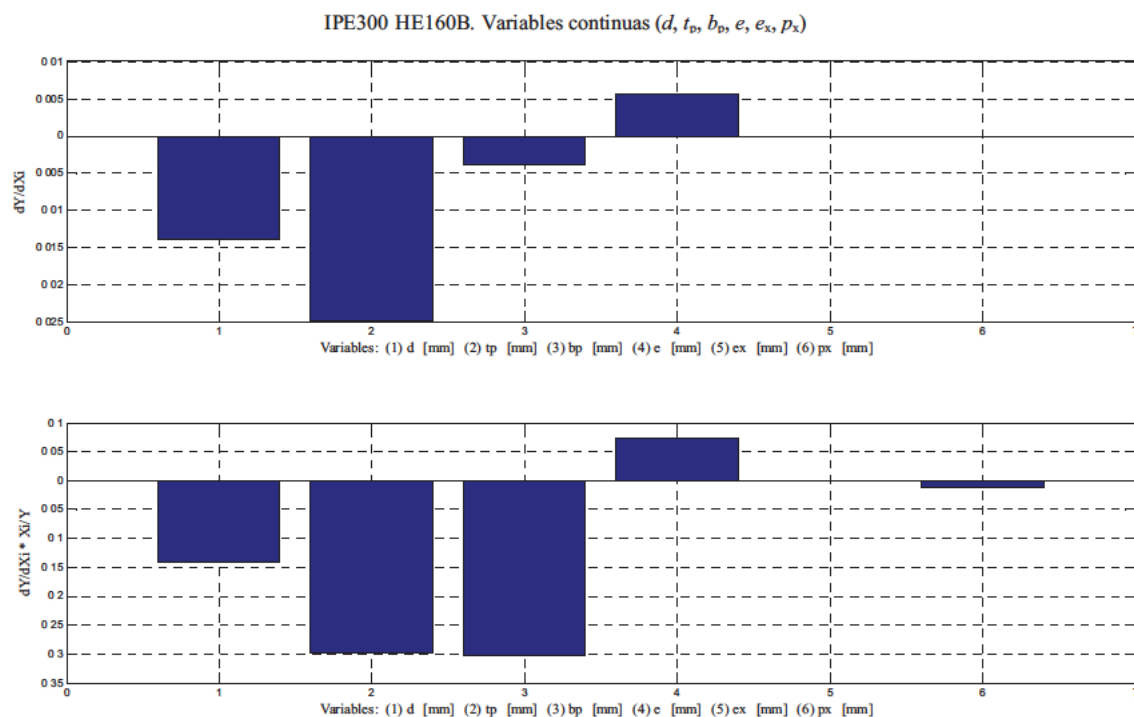


Figura 6.41. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$, modelo KrCG y algoritmo GA.

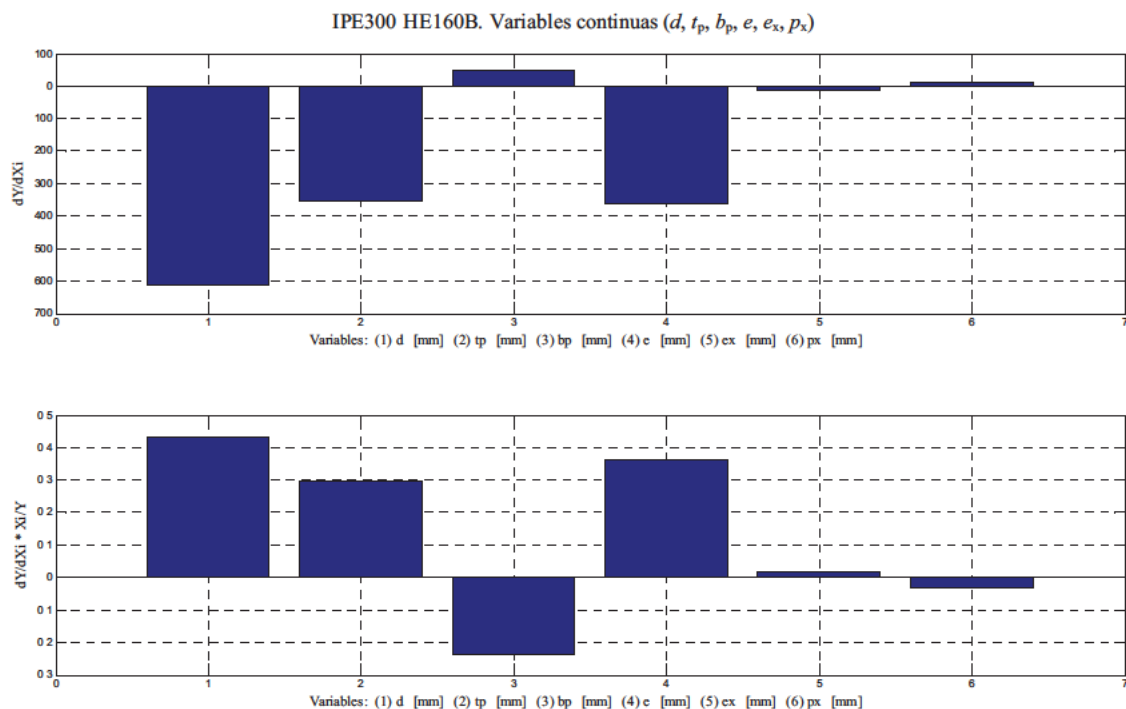


Figura 6.42. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $-S_{j,ini}$, modelo KrLG y algoritmo RQP.

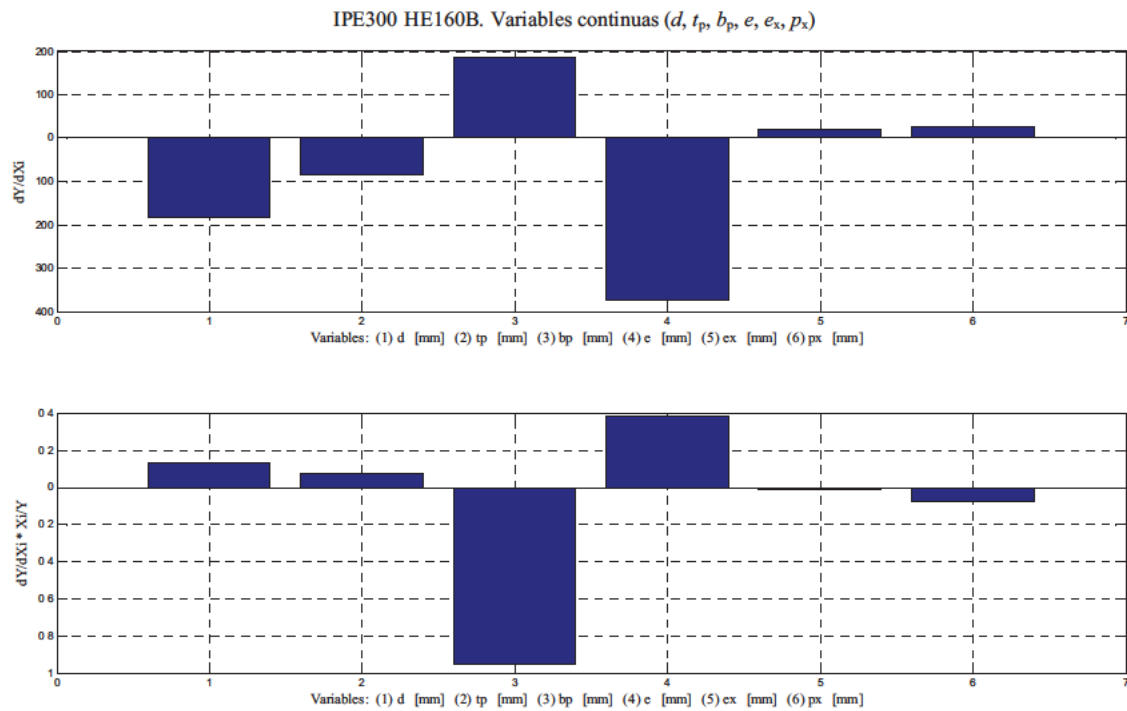


Figura 6.43. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $-S_{j,ini}$, modelo KrCG y algoritmo RQP.

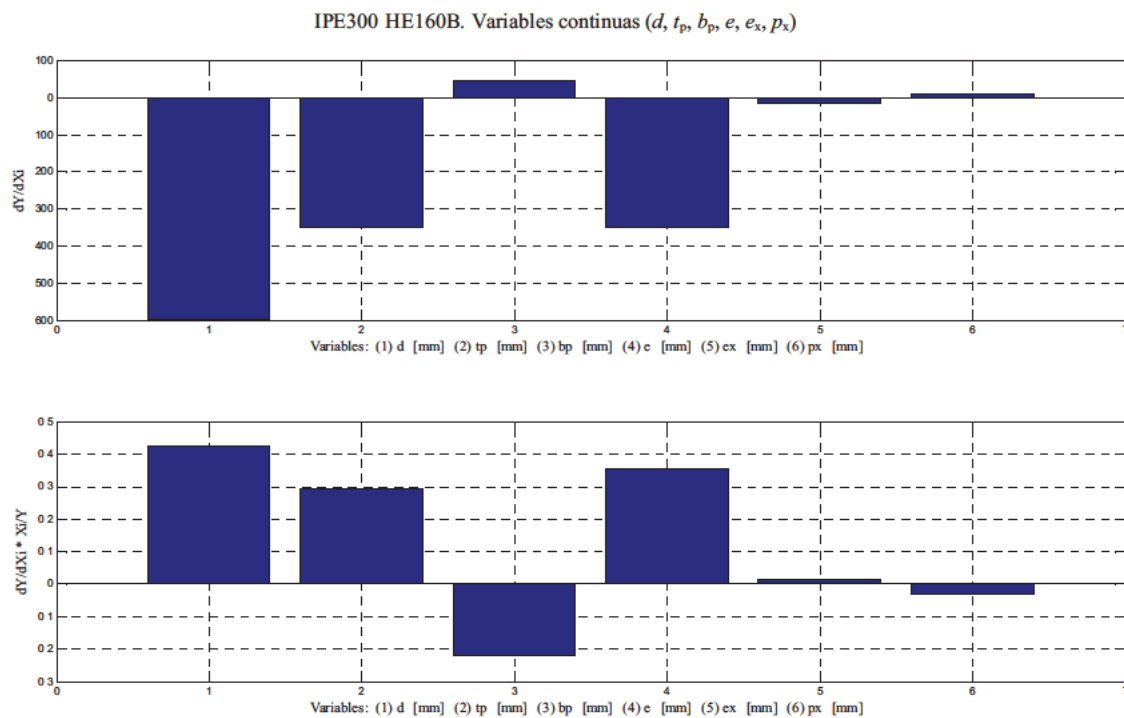


Figura 6.44. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $-S_{j,ini}$, modelo KrLG y algoritmo GA.

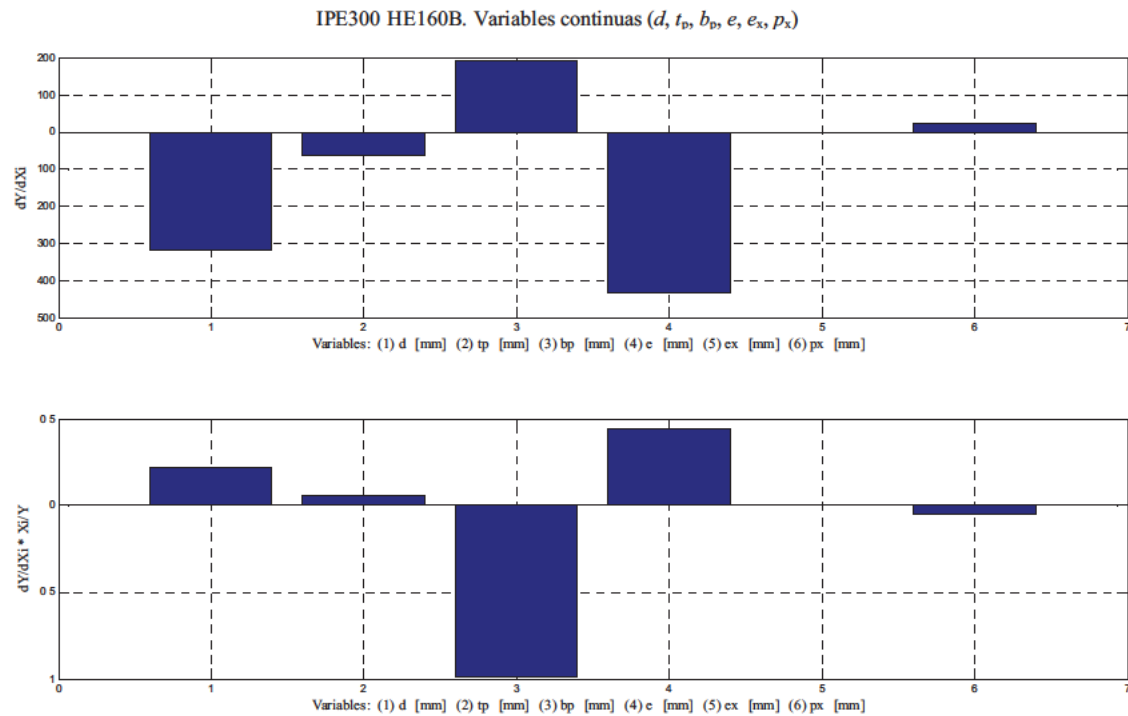


Figura 6.45. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $-S_{j,ini}$, modelo KrCG y algoritmo GA.

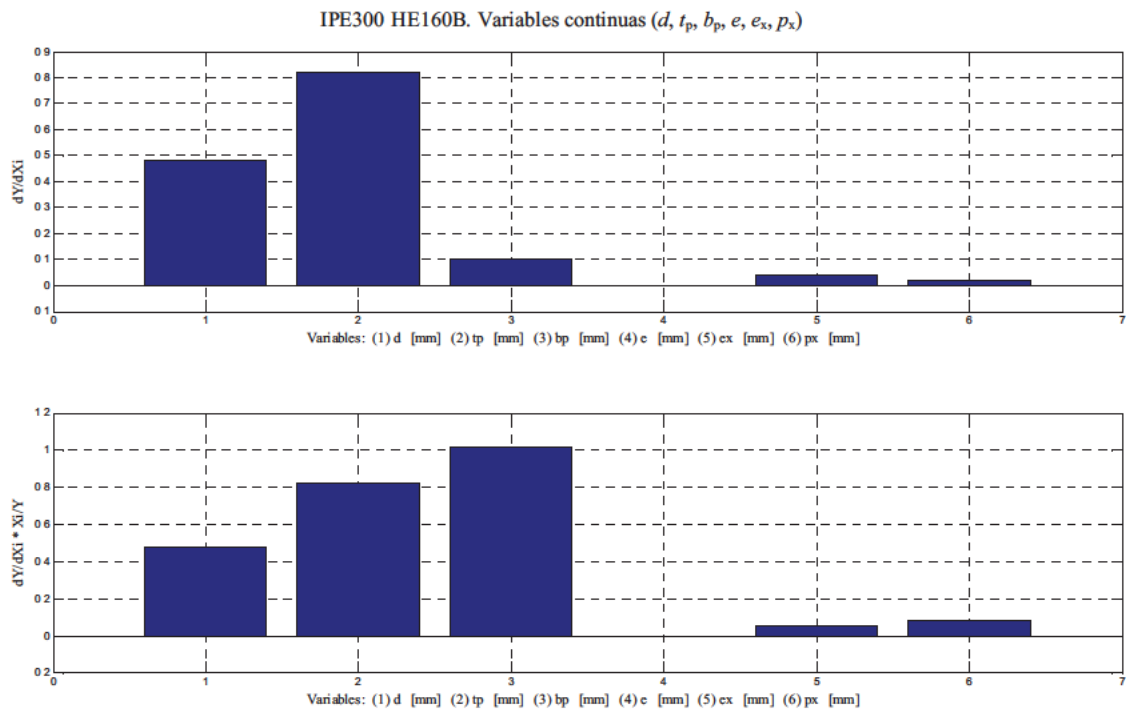


Figura 6.46. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrLG y algoritmo RQP.

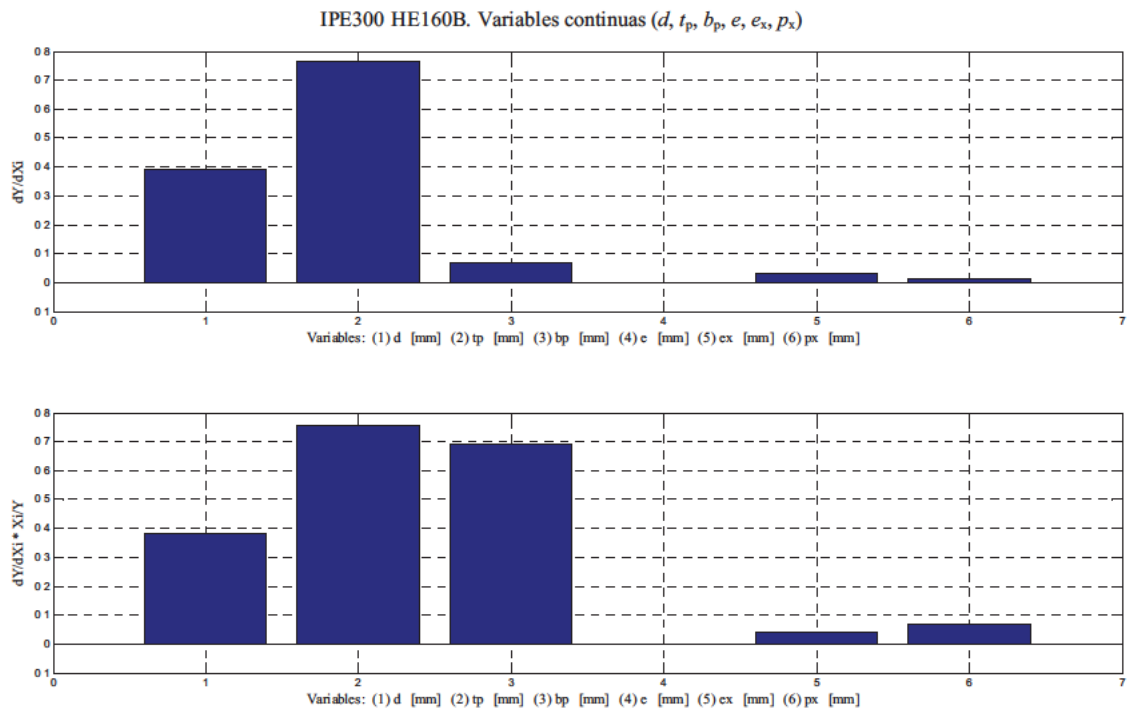


Figura 6.47. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrCG y algoritmo RQP.

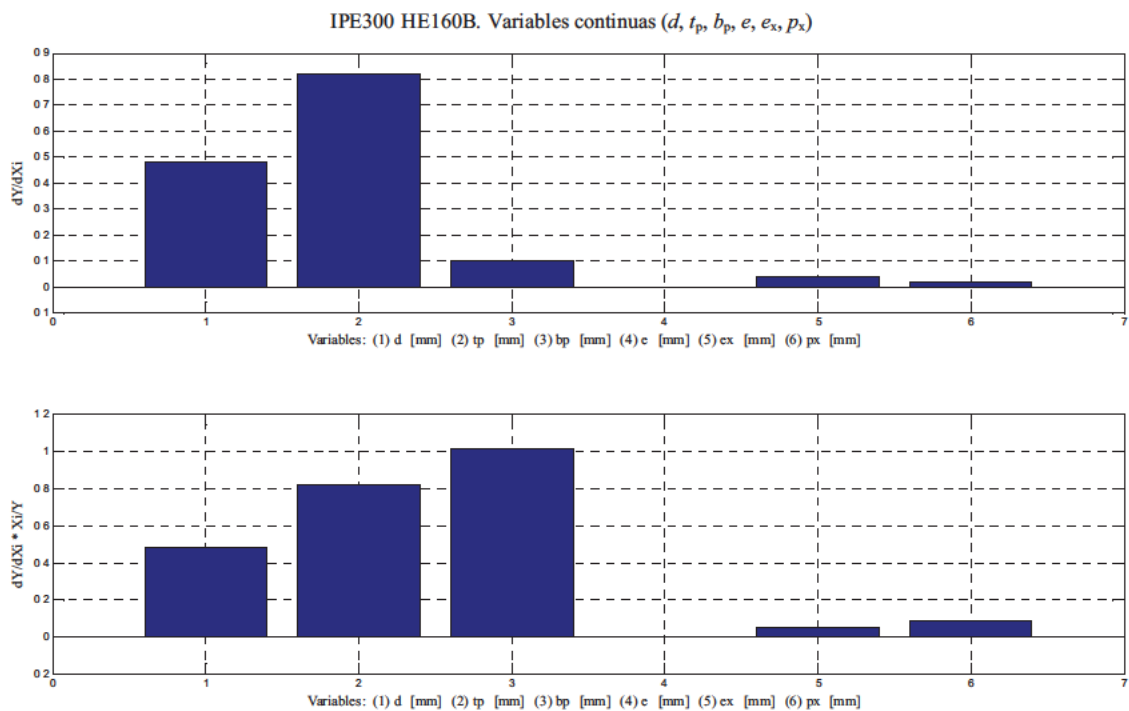


Figura 6.48. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrLG y algoritmo GA.

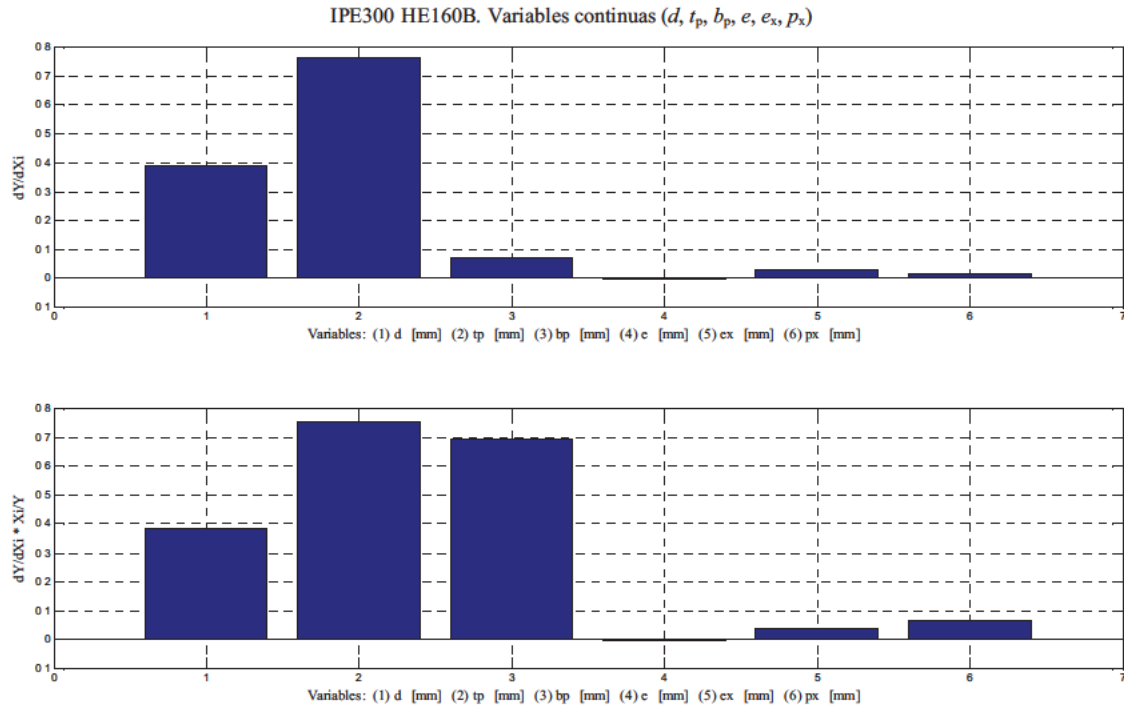


Figura 6.49. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrCG y algoritmo GA.

Analizando las Figuras 6.38 a 6.49 se observa que:

- Las gráficas obtenidas para cada variable utilizando el algoritmo GA presentan la misma forma que en el caso de utilizar el algoritmo RQP.
- Para todos los casos, las variables e_x y p_x tienen una influencia mínima en el diseño óptimo si se comparan con el resto de variables.
- Si el objetivo es minimizar $M_{plb}/M_{j,Rd}$, las variables que tienen mayor influencia son d , t_p y b_p . La variable e influye muy poco, siendo el $M_{j,Rd}$ algo mayor si el valor de e disminuye. Si el modelo Kriging es KrLG la variable d es la que mayor influencia tiene, pero si el modelo es KrCG las variables con mayor influencia son t_p y b_p .
- Si el objetivo es minimizar $-S_{j,ini}$, las variables con mayor influencia son d , t_p , b_p y e . Las variables d , t_p y e tienden a adoptar sus valores máximos. Por el contrario, las variables b_p y p_x tienden a disminuir, aunque la influencia de p_x es mucho menor. Si el modelo Kriging es KrLG la variable con mayor influencia es d , pero si el modelo es KrCG la variable con mayor influencia es b_p .
- Si el objetivo es conseguir una unión que resista un momento ($M_{j,Ed}$) y tenga una rigidez inicial ($S_{j,ini}$) determinada con un coste mínimo, las variables d , t_p y b_p son las que más influyen y tienden a disminuir sus valores.

6.3 DISEÑO ÓPTIMO DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA IPE300 HE160B CON VARIABLES DISCRETAS

El segundo ejemplo que se muestra tiene como objetivo obtener el diseño óptimo de la unión con chapa de testa extendida entre una viga IPE300 y una columna HE160B no rigidizada, considerando variables discretas. Esto permite a su vez la comparación con los resultados obtenidos en el ejemplo de la sección 6.2 (misma unión con variables de diseño continuas).

El modelo de elementos finitos utilizado (geometría, materiales, carga y condiciones de contorno) es el mismo de la sección 6.2.

6.3.1 Problema de optimización

El problema de optimización es el mismo que el del ejemplo anterior, a excepción de los valores que pueden adoptar cada una de las variables de diseño discretas. Estos valores se muestran en la Tabla 6.16.

Los dos objetivos considerados son:

- Minimizar la relación entre el momento plástico de la viga y el momento resistente de la unión (equivalente a maximizar el momento resistente de la unión)

$$\min : M_{pl,b} / M_{j,Rd}$$

- Minimizar el coste de la unión semirrígida para que resista un $M_{j,Rd} \geq 75$ kNm y tenga una rigidez inicial $S_{j,ini} \geq 18000$ kNm/rad.

$$\min : C_{US} = C_p + C_t + C_s + C_m$$

Tabla 6.16. Valores de las variables de diseño

Variables de diseño	Gama de valores (mm)
d	16; 20; 22; 24
t_p	16; 18; 20; 25
b_p	150:1:160
e	21:1:30
e_x	21:1:30
p_x	60:1:180

6.3.2 Modelo Kriging

Para obtener el diseño óptimo de la unión se generan, como en el ejemplo anterior, dos modelos Kriging: KrLG y KrCG.

Para lograr una muestra con un mínimo de 50 XG_V , se genera inicialmente una muestra con 196 XG . Para generar esta muestra se usa la técnica de muestreo LHS, efectuándose 10 iteraciones, sin suavizado y maximizando la distancia mínima entre puntos.

Para obtener la muestra mediante LHS y variables discretas se genera inicialmente una muestra con variables continuas. Para ajustar los valores continuos a la gama discreta se ha

adopta lo como criterio el valor superior más cercano dentro de la gama de valores (Tabla 6.16).

6.3.2.1 Muestra para obtener el modelo Kriging

La muestra generada con LHS se representa en la Figura 6.50. Se han generado 323 XG para conseguir 61 XG_V que cumplen las restricciones de la Tabla 6.2. En la Figura 6.51 se representa la muestra XM que contiene los 61 XG_V para generar los modelos Kriging para las funciones objetivo $M_{pl,b}/M_{j,ld}$ y C_{US} , y para las restricciones $M_{j,Rd} \geq f_{j,Ed}$ y $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ cuando la función objetivo es C_{US} .

6.3.2.2 Puntos de validación

Para valorar la calidad del ajuste de los modelos Kriging se genera una muestra XM_V, mediante LHS. A partir de los resultados de XM_V (reales y aproximados) se calcula: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos entre las respuestas. Estos valores permiten conocer la calidad del ajuste de los modelos Kriging. En la Figura 6.52 se representa la muestra XM_V con 24 XG_{PV}.

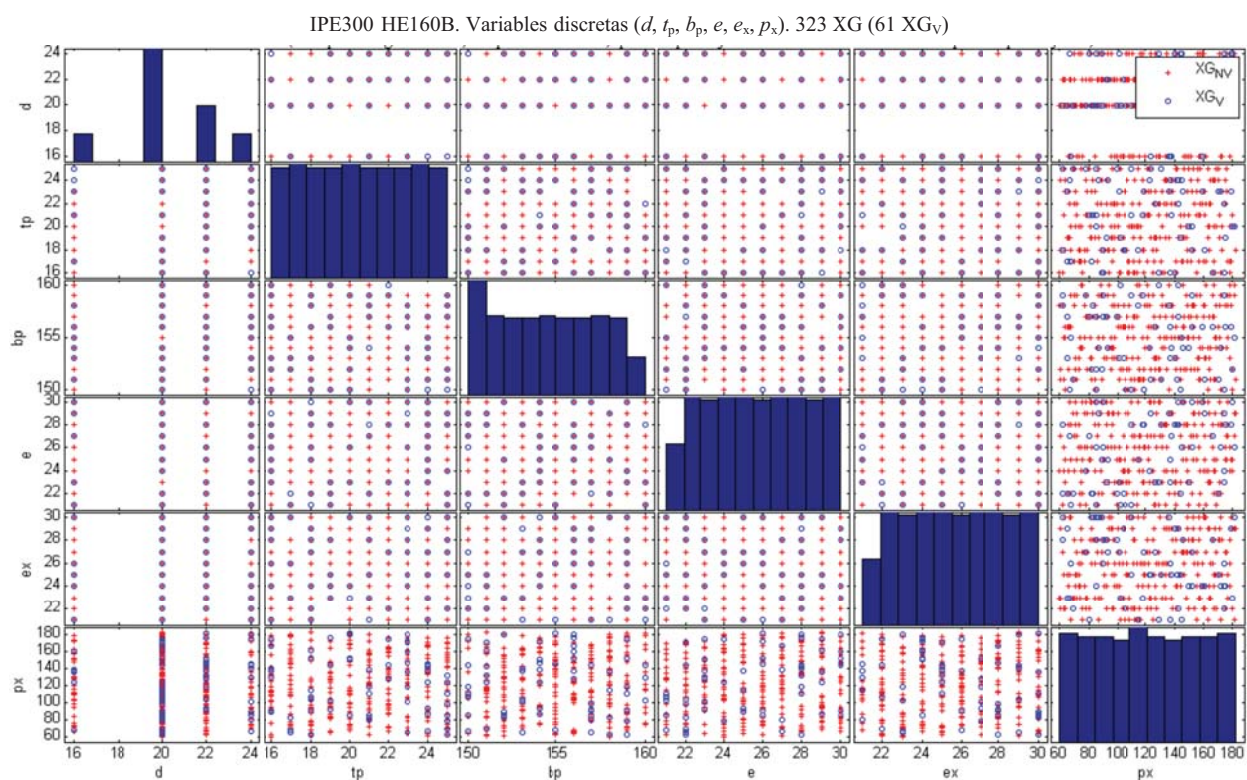


Figura 6.50. Generación de 323 XG con LHS.

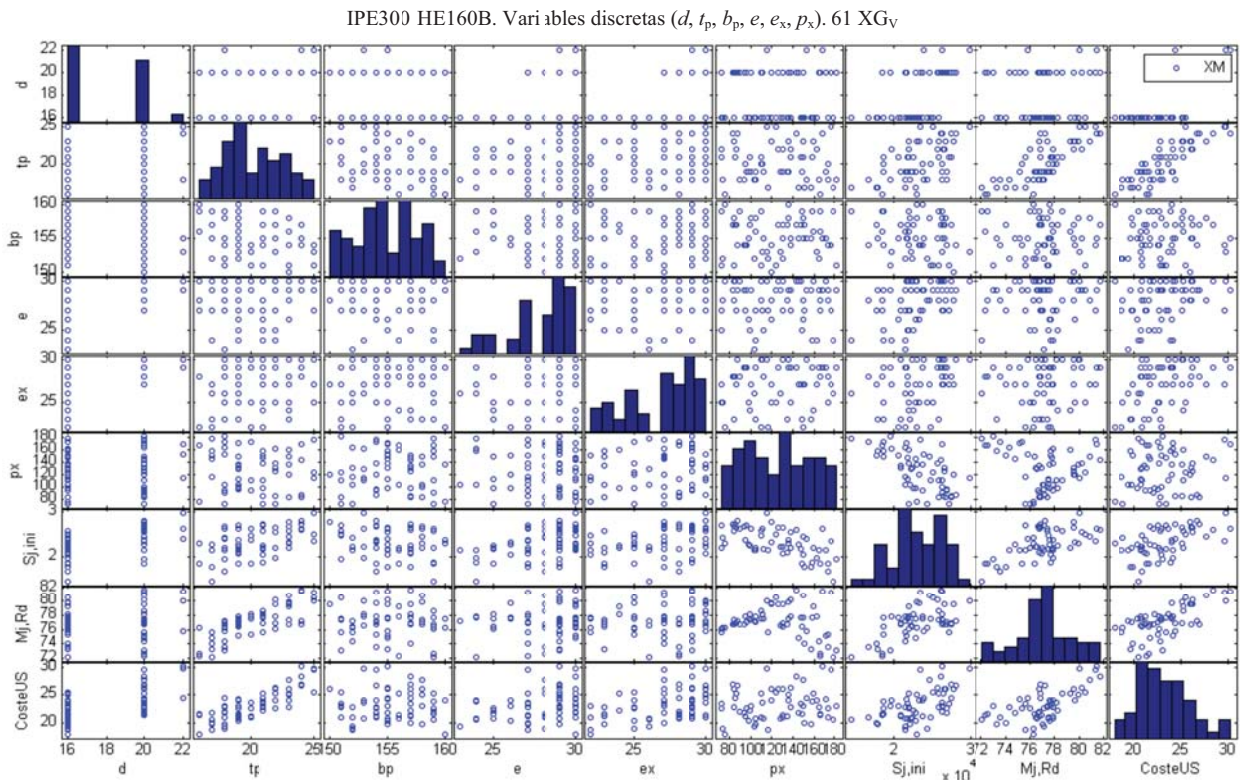
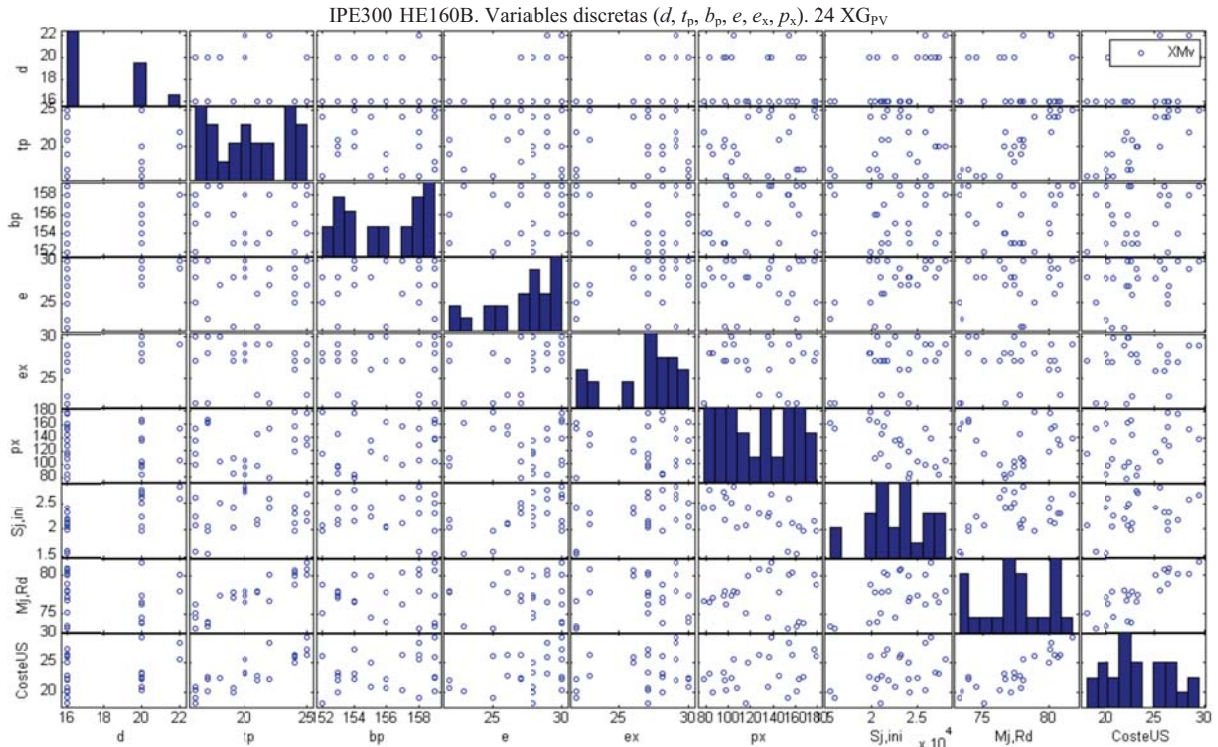


Figura 6.51. XM para los modelos Kriging.


Figura 6.52. XM_V para validar los modelos Kriging.

6.3.2.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging

Para analizar la influencia del modelo de regresión en el modelo Kriging se comparan los valores de: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos, obtenidos al comparar la respuesta real (obtenida con MEF) con la respuesta aproximada (obtenida con los modelos KrLG y KrCG) de la muestra XM_V .

En la Figura 6.53 se muestra un gráfico donde se compara la respuesta real y la respuesta aproximada con el modelo KrLG, y los errores del ajuste del modelo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$. En la Figura 6.54 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG. En la Figura 6.55 se muestran los gráficos para la función objetivo C_{Us} y el modelo KrLG, y en la Figura 6.56 utilizando el modelo KrCG.

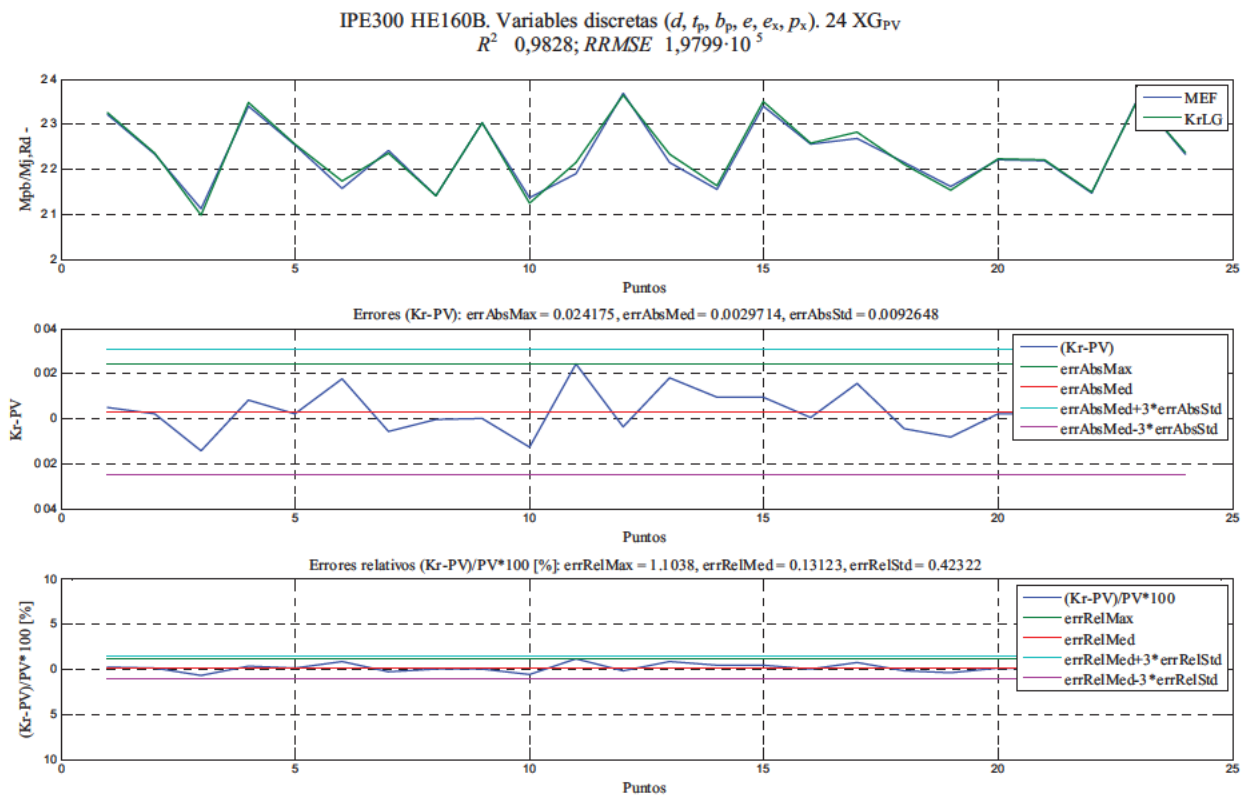


Figura 6.53. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrLG) y errores del ajuste para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$.

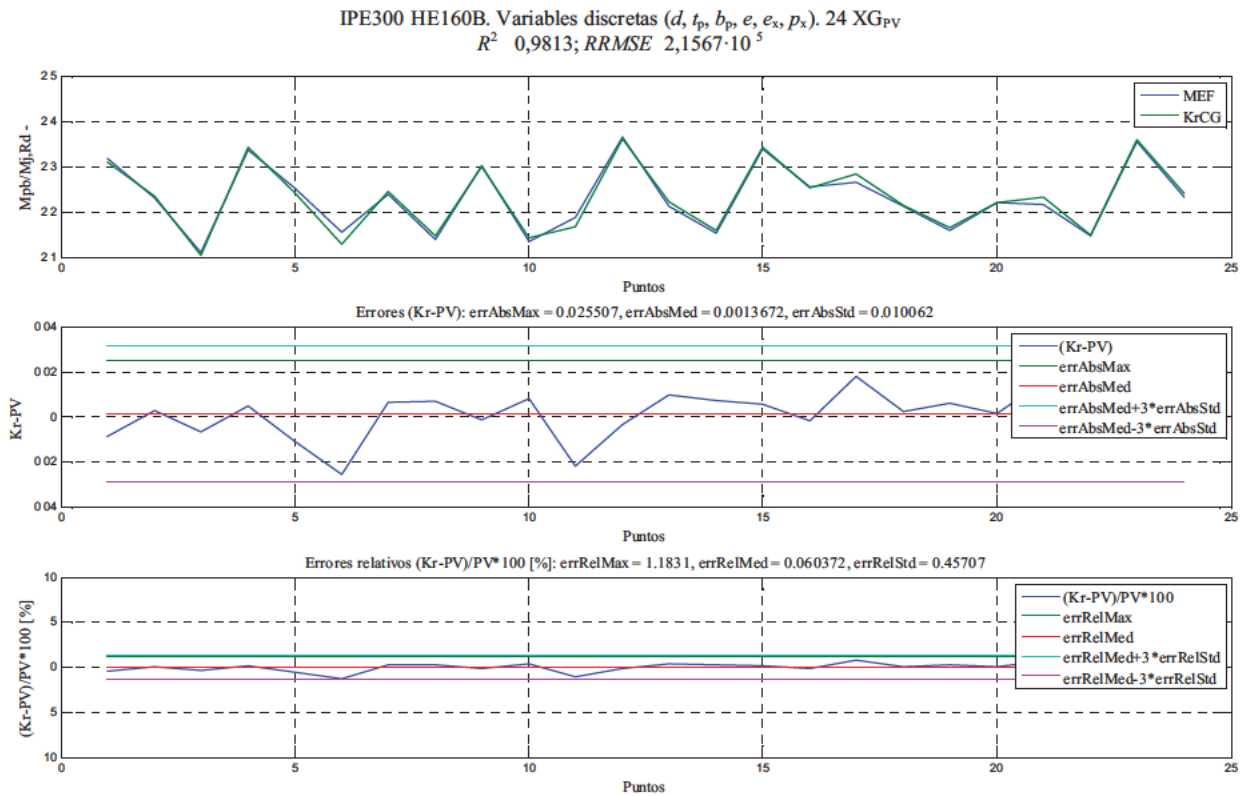


Figura 6.54. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrCG) y errores del ajuste para la función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$.

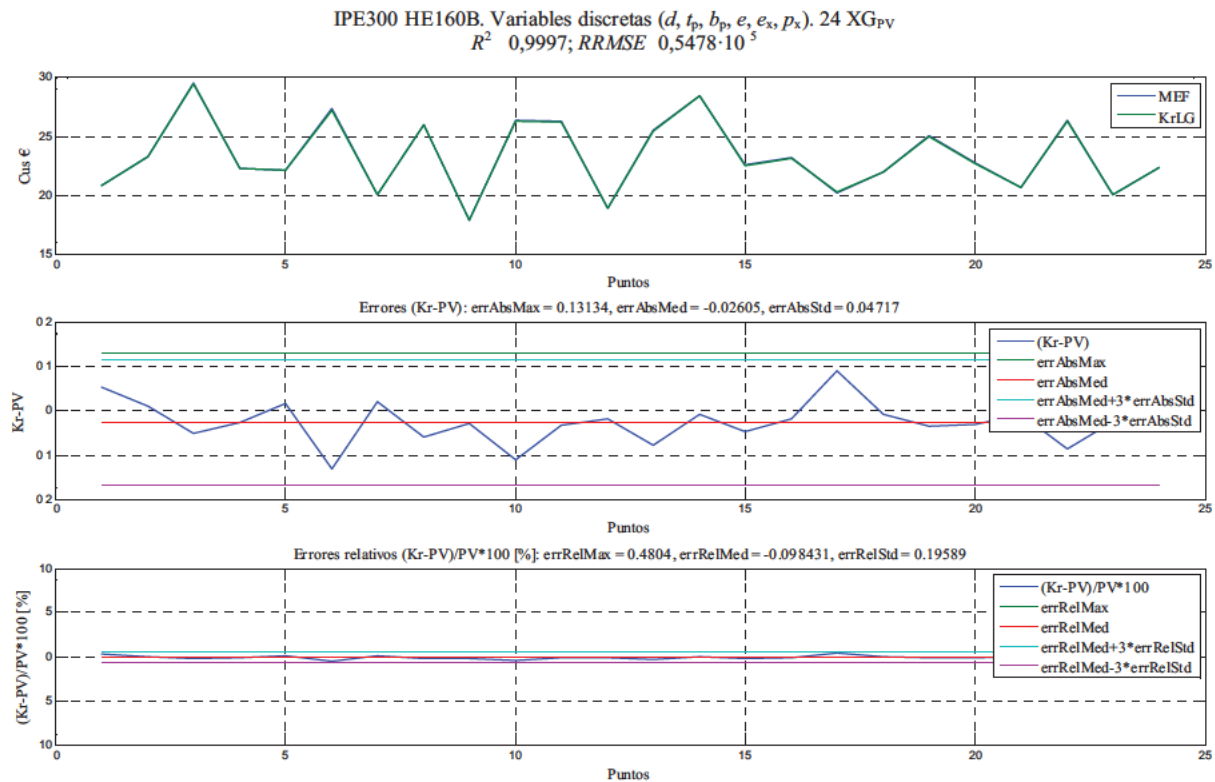


Figura 6.55. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrLG) y errores del ajuste para la función objetivo C_{US} .

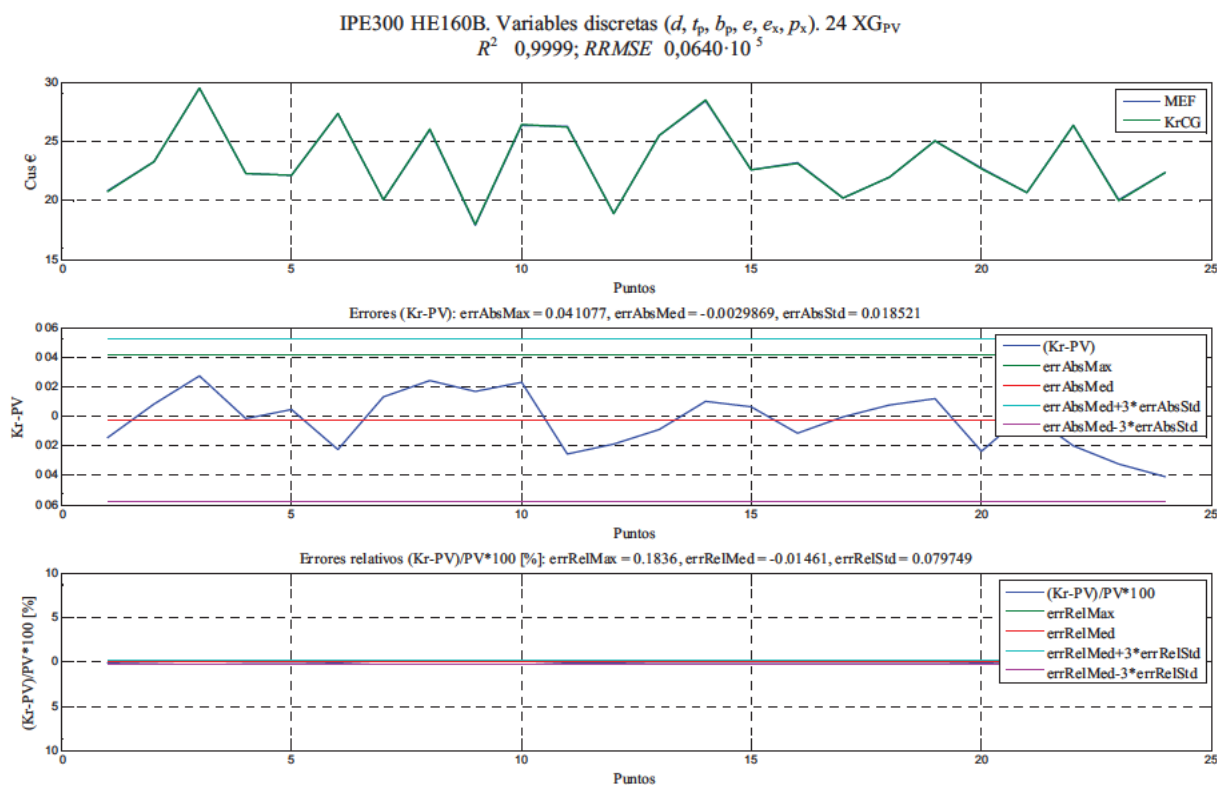


Figura 6.56. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrCG) y errores del ajuste para la función objetivo C_{US} .

En la Tabla 6.17 se muestran los valores de R^2 , $RRMSE$, $errAbsMax$, $errAbsMed$, $errAbsStd$, $errRelMax$, $errRelMed$, $errRelStd$ obtenidos para cada una de las funciones objetivo, y para las restricciones $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$ cuando la función objetivo es C_{US} , utilizando el modelo KrLG y el modelo real. En la Tabla 6.18 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

Tabla 6.17. Resultados del ajuste el modelo KrLG para las funciones objetivo y restricciones

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	C_{US} (€)	$M_{j,Rd} \geq 75$ (kNm)	$S_{j,ini} \geq 18000$ (kNm / rad)
R^2	0,9828	0,9997	0,9872	0,9966
$RRMSE$	$1,98 \cdot 10^{-5}$	$0,55 \cdot 10^{-5}$	$1,45 \cdot 10^{-5}$	$6,92 \cdot 10^{-5}$
$errAbsMax$	0,0242	0,1313	0,5845	444,4973
$errAbsMed$	0,0030	-0,0261	-0,0597	91,3875
$errAbsStd$	0,0093	0,0472	0,2829	163,4460
$errRelMax$ (%)	1,1038	0,4804	0,7408	2,0760
$errRelMed$ (%)	0,1312	-0,0984	-0,0797	-0,3645
$errRelStd$ (%)	0,4232	0,1959	0,3596	0,7766

Tabla 6.18. Resultados del ajuste con el modelo KrCG para las funciones objetivo y restricciones

	$M_{pl,b}/M_{j,Rd}$	C_{US} (€)	$M_{j,Rd} \geq 75$ (kNm)	$S_{j,ini} \geq 18000$ (kNm / rad)
R^2	0,9813	0,9999	0,9876	0,9921
$RRMSE$	$2,16 \cdot 10^{-5}$	$0,06 \cdot 10^{-5}$	$2,54 \cdot 10^{-5}$	$16,02 \cdot 10^{-5}$
$errAbsMax$	0,0255	0,0411	1,0278	622,4543
$errAbsMed$	0,0014	-0,0030	-0,0601	109,3299
$errAbsStd$	0,0101	0,0185	0,3778	263,1626
$errRelMax$ (%)	1,1831	0,1836	1,2824	2,6062
$errRelMed$ (%)	0,0604	-0,0146	-0,0775	-0,4271
$errRelStd$ (%)	0,4571	0,0797	0,4804	1,2554

Si se analizan los resultados mostrados en las Tablas 6.17 y 6.18, se observa que:

- La calidad de los ajustes, en todos los casos, es suficientemente buena para predecir la respuesta, siendo $R^2 > 0,98$.
- No se aprecia una diferencia significativa entre usar el modelo KrLG y el modelo KrCG.

Estos resultados permiten continuar con la integración del modelo Kriging en el proceso del diseño óptimo de uniones viga-columna con variables discretas, reduciendo con ello el coste computacional de la optimización de forma considerable.

6.3.3 Optimización

Para obtener el diseño óptimo de la unión se han utilizado los modelos KrLG y KrCG y los algoritmos de optimización RQP y GA.

Los parámetros usados para obtener los diseños óptimos son los mismos del ejemplo anterior (Tablas 6.6 y 6.7).

Para obtener el diseño óptimo con variables discretas se optimiza en primer lugar con variables continuas. A continuación, los valores de las variables de diseño se redondean a su valor superior dentro de la gama de valores permitidos (Tabla 6.16).

6.3.3.1 Resultados de la optimización

En la Tabla 6.19 se muestran los valores de la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$ y de las variables de diseño, obtenidos en el diseño óptimo utilizando los algoritmos RQP y GA, y los modelos KrLG y KrCG. En la Tabla 6.20 se muestra los mismos valores para la función objetivo C_{US} .

Tabla 6.19. Diseño óptimo con RQP y GA para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
Función objetivo	2,0927	2,0684	2,0905	2,0684
d (mm)	20	22	20	22
t_p (mm)	25	25	25	25
b_p (mm)	160	160	160	160
e (mm)	29	30	27	30
e_x (mm)	30	30	30	30
p_x (mm)	138	176	137	176
Tiempo (seg)	9	7	31	32

 Tabla 6.20. Diseño óptimo con RQP y GA para la función objetivo C_{us}

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
Función objetivo (€)	16,7375	16,8975	16,7375	16,8976
d (mm)	16	16	16	16
t_p (mm)	16	16	16	16
b_p (mm)	150	150	150	150
e (mm)	30	27	30	28
e_x (mm)	22	22	22	22
p_x (mm)	72	72	72	72
Tiempo (seg)	7	6	33	33

En las Figuras 6.57 a 6.60 se representan los esquemas de los diseños óptimos descritos en las Tablas 6.19 y 6.20.

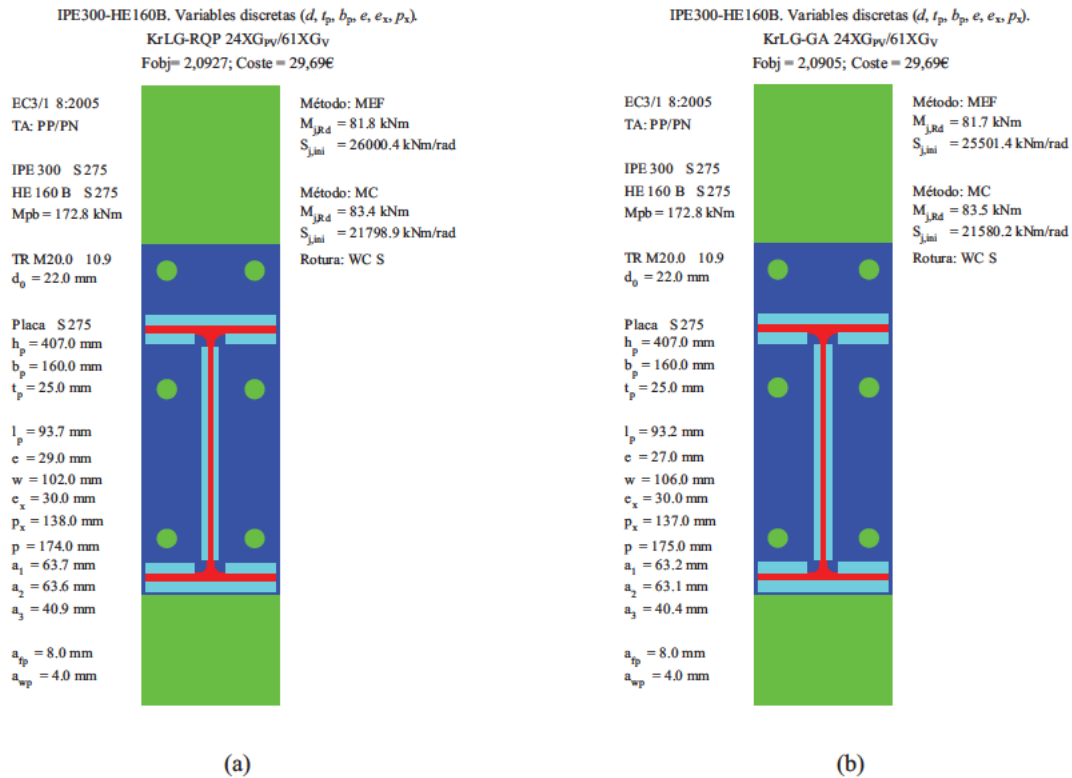


Figura 6.57. Diseño óptimo con el modelo KrLG: (a) con RQP; (b) con GA.

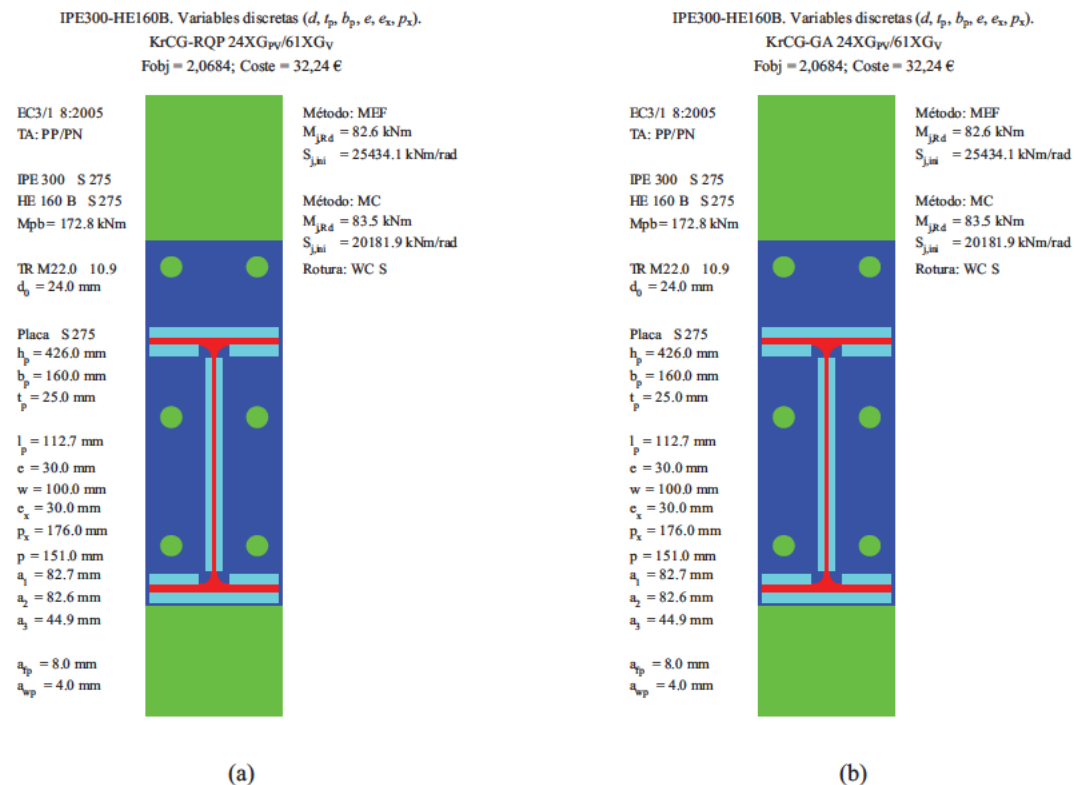
Función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$.

Figura 6.58. Diseño óptimo con el modelo KrCG: (a) con RQP; (b) con GA.

Función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$.

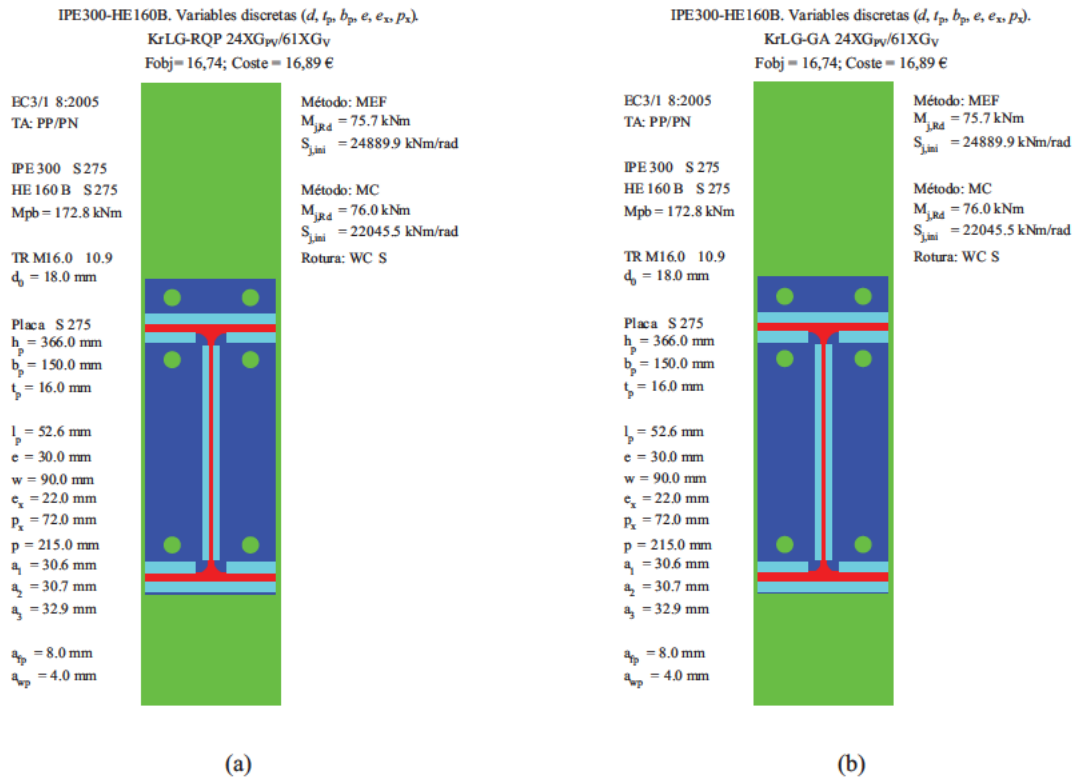


Figura 6.59. Diseño óptimo con el modelo KrLG: (a) con RQP; (b) con GA.
 Función objetivo C_{US} .

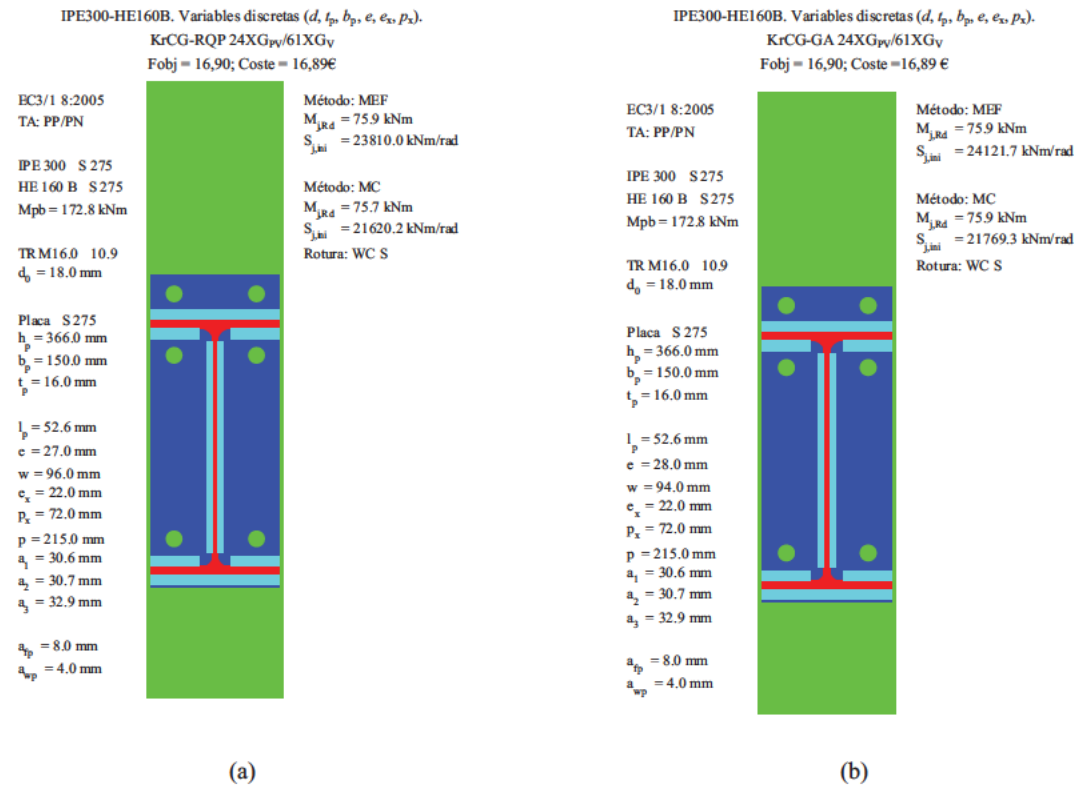


Figura 6.60. Diseño óptimo con el modelo KrCG: (a) con RQP; b) con GA.
 Función objetivo C_{US} .

6.3.3.2 Análisis de los resultados de la optimización

En la Tabla 6.21 se muestran los valores de la función objetivo en el punto óptimo, obtenidos con los modelos aproximados (Kriging) y con el modelo real (MEF), y los errores relativos.

Tabla 6.21. Valores de la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada}$	2,0927	2,0684	2,0905	2,0684
$F_{obj,real}$	2,1125	2,0920	2,1151	2,0920
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) (\%)$	0,9373	1,1281	1,1631	1,1281

Tabla 6.22. Valores de la función objetivo C_{US}

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada} (\epsilon)$	16,7375	16,8975	16,7375	16,8976
$F_{obj,real} (\epsilon)$	16,8922	16,8922	16,8922	16,8922
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) (\%)$	0,9158	-0,0314	0,9158	-0,0320

Analizando las Tablas 6.21 y 6.22 se observa que:

- Si la función objetivo es $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, su valor aproximado, en el peor de los casos, es 1,16% menor que su valor real.
- Si la función objetivo es C_{US} , la diferencia entre el valor aproximado y el real depende del modelo Kriging utilizado. Si el modelo Kriging es KrLG, el valor aproximado es menor que el valor real. Sin embargo, si el modelo Kriging es KrCG el valor aproximado es mayor que el valor real. Pero en todos los casos, la diferencia no es mayor que 0,92%.
- La diferencia entre la función objetivo conseguida con el modelo Kriging KrLG y el modelo KrCG no supera, en todos los casos, el 1,2%.
- La diferencia entre la función objetivo conseguida con el algoritmo de optimización RQP y el GA no supera, en todos los casos, el 0,1%.

El análisis de los resultados de los diseños óptimos representados en las Figuras 6.57 a 6.60 permite observar, para este ejemplo, que:

- Si la función objetivo es obtener el diseño de mayor momento resistente (minimizar $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$):
 - la variable t_p adopta su valor máximo en todos los casos;

- si se utiliza el modelo KrCG se obtiene una unión con mayor $M_{j,Rd}$ que con el modelo KrLG, y
- si se utiliza el modelo KrCG se obtiene el mismo diseño óptimo (valores de las variables iguales) con los algoritmos RQP y GA.
- Si la función objetivo es C_{US} se obtienen los mismos valores para las variables d , t_p , b_p , e_x , y p_x . Solamente el valor de la variable e cambia, por lo que el coste real de la unión óptima es el mismo para los cuatros casos.
- Para todos los diseños óptimos analizados con el MC, el componente más débil de la unión es el alma de la columna a cortante (WC-S). Por lo que se puede decir que, todos los diseños óptimos tienen capacidad rotacional suficiente.

6.3.3.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño

Al igual que en el ejemplo anterior, se estudia la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación del valor de cada variable, con el propósito de obtener unos ábacos de diseño a partir de las variables más representativas.

Las Figuras 6.61 a 6.64 muestran las gráficas correspondientes a la influencia que tiene cada una de las variables de diseño en el óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$ utilizando los modelos KrLG y KrCG y los algoritmos de optimización RQP y GA. En las Figuras 6.65 a 6.68 se muestran las mismas gráficas para la función C_{US} .

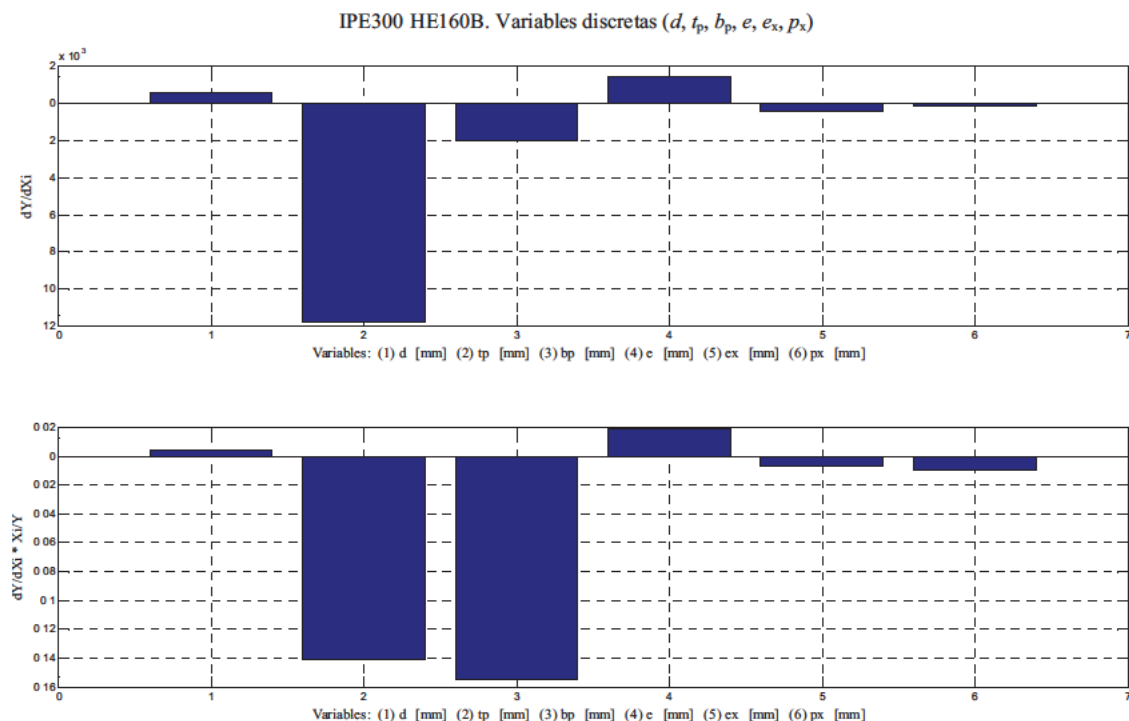


Figura 6.61. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, modelo KrLG y algoritmo RQP.

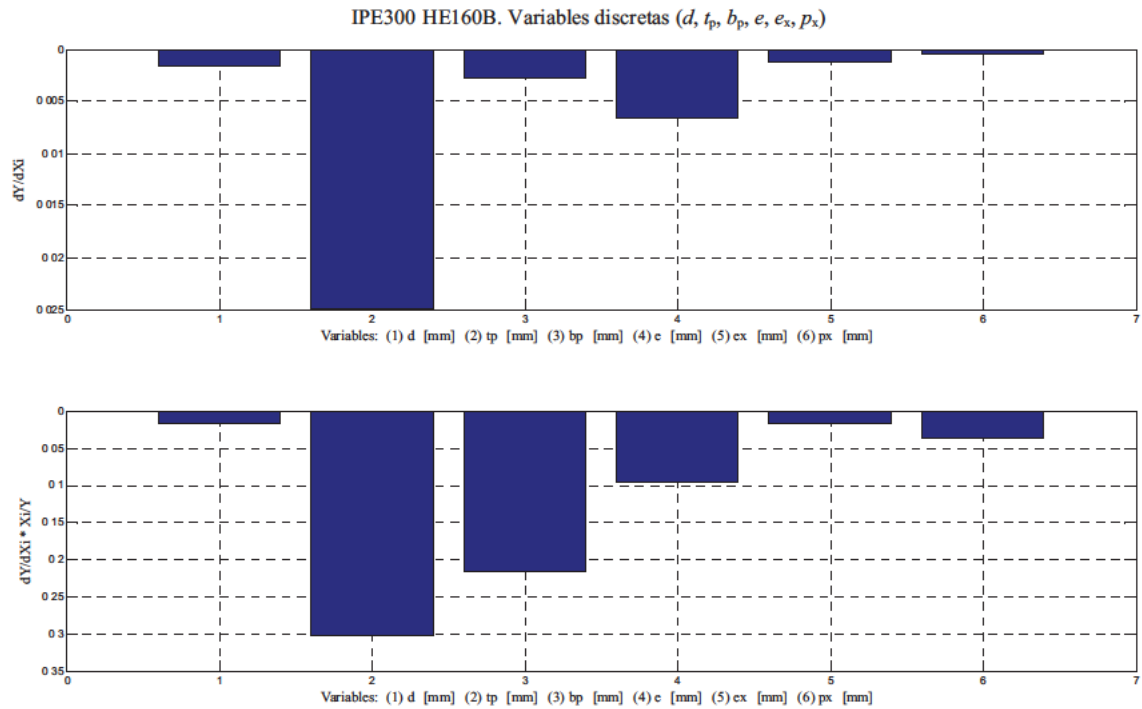


Figura 6.62. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$, modelo KrCG y algoritmo RQP.

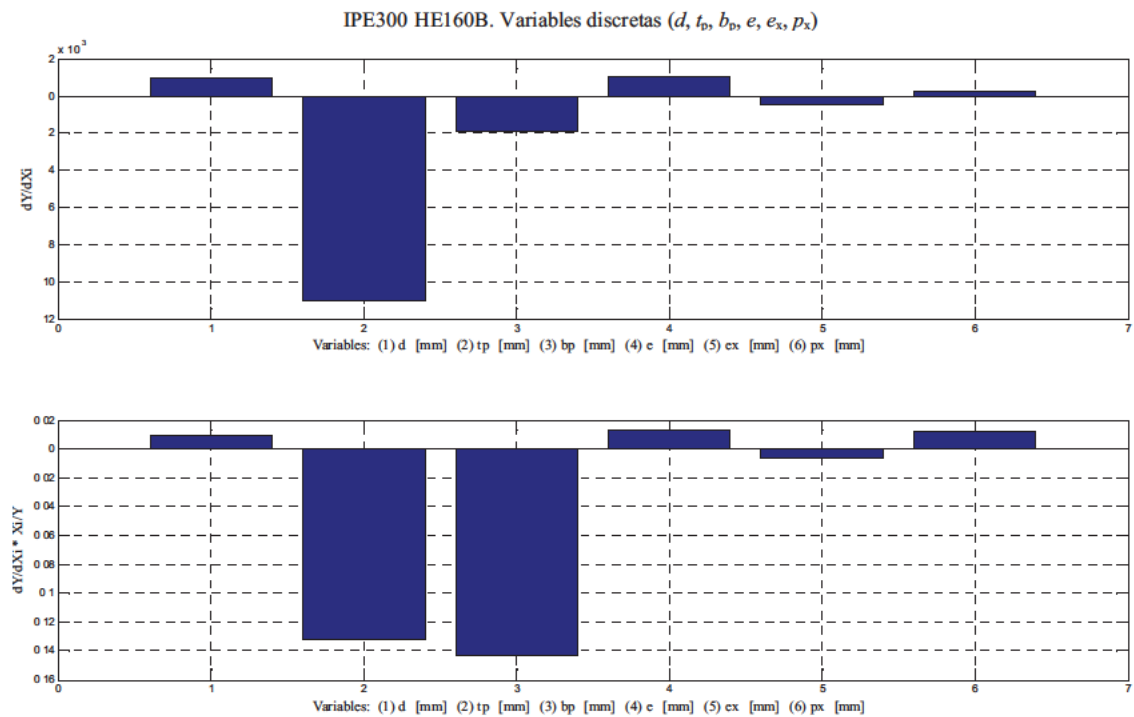


Figura 6.63. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{plb}/M_{j,Rd}$, modelo KrLG y algoritmo GA.

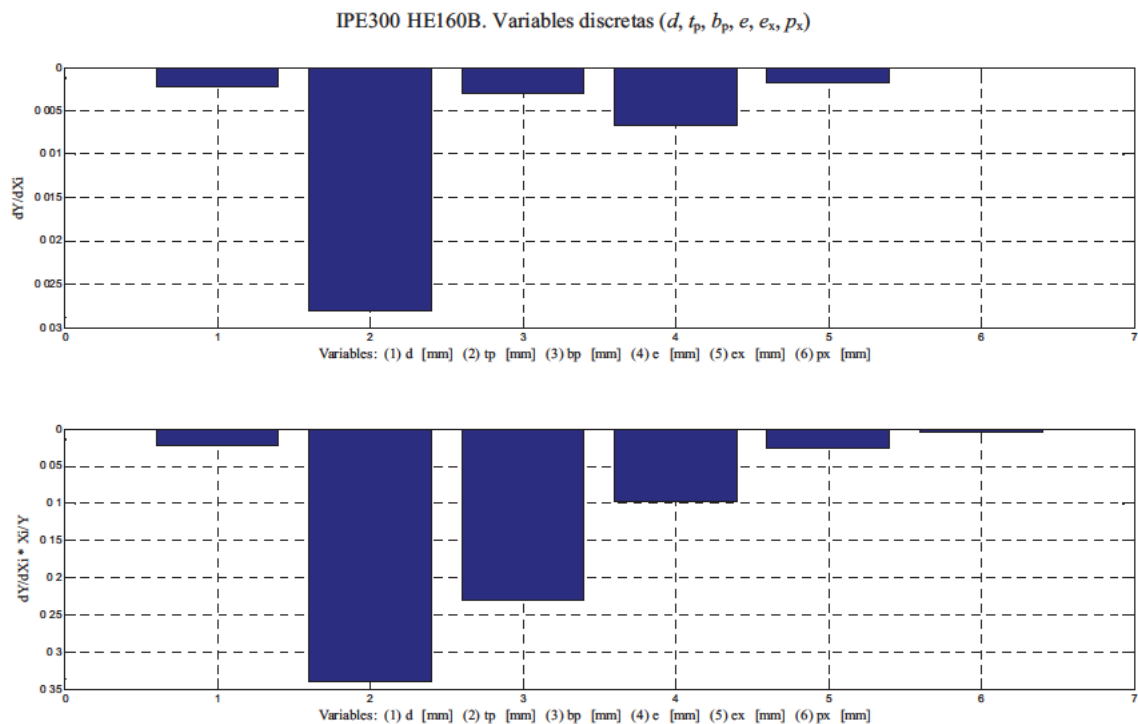


Figura 6.64. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, modelo KrCG y algoritmo GA.

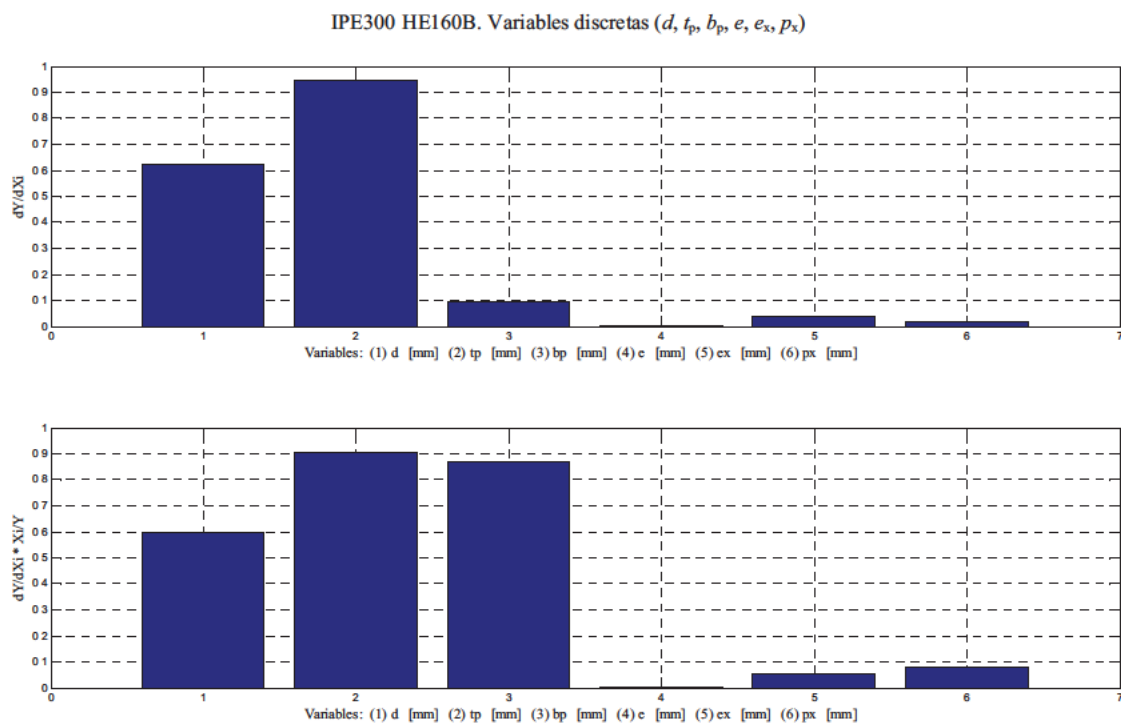


Figura 6.65. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrLG y algoritmo RQP.

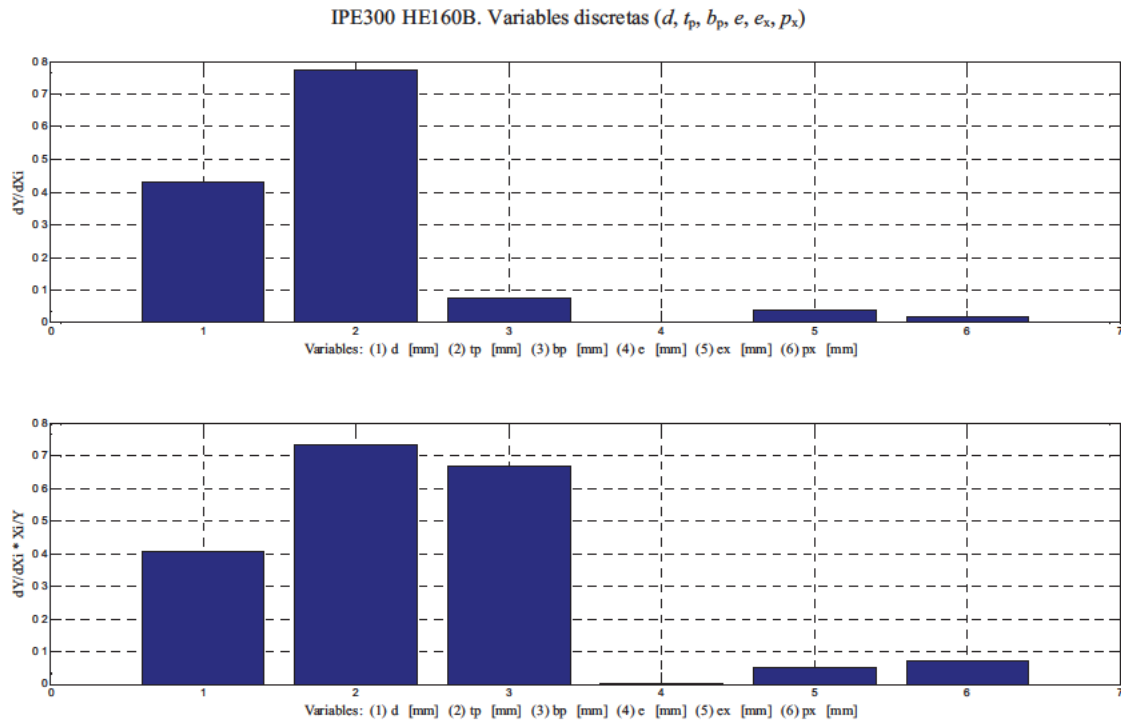


Figura 6.66. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrCG y algoritmo RQP.

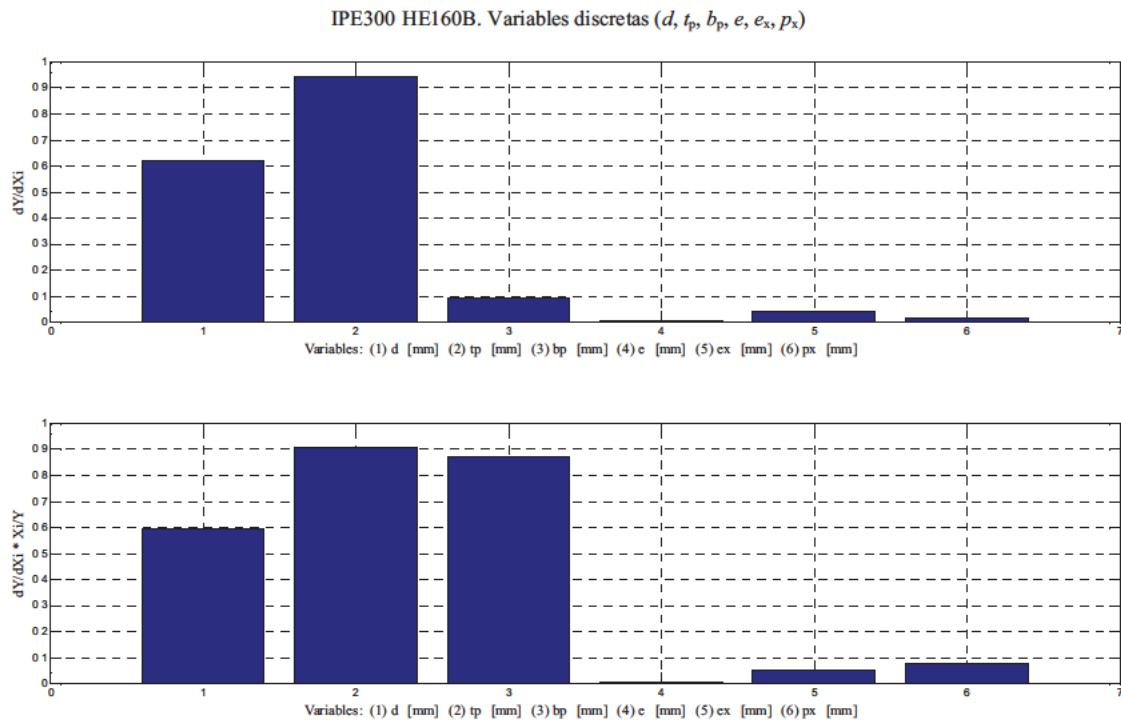


Figura 6.67. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrLG y algoritmo GA.

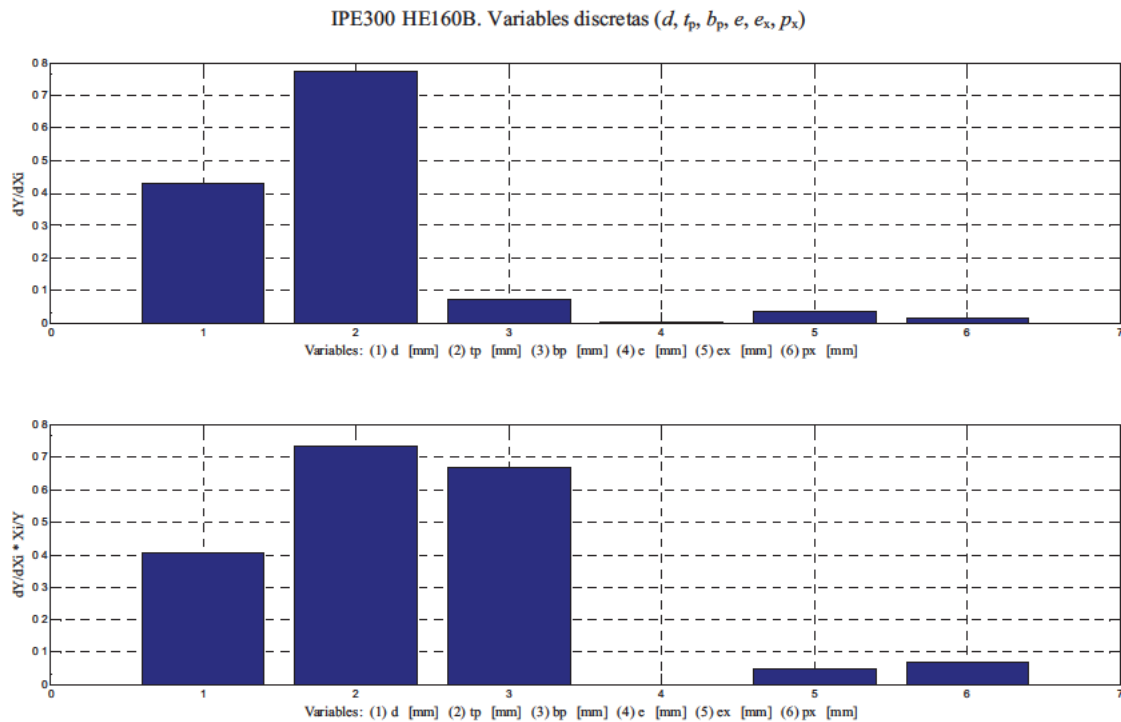


Figura 6.68. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrCG y algoritmo GA.

Analizando las Figuras 6.61 a 6.68 se observa que:

- Las gráficas obtenidas para cada variable utilizando el algoritmo GA presentan la misma forma que en el caso de utilizar el algoritmo RQP.
- Para todos los casos, las variables e , e_x y p_x tienen una influencia mínima en el diseño óptimo si se comparan con el resto de variables.
- Si el objetivo es minimizar $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, las variables que tienen mayor influencia son t_p y b_p . Si el modelo Kriging es KrLG la variable e tiene poca influencia y si aumenta su valor disminuye $M_{j,Rd}$. Sin embargo, si el modelo es KrCG la variable e tiene una influencia mayor.
- Si el objetivo es conseguir una unión que resista un momento determinado ($M_{j,Rd} \geq 75$ kNm) y tenga una cierta rigidez inicial ($S_{j,ini} \geq 18000$ kNm/rad) con un coste mínimo, las variables d , t_p y b_p son las que más influyen.

6.3.3.4 Comparación entre el uso de variables continuas y variables discretas con el mismo perfil de viga

En la Tabla 6.23 se muestra un resumen de los valores aproximados para la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, obtenidos a partir de variables de diseño continuas ($F_{obj,VC}$) y discretas ($F_{obj,VD}$) y en la Tabla 6.24 se muestran los mismos valores para la función objetivo C_{US} .

Tabla 6.23. Valores de la función objetivo $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,VC}$	2,0617	2,0731	2,0646	2,0761
$F_{obj,VD}$	2,0914	2,0684	2,0911	2,0698
$100\left(\frac{F_{obj,VD}-F_{obj,VC}}{F_{obj,VD}}\right)\%$	1,4201	-0,2272	1,2672	-0,3044

Tabla 6.24. Valores de la función objetivo C_{us}

	RQP		GA	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
$F_{obj,VC}$	15,0795	15,3340	15,0800	15,3340
$F_{obj,VD}$	16,7354	16,8963	16,7371	16,8962
$100\left(\frac{F_{obj,VD}-F_{obj,VC}}{F_{obj,VD}}\right)\%$	9,5373	9,5234	9,5447	9,5252

Las conclusiones extraídas para los dos ejemplos realizados son:

- La calidad del ajuste de los modelos Kriging al usar variables continuas o discretas son similares, siendo todos los modelos suficientemente buenos para predecir la respuesta ($R^2 \geq 0,98$).
- El valor aproximado de la función objetivo no difiere más de un 1,7% al utilizar un modelo KrLG o KrCG.
- Si la función objetivo es $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$:
 - Para todos los casos (utilizando RQP o GA, KrLG o KrCG, y variables continuas o discretas), el valor aproximado de la función objetivo no difiere más de un 1,42% del valor real (Tabla 6.23).
 - Si se utiliza variables de diseño continuas, el valor aproximado de la función objetivo es un 2,28% menor que el valor real (Tabla 6.12), y un 1,13% (Tabla 6.21) si las variables de diseño son discretas.
- Si la función objetivo es C_{us} :
 - Se consigue un diseño mejor con variables continuas, siendo $F_{obj,VC}$ un 9,6% menor que $F_{obj,VD}$ (Tabla 6.24).
 - Si se utiliza variables de diseño continuas, la diferencia entre el valor aproximado de $F_{obj,VC}$ y el real no es mayor que 0,89% (Tabla 6.14), y no mayor que un 0,92% (Tabla 6.22) si las variables de diseño son discretas.

6.4 DISEÑO ÓPTIMO DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA IPE200 HE160B CON VARIABLES CONTINUAS

El tercer ejemplo que se muestra tiene como objetivo obtener el diseño óptimo de la unión con chapa de testa extendida entre una viga IPE200 y una columna HE160B no rigidizada, considerando variables continuas. Esto permite a su vez, la comparación con los resultados obtenidos en el ejemplo de la sección 6.2 (misma unión con perfil de la viga diferente).

El modelo de elementos finitos utilizado (geometría, materiales, carga y condiciones de contorno) es el mismo de la sección 6.2.

6.4.1 Problema de optimización

El problema de optimización es el mismo que el de los ejemplos anteriores. Los valores mínimo y máximo que pueden adoptar las variables de diseño son los de la Tabla 6.1.

Solamente se considera la función objetivo que minimiza el coste de la unión para que ésta resista un $M_{j,Rd} \geq 50$ kNm y tenga una rigidez inicial $S_{j,ini} \geq 10000$ kNm/rad.

$$\min : C_{US} = C_p + C_t + C_s + C_m$$

Únicamente se utiliza el algoritmo de optimización RQP para obtener el diseño óptimo, ya que, en los ejemplos anteriores se ha visto que no existe una diferencia significativa entre utilizar el algoritmo RQP o GA.

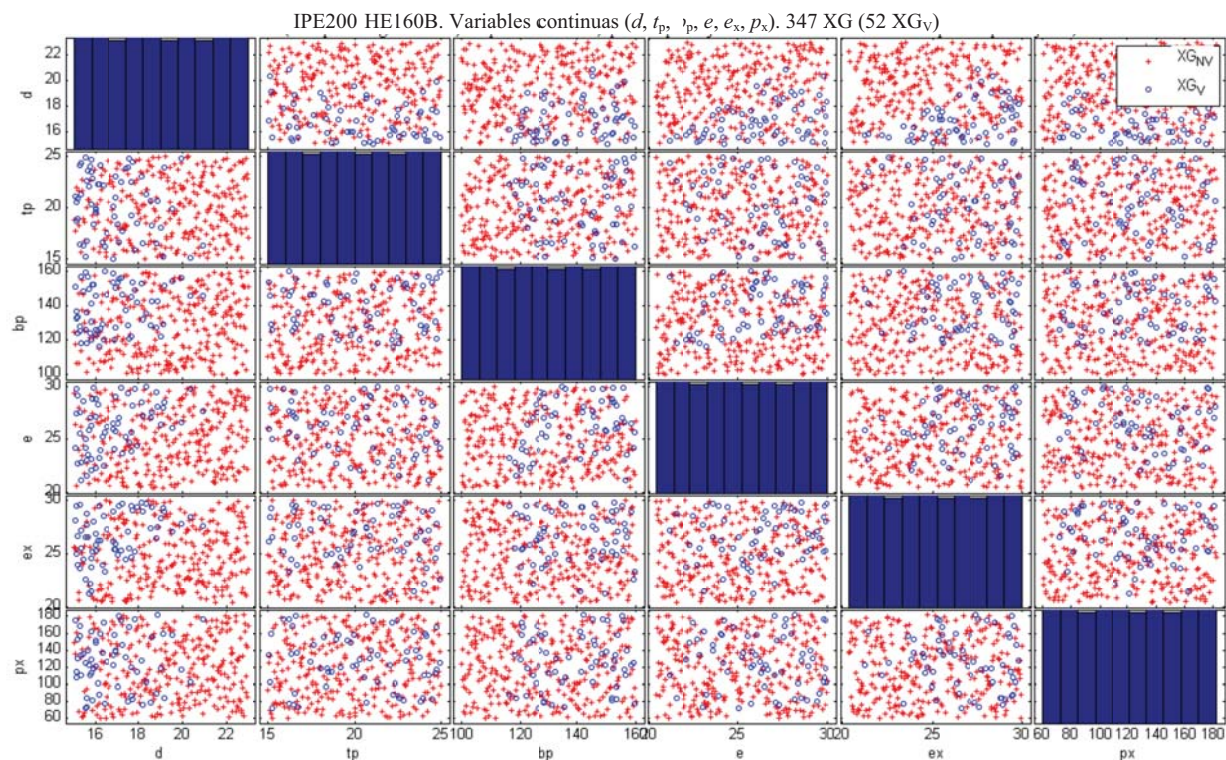
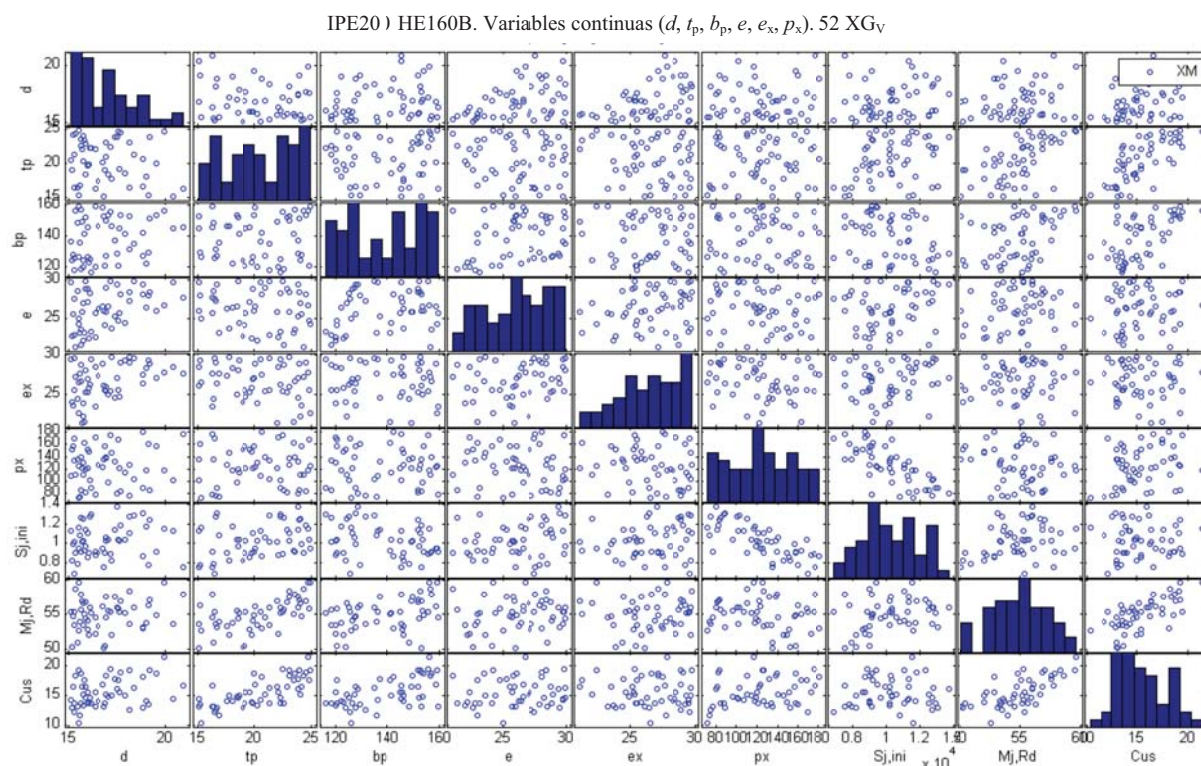
6.4.2 Modelo Kriging

Para obtener el diseño óptimo de la unión se generan, como en los ejemplos anteriores, dos modelos Kriging: KrLG y KrCG.

Para lograr una muestra XM con un mínimo de 50 XG_V, se generan inicialmente 196 XG. Para generar esta muestra se usa la técnica de muestreo LHS, efectuándose 10 iteraciones, sin suavizado y maximizando la distancia mínima entre puntos.

6.4.2.1 Muestra para obtener el modelo Kriging

La muestra generada con LHS se representa en la Figura 6.69. Se han generado 347 XG para conseguir 52 XG_V que cumplen las restricciones de la Tabla 6.2. En la Figura 6.70 se representa la muestra XM que contiene los 52 XG_V para generar los modelos Kriging para la función objetivo C_{US} y las restricciones $M_{j,Rd} \geq M_{j,Ed}$ y $S_{j,ini} \geq S_{j,Ed}$.

Figura 6.69. Generación de 347 XG con L IS para la función objetivo C_{US} .Figura 6.70. XM para la función objetivo C_{US} .

6.4.2.2 Puntos de validación

Para valorar la calidad del ajuste de los modelos Kriging se genera una muestra XM_V mediante LHS. A partir de los resultados de XM_V (reales y aproximados) se calculan: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos entre las respuestas. En la Figura 6.71 se representa la muestra XM_V con 18 XG_{PV} .

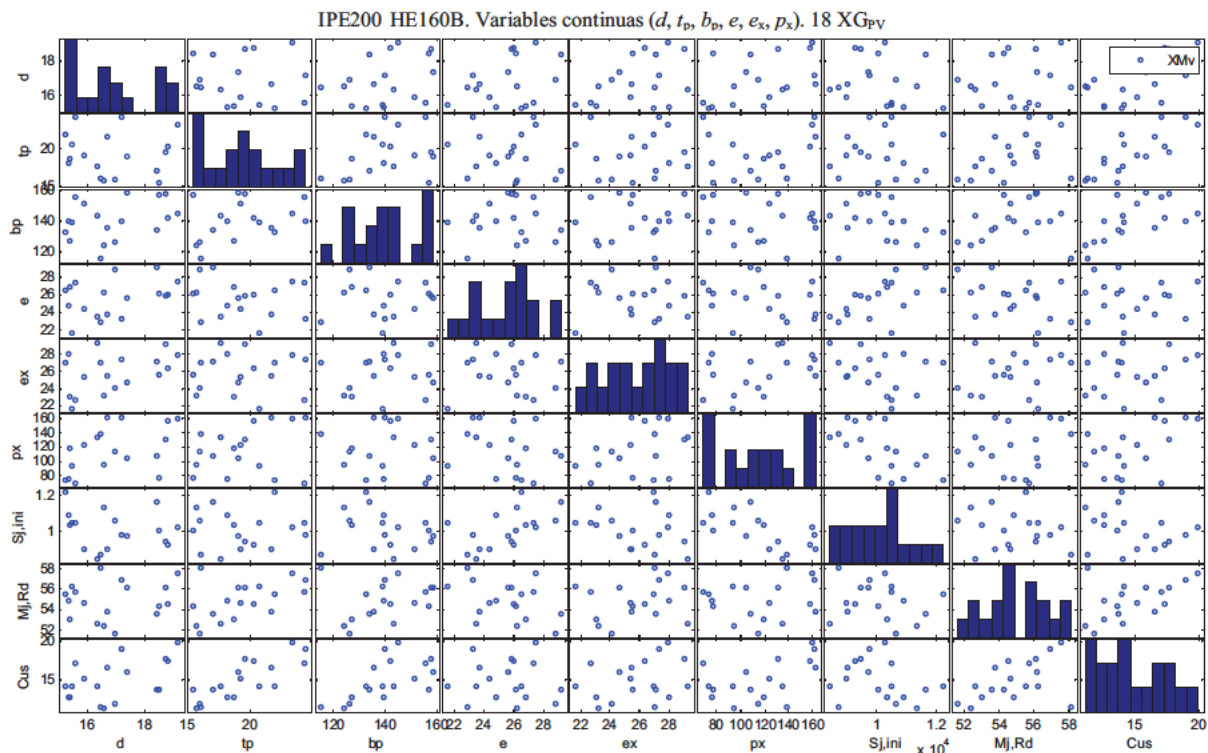


Figura 6.71. XM_V para la función objetivo C_{US} .

6.4.2.3 Influencia del modelo de regresión en el grado de precisión del modelo Kriging

Para analizar la influencia del modelo de regresión en el modelo Kriging, se comparan los valores de: R^2 , los errores absolutos y los errores relativos obtenidos, al comparar la respuesta real con la respuesta aproximada de la muestra XM_V .

En la Figura 6.72 se muestra un gráfico donde se compara la respuesta real y la respuesta aproximada con el modelo KrLG, y los errores del ajuste del modelo, para la función objetivo C_{US} . En la Figura 6.73 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

En la Tabla 6.25 se muestran los valores de R^2 , $RRMSE$, $errAbsMax$, $errAbsMed$, $errAbsStd$, $errRelMax$, $errRelMed$, $errRelStd$ obtenidos para la función objetivo C_{US} , utilizando los modelos KrLG y KrCG, y el modelo real.

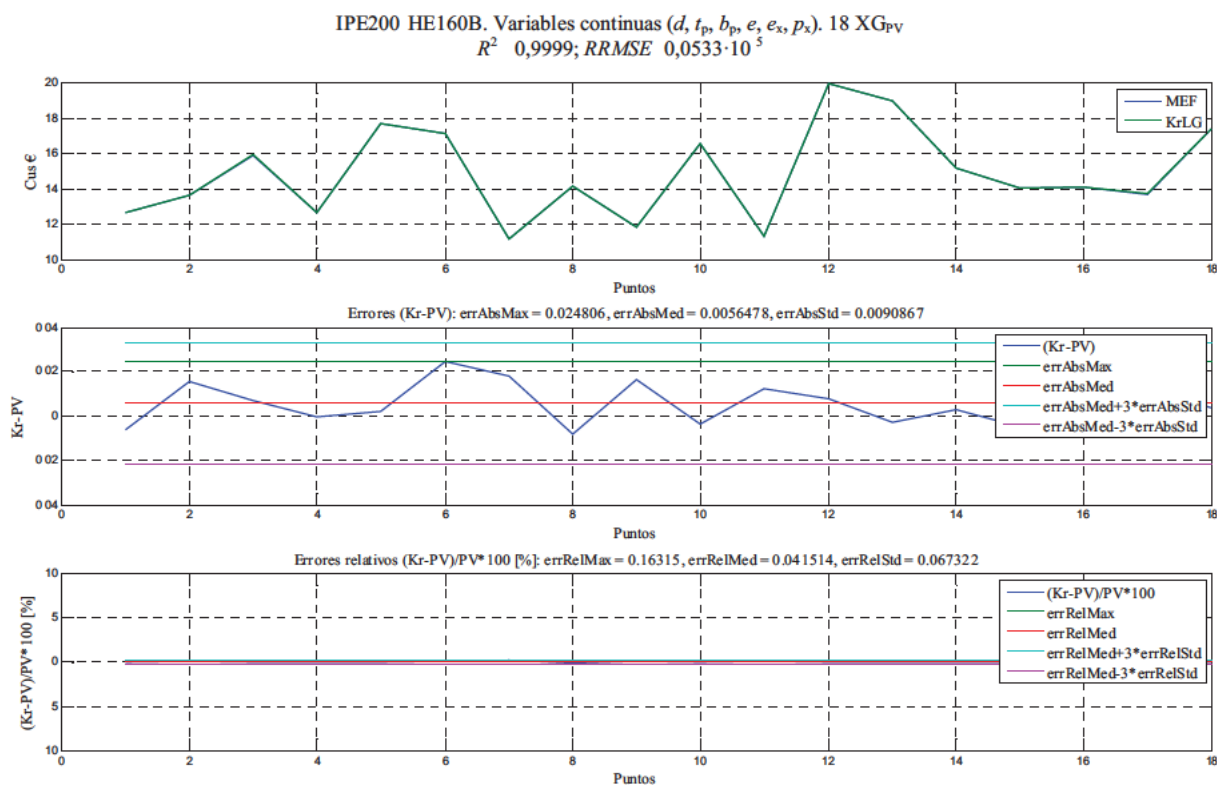


Figura 6.72. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrLG) y errores del ajuste para la función objetivo C_{US} .

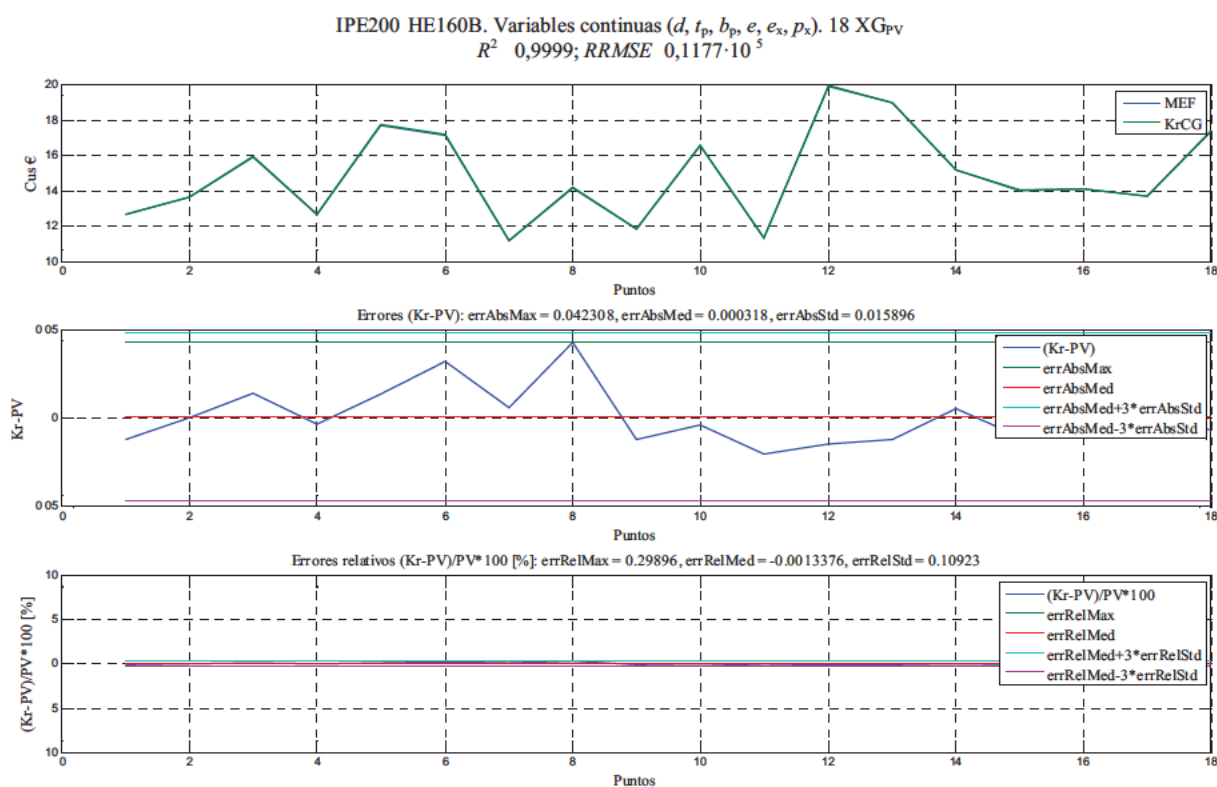


Figura 6.73. Respuestas reales (MEF), respuestas aproximadas (KrCG) y errores del ajuste para la función objetivo C_{US} .

Tabla 6.25. Resultados del ajuste con los modelos Kriging para la función objetivo y restricciones

	C_{US} (€)		$M_{j,Rd} \geq 50$ (kNm)		$S_{j,ini} \geq 10000$ (kNm / rad)	
	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
R^2	0,9999	0,9999	0,9887	0,9802	0,9896	0,9874
$RRMSE$	$0,05 \cdot 10^{-5}$	$0,12 \cdot 10^{-5}$	$3,29 \cdot 10^{-5}$	$5,78 \cdot 10^{-5}$	$38,84 \cdot 10^{-5}$	$4,68 \cdot 10^{-5}$
$errAbsMax$	0,0248	0,0423	0,6830	1,0408	314,6106	448,2889
$errAbsMed$	0,0056	0,0003	-0,0167	0,0494	-88,7044	8,5411
$errAbsStd$	0,0091	0,01590	0,3018	0,3979	160,3087	200,9240
$errRelMax$ (%)	0,1632	0,2990	1,2995	1,8720	4,6272	5,4263
$errRelMed$ (%)	0,0415	0,0013	-0,0304	0,0951	1,0690	-0,1586
$errRelStd$ (%)	0,0673	0,1092	0,5697	0,7168	1,8626	2,3402

Si se analizan los resultados mostrados en la Tabla 6.25 se observa que:

- La calidad de los ajustes, en todos los casos, es suficientemente buena para predecir la respuesta, siendo $R^2 > 0,98$.
- No se aprecia una diferencia significativa entre usar el modelo KrLG y el modelo KrCG.

6.4.3 Optimización

Para obtener el diseño óptimo de la unión se han utilizado los modelos KrLG y KrCG, y el algoritmo de optimización RQP.

Los parámetros usados para obtener los diseños óptimos son los de la Tabla 6.6.

6.4.3.1 Resultados de la optimización

En la Tabla 6.26 se muestran los valores de la función objetivo y de las variables de diseño obtenidos en el diseño óptimo.

 Tabla 6.26. Diseño óptimo con RQP para la función objetivo C_{US}

	KrLG	KrCG
Función objetivo (€)	9,3341	9,4304
d (mm)	15,0807	15,0807
t_p (mm)	15,0432	15,0432
b_p (mm)	116,1672	116,1672
e (mm)	24,0836	24,0836
e_x (mm)	21,2438	21,2438
p_x (mm)	71,4265	71,4265
Tiempo (seg)	13	7

En la Figura 6.74 se representan los esquemas de los diseños óptimos descritos en la Tabla 6.26.

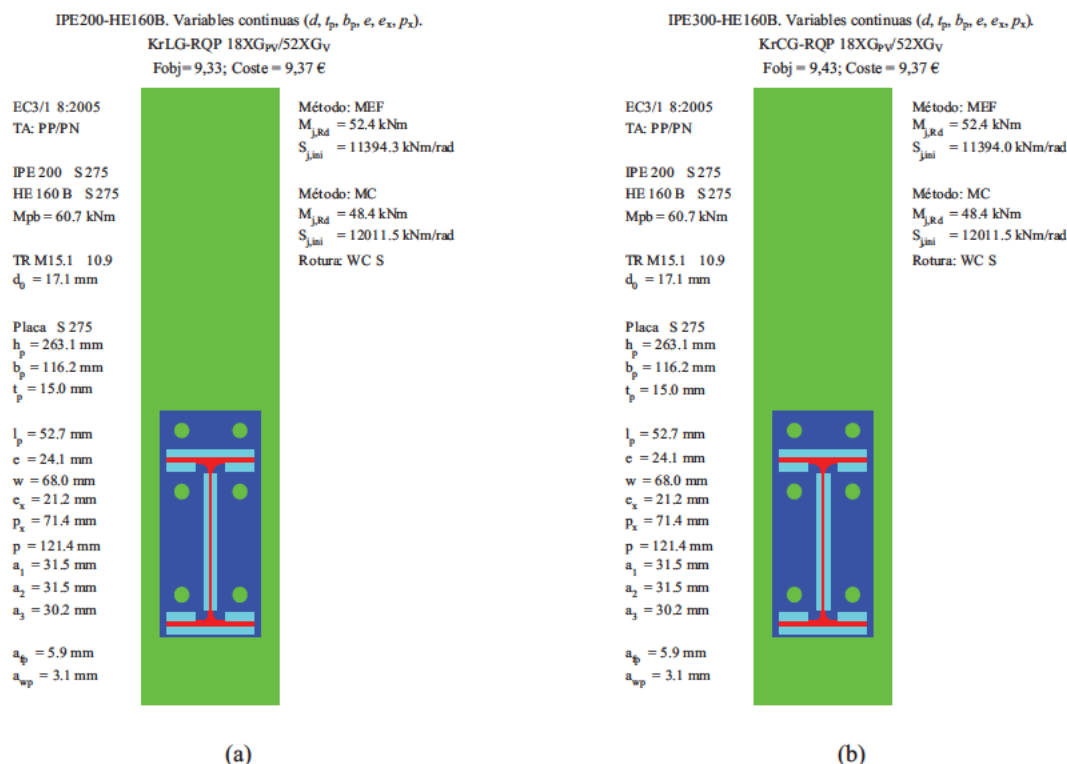


Figura 6.74. Diseño óptimo con el algoritmo RQP y el modelo: (a) KrLG; (b) KrCG.
Función objetivo C_{US} .

6.4.3.2 Análisis de los resultados de la optimización

En la Tabla 6.27 se muestran los valores de la función objetivo en el punto óptimo, obtenidos con los modelos aproximados (Kriging) y con el modelo real (MEF), y los errores relativos.

Tabla 6.27. Valores de la función objetivo C_{US} con RQP

	KrLG	KrCG
$F_{obj,aproximada} \text{ (€)}$	9,3341	9,4304
$F_{obj,real} \text{ (€)}$	9,3702	9,3702
$100 \left(\frac{F_{obj,real} - F_{obj,aproximada}}{F_{obj,real}} \right) \text{ (%)}$	0,3852	-0,6425

Analizando la Tabla 6.27 y la Figura 6.74 se observa que:

- Si el modelo Kriging es KrLG, el valor aproximado de la función objetivo es 0,38% menor que el valor real. Sin embargo, si el modelo Kriging es KrCG el valor aproximado es 0,64% mayor que el valor real.
- La diferencia entre la $F_{obj,aproximada}$ conseguida con el modelo KrLG y el modelo KrCG es mínima (en ninguno de los casos supera el 1,03%).

- Se ha obtenido el mismo diseño (valores de las variables iguales) con KrLG y KrCG, aunque el valor de la función objetivo aproximado no resulta el mismo.
- En los dos diseños óptimos analizados con el MC, el componente más débil de la unión es el alma de la columna a cortante (WC-S). Por lo que se puede decir que, todos los diseños óptimos tienen capacidad rotacional suficiente.

6.4.3.3 Sensibilidad del diseño óptimo respecto de las variables de diseño

Al igual que en los ejemplos anteriores, se estudia la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación del valor de cada variable con el propósito de obtener unos ábacos de diseño.

En la Figura 6.75 se muestran las gráficas donde se puede observar la influencia que tiene cada una de las variables de diseño en el óptimo, utilizando el modelo KrLG y el algoritmo RQP, y en la Figura 6.76 se muestran los mismos resultados utilizando el modelo KrCG.

Analizando estas figuras se observa que:

- Las variables d , t_p y b_p son las que más influyen y tienden a disminuir sus valores.
- Las variables e , e_x y p_x tienen una influencia mínima en el diseño óptimo si se comparan con el resto de variables.

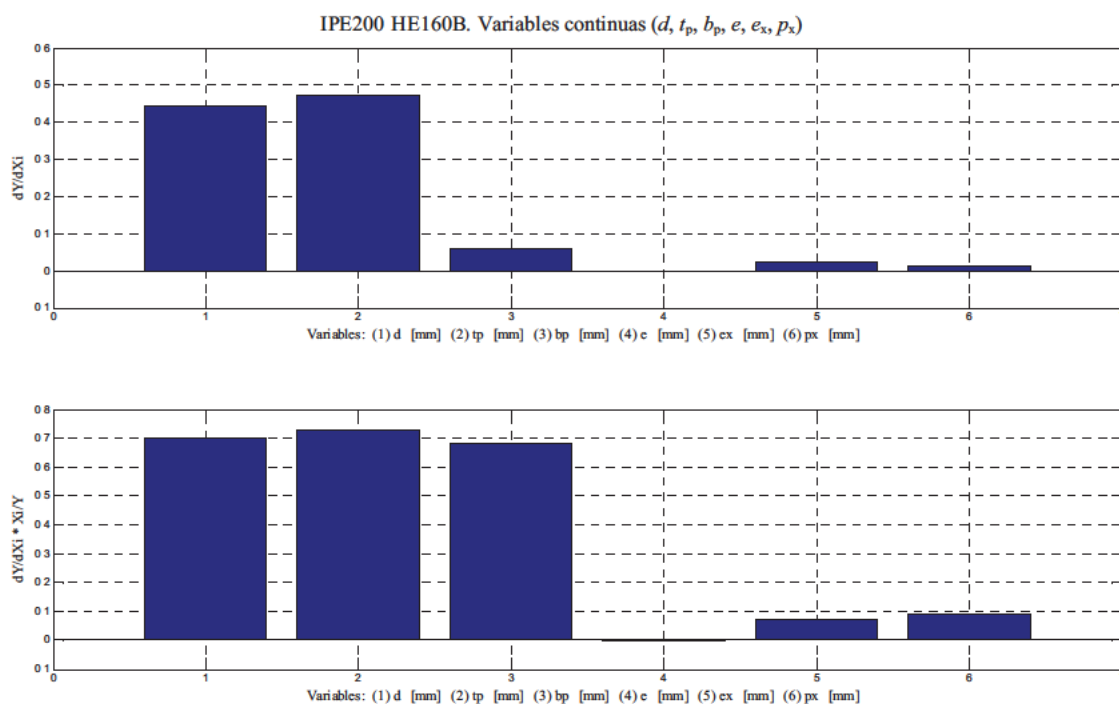


Figura 6.75. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrLG y algoritmo RQP.

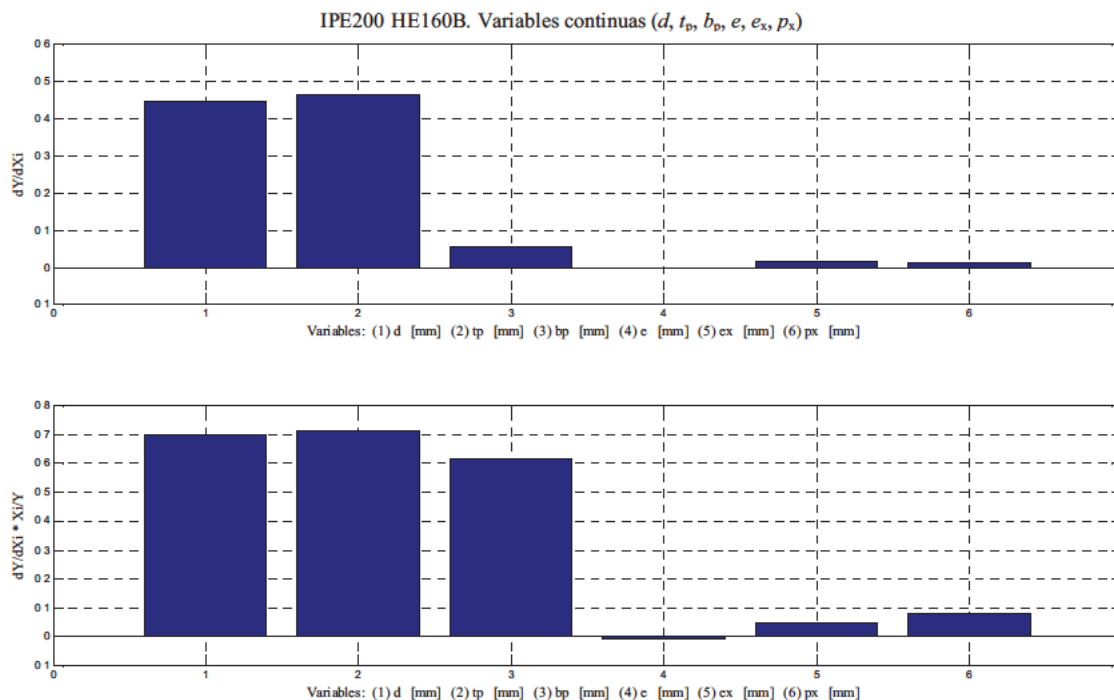


Figura 6.76. Sensibilidad del diseño óptimo para la función objetivo C_{US} , modelo KrCG y algoritmo RQP.

6.4.3.4 Comparación entre el uso de distintos perfiles de vigas con variables continuas

En la Tabla 6.28 se muestra un resumen del ajuste de los modelos Kriging obtenidos para los ejemplos resueltos en las secciones anteriores con la función objetivo C_{US} , variables continuas y el algoritmo de optimización RQP.

Tabla 6.28. Valores de R^2 y errores relativos para la función objetivo C_{US} utilizando variables continuas y RQP

Perfil viga	IPE300		IPE200	
Modelo Kriging	KrLG	KrCG	KrLG	KrCG
R^2	0,9997	0,9999	0,9999	0,9999
$100 \left(\frac{F_{\text{obj,real}} - F_{\text{obj,aproximada}}}{F_{\text{obj,real}}} \right) (\%)$	0,8812	-0,0871	0,3852	-0,6425

Las conclusiones que se extraen tras analizar las Tablas 6.14, 6.27 y 6.28 para la función objetivo C_{US} son:

- La calidad del ajuste de los modelos Kriging utilizando variables continuas resulta similar, siendo todos los modelos suficientemente buenos para predecir la respuesta ($R^2 \geq 0,99$).
- El perfil de la viga (IPE200 o IPE300) no introduce una diferencia significativa en la calidad del ajuste de los modelos Kriging.

- La diferencia entre el valor aproximado y el real de la función objetivo C_{US} no supera el 0,89%.
- La diferencia entre la $F_{obj,aproximada}$ conseguida con el modelo KrLG y el modelo KrCG es mínima (en ninguno de los casos supera el 1,66%).

6.5 ÁBACOS DE DISEÑO

Analizar el comportamiento de una unión para obtener el momento resistente y/o la rigidez es un trabajo laborioso y complejo. Incluso utilizando un método mecánico-analítico, como el método de los componentes.

Quizás, para un diseñador de estructuras, lo más interesante sería poder obtener de forma sencilla y rápida, la configuración de una unión (parámetros geométricos, disposición geométrica de los tornillos, materiales, etc.), para que no solamente resista los esfuerzos que debe de transmitir, sino que además el diseño obtenido resulte óptimo según el criterio que él haya elegido.

Para conseguir este objetivo es necesario contar con ábacos de diseño. Una característica deseable es que el ábaco sea lo menos complejo posible. El número y las posibilidades de estos ábacos resultan prácticamente ilimitados. Por lo tanto, es necesario acotar el número de ábacos, a aquellos que relacionan los criterios y las variables con mayor repercusión en el diseño.

En las secciones anteriores se ha estudiado la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación de los valores de las variables de diseño, obteniendo como principales conclusiones:

- Para todos los casos, las variables e_x y p_x tienen una influencia mínima en el diseño óptimo si se comparan con el resto de variables.
- Si el objetivo es minimizar $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$, las variables que tienen mayor influencia son d , t_p y b_p .
- Si el objetivo es minimizar $-S_{j,ini}$, las variables con mayor influencia son d , t_p , b_p y e . Las variables d , t_p y e tienden a adoptar sus valores máximos. Por el contrario, las variables b_p y p_x tienden a disminuir, aunque la influencia de p_x es menor.
- Si el objetivo es conseguir una unión que resista un momento determinado ($M_{j,Ed}$) y tenga una cierta rigidez inicial ($S_{j,Ed}$) con un coste mínimo, las variables d , t_p y b_p son las que más influyen y tienden a disminuir sus valores.

A partir de este estudio, se ha decidido que los ábacos con mayor utilidad serían aquellos que relacionan las variables d , t_p y b_p .

A continuación, se presentan algunos de los posibles ábacos de diseño para la columna HE160B y un conjunto de perfiles para la viga IPE(200-220-270-300), utilizando:

- Tornillos de métrica M20 y M16 (pretensados y calidad 10.9)
- Valores para b_p : máximo (b_c) y mínimo ($b_{p,min}$).

Para obtener los ábacos se ha elegido un modelo KrLG y variables continuas. Para cada perfil de viga se han obtenido dos modelos KrLG: uno para obtener el momento resistente (con la función objetivo: minimizar $M_{pl,b}/M_{j,Rd}$) y otro para obtener la rigidez inicial de la unión (con la función objetivo: minimizar $-S_{j,ini}$).

En la Tabla 6.29 se muestra el valor de R^2 y el número de puntos XG_V y XG_{PV} para cada modelo Kriging, utilizando una muestra que cumple las restricciones de la Tabla 6.2 y los límites (máximo y mínimo) de las variables indicados en la Tabla 6.1.

Tabla 6.29. Muestra y ajuste de los modelos KrLG para la obtención de ábacos de diseño

Perfil viga	XG_V	XG_{PV}	$R^2 (M_{pl,b}/M_{j,Rd})$	$R^2 (-S_{j,ini})$
IPE300	56	25	0,9883	0,9880
IPE270	71	25	0,9789	0,9916
IPE240	52	20	0,9829	0,9942
IPE220	66	26	0,9700	0,9830
IPE200	52	18	0,9829	0,9896

En resumen, estos ábacos van a permitir:

- Partiendo de unos parámetros conocidos, por ejemplo, el espesor de la chapa y el diámetro de los tornillos, obtener el momento resistente ($M_{j,Rd}$) y/o la rigidez inicial ($S_{j,ini}$) de la unión, o
- Conociendo el valor de $M_{j,Rd}$ o $S_{j,ini}$ de la unión, obtener las propiedades geométricas de la unión (d , t_p y b_p).

En la Tabla 6.30 se muestran los parámetros geométricos utilizados para obtener el ábaco de diseño para uniones viga-columna IPE(200-220-270-300)–HE160B con chapa de testa extendida, tornillos pretensados de M20 y calidad 10.9, y con $b_p = b_c$. En la Figura 6.77 se muestra el ábaco de diseño para este tipo de uniones.

Los valores del resto de parámetros geométricos se han fijado de forma que cumplan los valores límite según la norma EC3-1-8:2005 y siguiendo las conclusiones extraídas de los análisis de resultados y estudios de sensibilidad. En función del diámetro de los tornillos, estos valores son

$$\begin{aligned}
 e &= e_x = 1,5d \\
 a_1 &= a_2 = a_3 \cong 2d \\
 p_x &= t_{fb} + a_1 + a_2
 \end{aligned}$$

Otro ábaco que se presenta en la Figura 6.78 es el obtenido con los mismos parámetros de la Tabla 6.28 y con el ancho de la chapa de testa el mínimo valor que puede adoptar b_p (Tabla 6.31)

$$b_p = b_{p,\min} \geq \max \begin{cases} b_b \\ 2e + 2,2d_0 \\ 2e + 2m + t_{wb} \end{cases}$$

 Tabla 6.30. Parámetros geométricos para uniones con tornillos M20, calidad 10.9 y $b_p = b_c$



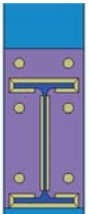
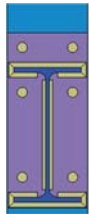



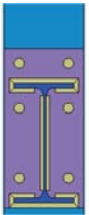
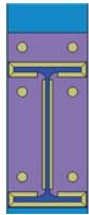

	IPE200	IPE220	IPE240	IPE270	IPE300
					
b_p (mm)	160	160	160	160	160
h_p (mm)	280	300	320	350	380
e (mm)	30	30	30	30	30
e_x (mm)	30	30	30	30	30
p_x (mm)	90	90	90	90	90
a_1 (mm)	40	40	40	40	40

 Tabla 6.31. Parámetros geométricos para uniones con tornillos M20, calidad 10.9 y $b_{p,\min}$

	IPE200	IPE220	IPE240	IPE270	IPE300
					
b_p (mm)	146	146	147	147	150
h_p (mm)	280	300	320	350	380
e (mm)	30	30	30	30	30
e_x (mm)	30	30	30	30	30
p_x (mm)	90	90	90	95	90
a_1 (mm)	40	40	40	40	40

En la Tabla 6.32 se muestran los parámetros geométricos utilizados para obtener el ábaco de diseño para uniones viga-columna PE(200-220-270-300)-HE160B con chapa de testa extendida, tornillos pretensados de M16 y calidad 10.9, y con $b_p = b_c$. En la Figura 6.79 se muestra el ábaco de diseño para este tipo de uniones.

En la Figura 6.80 se muestra el ábaco obtenido con los parámetros de la Tabla 6.32 y con el ancho de la chapa de testa el mínimo valor que puede adoptar b_p (Tabla 6.33).

Tabla 6.32. Parámetros geométricos para uniones con tornillos M16, calidad 10.9 y $b_p = b_c$



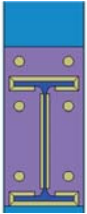
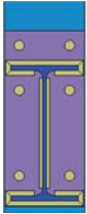



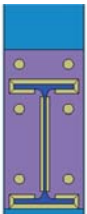
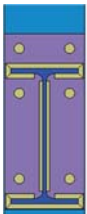

	IPE200	IPE220	IPE240	IPE270	IPE300
					
b_p (mm)	160	160	160	160	160
h_p (mm)	267	237	307	337	367
e (mm)	25	25	25	25	25
e_x (mm)	25	25	25	25	25
p_x (mm)	75	75	75	75	75
a_1 (mm)	32	32	32	32	32

Tabla 6.33. Parámetros geométricos para uniones con tornillos M16, calidad 10.9 y $b_{p, \min}$

	IPE200	IPE220	IPE240	IPE270	IPE300
					
b_p (mm)	120	120	121	135	150
h_p (mm)	267	237	307	337	367
e (mm)	25	25	25	25	25
e_x (mm)	25	25	25	25	25
p_x (mm)	75	75	75	75	75
a_1 (mm)	32	32	32	32	32

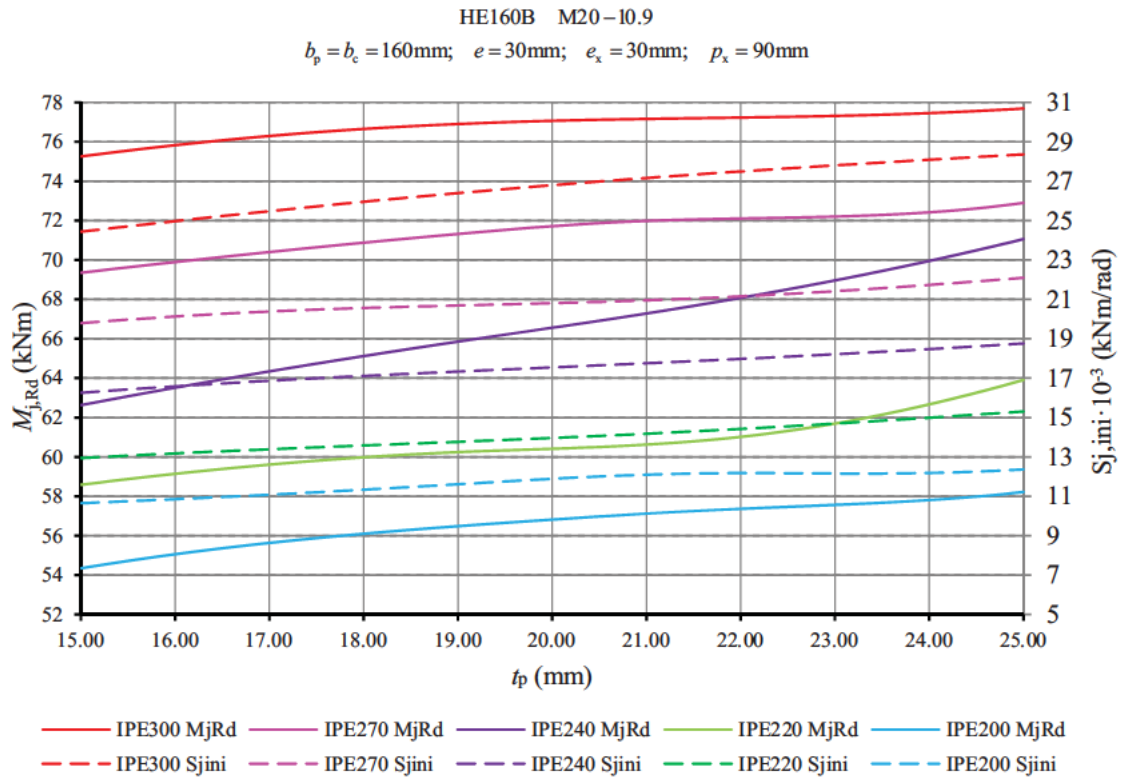


Figura 6.77. Ábaco ($M_{j,Rd} - t_p - S_{j,ini}$): IPE(200-220-270-300)-HE160B para M20-10.9 y $b_p = b_c$.

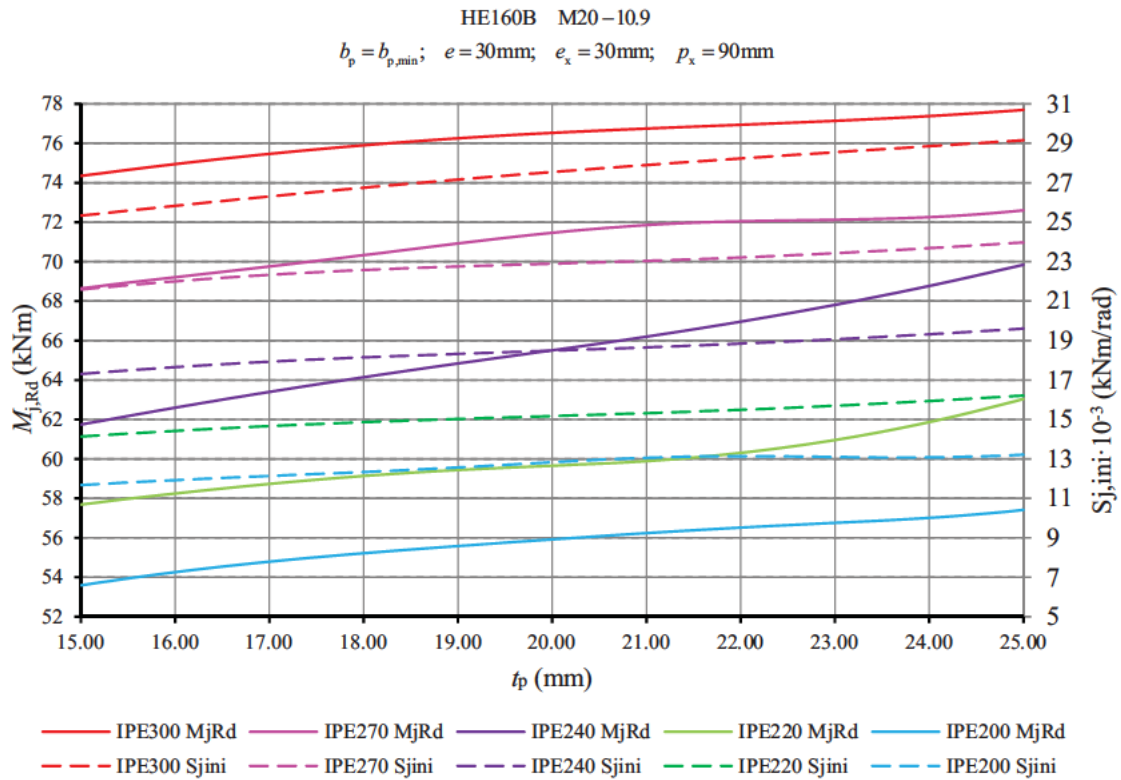


Figura 6.78. Ábaco ($M_{j,Rd} - t_p - S_{j,ini}$): IPE(200-220-270-300)-HE160B para M20-10.9 y $b_p = b_{p,min}$.

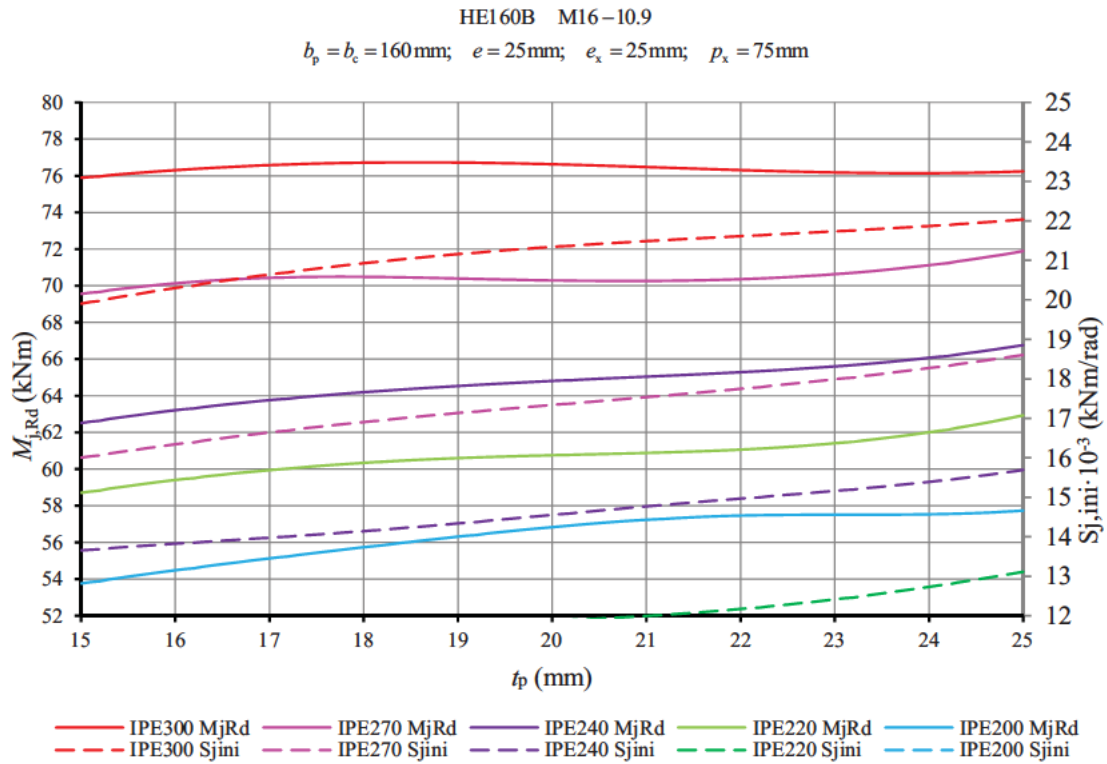


Figura 6.79. Ábaco ($M_{j,Rd} - t_p - S_{j,ini}$): IPE(200-220-270-300)–HE160B para M16-10.9 y $b_p = b_c$.

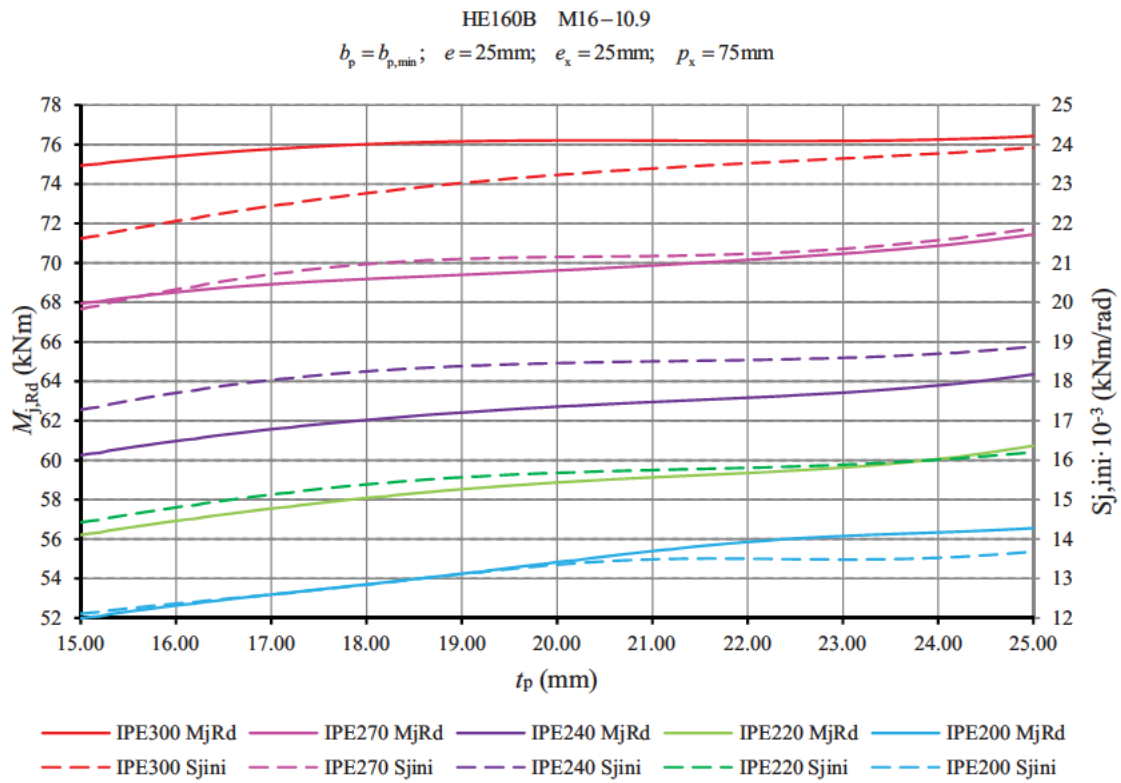


Figura 6.80. Ábaco ($M_{j,Rd} - t_p - S_{j,ini}$): IPE(200-220-270-300)–HE160B para M16-10.9 y $b_p = b_{p,min}$.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hace un resumen del trabajo de investigación realizado en esta tesis, se exponen los resultados, las conclusiones y aportaciones originales, y se proponen trabajos futuros como continuación de la línea de investigación seguida.

7.2 TRABAJO REALIZADO

Durante el desarrollo de esta tesis se han realizado los siguientes trabajos:

- Revisión bibliográfica de artículos en revistas, libros, congresos, y normativa relacionados con el comportamiento de uniones semirrígidas en estructuras metálicas y simulación numérica de uniones mediante elementos finitos.
- Revisión de los conceptos necesarios para predecir y representar la curva momento-rotación mediante modelos experimentales, empíricos, analíticos, mecánicos y numéricos.
- Revisión de los conceptos necesarios para obtener la rigidez, la resistencia, la capacidad de rotación y la clasificación de una unión.
- Descripción del modelo mecánico-analítico propuesto en el Eurocódigo 3, denominado método de los componentes, para obtener la rigidez y la resistencia de una unión viga-columna con chapa de testa extendida atornillada al ala de la columna continua y sin rigidizar.
- Desarrollo, implementación y validación de un modelo numérico, basado en el método de los elementos finitos, para obtener la curva momento-rotación de una unión viga-columna.
- Revisión bibliográfica sobre la aplicación de los metamodelos para sustituir modelos numéricos computacionalmente costosos, incluyendo: método de muestreo (Hipercubo Latino), modelos Kriging y algoritmos de optimización (programación matemática y genéticos) para el diseño óptimo.

- Implementación de la metodología (mediante el programa Matlab) para obtener el diseño óptimo de uniones viga-columna atornilladas con chapa de testa extendida, a partir de un modelo de elementos finitos (elaborado con el programa ANSYS), un modelo Kriging y los algoritmos de optimización de programación matemática (RQP) y genético (GA).
- Aplicación de la metodología implementada para el diseño óptimo de las uniones viga-columna IPE300-HE160B e IPE200-HE160B utilizando variables de diseño continuas.
- Aplicación de la metodología implementada para el diseño óptimo de la unión viga-columna IPE300-HE160B utilizando variables de diseño discretas.
- Análisis y comparación de los resultados obtenidos.
- Elaboración de un conjunto de ábacos para el diseño de uniones IPE(200-220-270-300)-HE160B.

7.3 CONCLUSIONES

Las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de esta tesis han sido expuestas a lo largo de los capítulos anteriores. A continuación se recogen aquellas que se han considerado más importantes para el objetivo de la tesis.

Una vez estudiada la bibliográfica existente acerca del comportamiento de las uniones semirrígidas, se extraen las siguientes conclusiones:

- Para introducir el comportamiento real de una unión en el análisis de una estructura, es necesario considerar el comportamiento semirrígido de la unión. Esto posibilita obtener un ahorro significativo en el coste total de la estructura.
- Las uniones semirrígidas, si se comparan con las uniones rígidas y articuladas, son las que presentan un mayor equilibrio entre el coste de mano de obra y del material (Cabrero, 2006).
- El coste total de una estructura de acero (ITEA, 2000) se puede dividir en costes de material (20-40%) y mano de obra (60-80%). El coste de las uniones puede llegar a alcanzar el 40% del coste total de la estructura. Por ello, es importante considerar el comportamiento real de la unión en el análisis de la estructura.
- El uso de modelos simplificados (p.ej. Frye y Morris, 1975) tiene como principal inconveniente que la resistencia y la rigidez rotacional de una unión no se corresponden, exactamente, con las de la unión real.
- Las normas actuales permiten analizar, mediante el método de los componentes, el comportamiento real de las uniones a partir de una curva momento-rotación, y considerar su efecto tanto en la resistencia de la unión como en el comportamiento global de la estructura.
- La unión viga-columna con chapa de testa extendida es la unión semirrígida sin rigidizadores con mayor rigidez y resistencia. Es una unión sencilla de fabricar y de

montar, y combina las ventajas del trabajo de soldadura en taller con el atornillado en obra. Es una de las uniones más utilizadas en estructuras metálicas.

- Los modelos experimentales son los más fiables para obtener información global sobre el comportamiento rotacional de una unión. El principal inconveniente de estos modelos es su elevado coste, quedando reservados para la investigación y la validación de los resultados obtenidos mediante métodos teóricos, analíticos, mecánicos, o numéricos.
- El análisis por elementos finitos probablemente es el más adecuado para investigar la respuesta rotacional de una unión, aunque resulta costoso realizar una simulación numérica completa. Sin embargo, es más económico y sencillo que ensayar con un modelo experimental.

A partir de estas conclusiones se decide realizar un modelo numérico para estudiar el comportamiento de uniones viga-columna con chapa de testa extendida, atornillada al ala de la columna sin rigidizar mediante tres filas de tornillos. Antes de generar el modelo numérico se realiza previamente un estudio sobre los modelos existentes en la bibliografía. Del estudio realizado se extraen las siguientes conclusiones:

- El uso de elementos 3D permite introducir de forma más sencilla y detallada fenómenos como: contacto, plasticidad, grandes deformaciones, grandes desplazamientos, etc.
- Los elementos hexaédricos permiten obtener soluciones con exactitud similar a los elementos tetraédricos, pero con un coste computacional menor. Estos elementos tienen una sensibilidad menor a la orientación del mallado, siendo recomendable su uso en problemas con dificultades de convergencia.
- Los elementos de primer orden, a pesar de su menor eficiencia para problemas donde domina la flexión (p.ej. bloqueo por cortante), resultan muy adecuados en problemas con contacto y no linealidades geométricas, a lo que se añade su menor coste computacional.
- Los elementos sólidos de primer orden con integración completa pueden sobrestimar la rigidez de la estructura. Para solucionar este inconveniente se propone utilizar las funciones de forma auxiliares incompatibles (Zienkiewicz y Taylor, 2004). Los grados de libertad internos aumentan ligeramente el coste computacional, pero resultan más económicos que el uso de elementos de segundo orden. La integración completa impide el efecto hourglassing.
- La unión viga-columna estudiada es un problema dominado por la flexión. Bursi y Jaspar (1998) demuestran que, para este tipo de problemas, se necesitan al menos tres capas de elementos para reproducir adecuadamente el comportamiento de la sección.
- Para modelar correctamente una unión atornillada es necesario aplicar una precarga a los tornillos para simular el apriete. Para ello, se pueden utilizar: elementos viga conectados por elementos rígidos sometidos a tensiones de compresión (Sherbourne y Bahaari, 1997), elementos de pretensado (Abolmaali et al., 2005; Razavi et al., 2007),

análisis térmico con variaciones de temperatura para introducir tensiones equivalentes al efecto del apriete (Pirmoz et al., 2008), etc.

- El coeficiente de rozamiento entre las superficies que entran en contacto, tiene una influencia mínima en el comportamiento de las uniones con chapa de testa extendida (Bursi y Jaspar, 1998; Citipitioglu et al., 2002), aunque aumenta su influencia en la zona plástica.

A partir de las conclusiones de este estudio se decide utilizar: elementos hexaédricos de primer orden con ocho nodos (3 grados de libertad por nodo) e integración completa con funciones de forma auxiliares incompatibles, elementos de pretensado para simular el apriete de los tornillos, y elementos de contacto para tener en cuenta la interacción entre superficies.

Los resultados obtenidos con el modelo numérico muestran que:

- El modelo numérico permite obtener, una vez validado con ensayos experimentales, una aproximación adecuada de la curva momento-rotación, con un coste económico inferior al de un modelo experimental, pero con un coste computacional superior al del método de los componentes.
- Si se compara la deformada del modelo numérico con la obtenida experimentalmente se demuestra que el modelo numérico reproduce fielmente el modo de fallo y las deformaciones producidas en el modelo experimental.
- Para los 25 modelos de uniones estudiados (viga IPE300 y columna HE160B), la rigidez inicial y la resistencia de la unión obtenida con el modelo numérico son (por término medio) un 7,01% y un 4,45%, respectivamente, mayores que las obtenidas con el método de los componentes.

En este trabajo, los metamodelos se muestran como una alternativa a la simulación numérica, aportando robustez, amplia aplicabilidad, mínimo coste computacional, etc., lo que permite obtener una respuesta aproximada de forma más rápida que utilizando el modelo real.

Del análisis de los resultados obtenidos se extrae que:

- El método de muestreo Hipercubo Latino, utilizado en este trabajo, permite generar de forma sencilla y en un tiempo razonable una muestra aleatoria uniforme de tamaño controlable.
- La metodología DACE, basada en el tratamiento de errores sistemáticos, permite generar un metamodelo, utilizando Hipercubo Latino y un modelo Kriging, con un nivel de precisión suficientemente bueno ($R^2 > 0,97$).
- La calidad del ajuste de los modelos Kriging al usar variables continuas o discretas son similares ($R^2 > 0,97$).
- A través del proceso de validación del metamodelo se demuestra que la calidad del ajuste del modelo Kriging depende de la función a aproximar, y que la diferencia entre usar el modelo KrLG y el modelo KrCG es mínima.

Para la resolución del diseño óptimo de uniones viga-columna se acoplan las técnicas de metamodelado, integrando el modelo numérico generado y el modelo Kriging ajustado, y las técnicas de optimización. El problema de optimización se resuelve mediante programación matemática y algoritmos genéticos. Del análisis de los resultados obtenidos se extrae que:

- A pesar de la capacidad de los actuales ordenadores, el coste computacional para obtener un diseño óptimo utilizando un modelo de elementos finitos es todavía elevado. Por ejemplo, en este trabajo, un algoritmo genético con una población de 24 individuos y 60 generaciones invertiría 1040 análisis para determinar el óptimo, lo que supondría aproximadamente 2080 horas. Por el contrario, para generar el metamodelo se necesitan 56 análisis y 25 más para su validación (162 horas), invirtiendo menos de 60 segundos para conseguir el óptimo. En el caso de utilizar RQP, para un número máximo de 630 evaluaciones, se necesitarían aproximadamente 1260 horas.
- Para los ejemplos estudiados, la diferencia máxima entre el valor de la función objetivo utilizando el algoritmo RQP o el GA es solo un 2%.
- La diferencia entre el valor de la función objetivo real y la aproximada, en todos los ejemplos estudiados, no supera el 3,3%.
- Mediante el estudio de la sensibilidad del diseño óptimo frente a la variación de las variables de diseño, se demuestra que las variables con mayor influencia son el diámetro del tornillo (d), el espesor (t_p) y el ancho de la chapa de testa (b_p).
- Para todos los casos estudiados, las variables e_x y p_x tienen una influencia mínima en el diseño óptimo si se comparan con el resto de variables.
- Si el objetivo es obtener el diseño de mayor momento resistente, las variables que tienen mayor influencia son d , t_p y b_p . La distancia horizontal del eje del tornillo al borde de la chapa (e) tiene una influencia mínima.
- Si el objetivo es obtener el diseño de mayor rigidez, las variables con mayor influencia son d , t_p , b_p y e . Las variables d , t_p y e tienden a adoptar sus valores máximos. Por el contrario, las variables b_p y p_x tienden a disminuir.
- La distancia horizontal entre los tornillos (w) y la distancia vertical entre la fila de tornillos 1 y 2 (p_x) cuando el objetivo es obtener el diseño de mayor rigidez, presentan valores más pequeños que si el objetivo es obtener el diseño de mayor momento resistente.
- La diferencia en el valor de la función objetivo utilizando variables continuas o discretas depende del objetivo. Si el objetivo es obtener el diseño de mayor momento resistente, la diferencia no supera el 1,42%. Sin embargo, si el objetivo es minimizar el coste de la unión, la función objetivo es un 9,6% menor utilizando variables continuas que utilizando variables discretas.

7.4 APORTACIONES ORIGINALES

A continuación se detallan las aportaciones originales llevadas a cabo durante la presente tesis:

- Se presenta un modelo de elementos finitos tridimensional de detalle para uniones semirrígidas viga-columna con chapa de testa extendida, atornillada al ala de la columna sin rigidizar. El objetivo del modelo es reproducir correctamente el comportamiento de la unión, para ello se introducen muchos de los aspectos más complejos que presentan este tipo de uniones, tales como: el contacto y el rozamiento entre los distintos elementos (cabeza del tornillo y chapa de testa, tuerca del tornillo y ala de la columna, vástago del tornillo y chapa de testa, y vástago del tornillo y ala de la columna), el pretensado de los tornillos, material con comportamiento no lineal, y grandes desplazamientos. Otro aspecto a resaltar es que la conexión entre la viga y la chapa de testa se realiza, exclusivamente, a través de los cordones de soldaduras. Estas características permiten incluir la deformación de la columna, el efecto de plastificación de los componentes, el contacto entre elementos (fricción y deslizamiento), y la deformación y el fallo de los tornillos.
- Con el objetivo de reducir el coste computacional que conlleva el acoplamiento de las técnicas numéricas de optimización y las del análisis por elementos finitos, se presenta una metodología original para el diseño óptimo de uniones semirrígidas viga-columna con chapa de testa extendida, mediante la integración del análisis por elementos finitos, los metamodelos y las técnicas de optimización. El metamodelo se construye a partir un conjunto de puntos del espacio de diseño y un modelo Kriging. Estos puntos son generados mediante el método de muestreo Hipercubo Latino y analizados con el modelo numérico propuesto.
Con esta metodología se proporciona al diseñador un instrumento que le permite obtener el diseño óptimo de una unión, de forma más rápida que utilizando el modelo real.
- Se han obtenido conclusiones originales sobre la sensibilidad en el óptimo respecto a las variables de diseño, lo que permite reconocer al diseñador las variables que más influyen en el diseño óptimo de la unión.
- Elaboración de ábacos de diseño. A partir de las conclusiones obtenidas sobre el estudio de sensibilidad se han elaborado una serie de ábacos, relación momento resistente y/o rigidez de la unión, que permiten al diseñador obtener, para distintos criterios de diseño, la configuración óptima de la unión de forma rápida y sencilla.
Estos ábacos son un ejemplo de los muchos que se pueden obtener con la herramienta desarrollada.

7.5 TRABAJOS FUTUROS

Como continuación del trabajo desarrollado en esta tesis, se proponen las siguientes líneas de trabajos futuros:

- 1 Incorporar el efecto de las tensiones residuales y las imperfecciones geométricas en el modelo de elementos finitos.
- 2 Realizar el estudio para uniones tridimensionales: vigas en dos direcciones ortogonales.
- 3 Realizar el diseño óptimo teniendo en cuenta las incertidumbres en los valores de las variables de diseño, las propiedades de los materiales y las cargas.
- 4 Incorporar el proceso de diseño óptimo de uniones en el diseño y análisis de estructuras planas y espaciales.

Referencias bibliográficas

- Abbott, B.J., Richard, R.M. Versatile elastic-plastic stress-strain formula, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, **101**(4), 511-515, 1975.
- Abolmaali, A., Matthys, J.H. , Farooqi, M., Choi, Y. Development of moment rotation model equations for flush end-plate connections, *Journal of Constructional Steel Research* **61**, 1595-1612, 2005.
- AISC-ASD. *Specifications for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel*, Chicago, Illinois, 1980.
- AISC-ASD. *Specifications for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel*, Chicago, Illinois, 1989.
- Al-Jabri, K.S., Seibi, A., Karrech, A. Modelling of unstiffened flush end-plate bolted connections in fire, *Journal of Constructional Steel Research*, **62**, 151-159, 2006.
- Altman, W. G., Azizinamini, A., Bradburn, J.H., Radziminski, J.B. *Moment-Rotation Characteristics of Semi-Rigid Steel Beam-Column Connections*, Civil Engineering Department, University of South Carolina, 1982.
- Amago, T. Sizing optimization using response surface method in FOA, *Technical Journal: R&D Review*. Special Issue, First Order Analysis, **37**(1), 2002.
- ANSYS. Version 11, © ANSYS, Inc. All Rights Reserved, 2010.
- Attiogbe, G., Morris, G. Moment-rotation functions for steel connections, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **117**, 1703-1718, 1991.
- Aymler, R. *The Genetical Theory of Natural Selection*, Oxford University Press, 1930.
- Azizinamini, A. Bradburn, J.H., Radziminski, J.B. Static and cyclic behaviour of steel beam-column connections, *Structural Research Studies*, Civil engineering department, University of South Carolina, 1985.
- Baeck, T., Fogel, D.B., Michalewicz, Z. (Eds.), *Handbook of Evolutionary Computation*, Oxford University Press, Oxford, 1997.
- Bahaari, M. R., Sherbourne, A. N. Behaviour of eight-bolt large capacity endplate connections, *Computers and Structures*, **77**, 315-325, 2000.
- Batho, C. y Rowan, H.C. *The Analysis of the Moments in the Members of a Frame Having Rigid or Semi-Rigid Connections under Vertical Loads*, 1934.

- Belegundu, A.D. *A Study of Mathematical Programming Methods for Structural Optimization*. M. S. Thesis, University of Iowa, 1982.
- Bledsoe, W. W. *The Use of Biological Concepts in the Analytical Study of Systems*, ORSA-TIMS National Meeting: San Francisco, 1961.
- Booker, A. J., Dennis, J. E. Jr., Frank, P. D., Serafini, D. B., Torczon, V., Trosset, M. W. A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates, *Structural Optimization*, **17**(1), 1-13, 1999.
- Box, G. E. P. Evolutionary operation: a method for increasing industrial productivity, *Journal of the Royal Statistical Society*, **6**(2), 81-101, 1957.
- Box, G. E. P., Hunter, W. G., Hunter, J. S. *Statistics for Experimenters*, John Wiley & Sons, NY. 1978.
- Box, G. E. P., Wilson, K. B. On the experimental attainment of optimum conditions, *Journal of the Royal Statistical Society*, **B-13**, 1-45, 1951.
- Bremermann, H. J. *Optimization Through Evolution and Recombination*. Self-Organizing Systems. Yovits MC, Jacobi GT, Goldstein GD, eds. Spartan Books, 1962.
- Briquet, C., Guisse, S., Jaspart, J. P., Lognard, B., Maquoi, R. Research activities under COST C1 at the Department MSM of the University of Liege, *Proceedings of the Second COST C1 Workshop on Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections*, Prague, 75-88, 1994.
- Bursi, O. S., Jaspart, J. P. Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections, *Computer and Structures*, **69**, 361-382, 1998.
- Bursi, O. S., Jaspart, J. P. Benchmarks for finite element modeling of bolted steel connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **43**, 17- 42, 1997a.
- Bursi, O. S., Jaspart, J. P. Calibration of a finite element model for isolated bolted end-plate steel connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **44**(3), 225-262, 1997b.
- Cabrero Ballarín, J. M. *Nuevas Propuestas para el Diseño de Pórticos y Uniones Semirrígidas de Acero*, Tesis doctoral, Universidad de Navarra, 2006.
- Chasten, C. P., Lu, L. W., Driscoll, G. C., Prying and shear in end-plate connection design, *Journal of Structural Engineering*, **118**(5), 1295-1311, 1992.
- Chen, W. *A Robust Concept Exploration Method for Configuring Complex System*, Ph. D. dissertation thesis, Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 1995.
- Chen, W., Allen, J.K., Mavris, D., Mistree, F. A concept exploration method for determining robust top-level specifications, *Engineering Optimization*, **26**(2), 137-158, 1996b.
- Chen, W.F. *Practical Analysis for Semi-rigid Frame Design*. Ed, Chen W.F, World Scientific Publishing Company, 2000.

- Chen, W.F., Goto, Y., Richard Liew, J. Y. *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, John Wiley & Sons, New York, 1996a.
- Chen, W.F., Kishi, N., Matsuoka, K. G., Nomachi, S. G. Moment-rotation relation of single double web angle connections, *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*, Elsevier Applied Science, London, 1988b.
- Chen, W.F., Kishi, N., Matsuoka, K.G., Nomachi, S. G. Moment-rotation relation of top and seat angle with double web angle connections, *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*, Elsevier Applied Science, London, 1988a.
- Cheng, B., Titterington, D. M. Neural networks: a review from a statistical perspective, *Statistical Science*, **9**(1), 2-54, 1994.
- Citipitioglu, A. M., Haj-Ali, R. M., White, D. W. Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip, *Journal of Constructional Steel Research*, **58**, 995-1013, 2002.
- Clarke, S. M., Griebisch, J. H., Simpson, T. W. Analysis of support vector regression for approximation of complex engineering solutions, *AIAA Journal*, **40**(12), 2495-2503, 2005.
- Código Técnico de la Edificación (CTE)*, 2006.
- Colson, A. Theoretical modeling of semirigid connections behaviour, *Journal of Constructional Steel Research*, **19**, 213-224, 1991.
- Daniūnas, A. y Urbonas, K. Analysis of the steel frames with the semi-rigid beam-to-beam and beam-to-column knee joints under bending and axial forces, *Engineering Structures*, **30**, 3114-3118, 2008.
- Darwin, CH. *On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life*, Londres, John Murray, 1859.
- Dasgupta, D., MacGregor D. A structured genetic algorithm, *Computational Models of Creative Design IV*, IKBS 2-91, 1991.
- Davis, L. *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold Computer Library: New York, 1991.
- De Boor, C., Ron, A. On multivariate polynomial interpolation, *Constructive Approximation*, **6**, 287-302, 1990.
- De Jon, K. A., Spears, W. M. A formal analysis of the role of multi-point crossover in genetic algorithms, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence Journal*, **5**(1), 1-26, 1992.
- De Jon, K. A., Spears, W.M., Gordon, D.F. Using markov chains to analyze GAFOs. *Proceedings of the 3rd Foundations of Genetic Algorithms Workshop*, 1994.
- Dhillon, B.S., O'Malley JW. Interactive design of semi-rigid steel frames *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **125**(5), 556-564, 1999.

- Dyn, N., Levin, D., Rippa, S. Numerical procedures for surface fitting of scattered data by radial basis functions, SIAM (Soc. Ind. Appl. Math.), *Scientific and Statistical Computing*, 7(2), 639-659, 1986.
- EN 1993-1-8:2005 (EC3-1-8:2005), *Eurocode 3. Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints*, CEN, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- ENV 1993-1-1:1992/A2, *Eurocode 3. Annex J: Joints in Building Frames*, CEN, Brusseles: Commission of the European Communities, 1998.
- Eshelman, L. J. The CHC adaptive search algorithm: how to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination, *Proceedings of the Second Workshop on Foundations of Genetic Algorithms*, 265-83, 1991.
- Faella, C., Piluso, V., Rizzano, G. A new method to design extended end plate connections and semirigid braced frames, *Journal of Constructional Steel Research*, 41(1), 61-91, 1997.
- Faella, C., Piluso, V., Rizzano, G. Prediction of the flexural resistance of bolted connections with angles, *IABSE Colloquium on Semi-Rigid Structural Connections*, Istanbul, 1996a.
- Faella, C., Piluso, V., Rizzano, G. Reliability of Eurocode 3 procedures for predicting beam-to-column joint behaviour, *Third International Conference on Steel and Aluminium Structures*, Istanbul, 1995a.
- Faella, C.; Piluso, V. y Rizzano, G. *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software*, New Directions in Civil Engineering. CRC Publishers, Boca Raton, Florida (EEUU), 2000.
- Faella, E., Piluso, V. y Rizzano, G. Some proposals to improve EC3-Annex J approach for predicting the moment-rotation curve of extended end-plate connections, *Costruzioni Metalliche*, 4, 15-31, 1996b.
- Faella, E., Piluso, V. y Rizzano, G. *Proposals to Improve Eurocode 3 Approach for Predicting the Rotational Stiffness of Extended End Plate Connections*, Report no. 70, Department of Civil Engineering, University of Salerno, 1995b.
- Fang, H., Horstemeyer, M. F. Global response approximation with radial basis functions, *Engineering Optimization*, 38(4), 407-424, 2006.
- Fang, K. T., Lin, D. K. J., Winker, P., Zhang, Y. Uniform design: theory and application, *Technometrics*, 39(3), 237-248, 2000.
- Fogel, D. B. *Evolutionary Computation: Toward a new philosophy of machine intelligence*, IEEE press: New Jersey, 1995.
- Fogel, D. B. *Evolving artificial intelligence*, Ph. D. Thesis. University of California: San Diego, 1992.
- Fogel, L. J., Owens, A. J., Walsh, M. J. *Artificial Intelligence through Simulated Evolution*,

- Wiley: New York, 1966.
- Friedman, G. J. Digital simulation of an evolutionary process, *General Systems Yearbook*, **4**, 171-184, 1959.
- Friedman, J. H. Multivariate adaptive regressive splines, *Annals of Statistics*, **19**(1), 1-67, 1991.
- Frye, M. J., Morris, G. A. Analysis of flexibly connected steel frames, *Canadian Journal of Civil Engineering*, **2**(3), 280-291, 1975.
- Galilei, G. *Discorsi e Dimonstrazioni Matematiche, Intorno, a due Nuove Scienze Attenenti alla Mecanica et i Movimenti locali*, Leida, 1638.
- Gantes, C. J., Lemonis, M. E. Influence of equivalent bolt length in finite element modeling of T-stub steel connections, *Computers and Structures*, **81**, 595-604, 2003.
- Gary Wang, G., Shan, S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization, *Journal of Mechanical Design*, **129**, 370-380, 2007.
- Gebbeken, N., Rotherta, H., Binder B. On the numerical analysis of endplate connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **30**(2), 177-196, 1994.
- Gerardy, J. C., Schleich, J. B. *Semi-Rigid Action in Steel Frame Structures*, Report on ECSC Agreement, No. 7210-SA1507, Arbed Recherches, Luxembourg, 1991.
- Gere, J. M., Weaver, W. *Analysis of Frame Structures*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princenton, N. J., 1965.
- Girão Coelho, A. M., Bijlaard, F., Simões da Silva, L. Experimental assessment of the ductility of extended end plate connections, *Engineering Structures*, **26**, 1185-1206, 2004.
- Giunta, A. A., Balabanov, V., Haim, D., Grossman, B., Mason, W. H., Watson L. T., Haftka R. T. Multidisciplinary optimization of a supersonic transport using design of experiments theory and response surface modeling, *Aeronautical Journal*, **101**, 347-356, 1997.
- Goldberg, D. E. *Genetic Algorithm in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley Publishing Co. Inc., 1989.
- Goldberg, D. E., Deb, K., Korb, B. Don't worry, be Messy, *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, 24-30, 1991.
- Goldberg, D. E., Richard, R. M. Analysis of non-linear structures, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **89**, 1963.
- Goto, Y., Chen, W. F. On the computer-based design analysis for the flexibly jointed frames, *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, 203-231, 1987.
- Goverdhan, A. V. *A Collection of Experimental Moment-Rotation Curves and valuation of*

- Prediction Equations for Semi-Rigid Connections*, Master Thesis, Vanderbilt University, Nashville, TN, 1984.
- Guardiola, A. *Comportamiento de los Nudos Semi-Rígidos en Estructuras Metálicas de Edificación*, Tesis Universidad Politécnica de Valencia, 2006.
- Hadj-Alouane, A. B., Bean, J. C. A genetic algorithm for the multiple-choice integer program, *Operations Research*, **45**, 92-101, 1997.
- Han, S.P. A globally convergent method for nonlinear programming, *Journal of Optimization Theory and Application*, **22**, 297-309, 1977.
- Hardy, R. L. Multiquadratic equations of topography and other irregular surfaces, *Journal of Geophysical Research*, **76**, 1905-1915, 1971.
- Hoffmeister, F., Sprave, J. Problem-independent handling of constraints by use of metric penalty functions, *Proceedings of the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming* (EP'96), 289-294, 1996.
- Holland, J. H. *Adaptations in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press: Ann Arbor, 1975.
- Homaifar, A., Lai, S. H. Y, Qi, X. Constrained optimization via genetic algorithms, *Simulation*, **62**(4), 242-254, 1994.
- Horn, J., Goldberg, D.E., Kalyanmoy, D. Implicit niching in a learning classifier system: nature's way, *Evolutionary Computation*, **2**(1), 37-66, 1994.
- Huber, G., Tschemmerneegg, F. Modelling of beam-to-column joints, *Journal of Constructional Steel Research*, **45**(2), 199-216, 1998.
- ITEA (Instituto Técnico de la Estructura en Acero). *Diseño de uniones*, edición española del European Steel Development Educational Program (ESDEP), 2000.
- Jans, J., Jaspart, J. P., Maquooi, R. Experimental study of the non-linear behaviour of beam-to-column bolted joints, *Connections in Steel Structures. Behaviour, strength & design*, Ed. Reidar Bjorhovde, Jacques Brozzetti, and André Colson, Elsevier applied science, 26-32, 1987.
- Jaspart, J. P. *Etude de la Semi-Rigidite des Noeuds Poutre-Colonne et son Influence sur la Resistance et la Stabilité des Ossatures in Acier*, Ph.D Thesis, University of Liege, 1991.
- Jaspart, J. P., Briquet, C. Sensitivity of steel building frames to joint properties, *International Colloquium on Stability of Steel Structures*, Budapest, Hungary, **1**, 349-356, 1995.
- Jaspart, J. P., General report: session on connections, *Journal of Constructional Steel Research* **55**, 69-89, 2000.
- Jin, R., Chen, W., Simpson, T. W. Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **23**(1), 1-13, 2001.

- Johnson, M. E., Moore L. M., Ylvisaker, D. Minimax and maximin distance designs, *Journal of Statistic Planning and Inference*, **26**(2), 131-148, 1990.
- Johnson, R. P., Law, C. L. E. Semi-rigid joints for composite frames, *Joints in Structural Steelwork*, Pentech Press, London, 33-319, 1981.
- Johnston, B., Mount, E. Analysis of building frames with semi-rigid connections. *Transactions of American Society of Civil Engineers*, **107**, 1942.
- Joines, J., Houck, C. On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with Gas, *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, 579-584, 1994.
- Jones, S.W., Kirby, P.A., Nethercot, D.A. Modelling of semirigid connection behaviour and its influence on steel column behaviour, *Joints in Structural Steelwork*. J.H. Howlett et al., Pentech Press, 5.73-5.87, London, 1981.
- Ju, S. H., Fan, C. Y., Wu, G. H. Three-dimensional finite elements of steel bolted connections, *Journal of Structural Engineering*, **26**(3), 403-413, 2004.
- Kai-Tai, F., Li, R., Sudjianto, A. *Design and Modeling for Computer Experiments*, Computer Science & Data Analysis Series. Ed. Chapman & Hall/CRC, 2006.
- Kalagnanam, J. R., Diwekar, U. M. An efficient sampling technique for off-line quality control, *Technometrics*, **39**(3), 308-319, 1997.
- Kameshki, E. S., Saka, M. P. Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm, *Comput. Struct.*, **79**(17), 1593-1604, 2001.
- Kameshki, E. S., Saka, M. P. Genetic algorithm based optimum design of nonlinear planar steel frames with various semi-rigid connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **59**, 189-223, 1996.
- Kane, C., Schoenauer, M. Topological optimum design using genetic algorithms, *Control and Cybernetics*, **25**(5), 1996.
- Kaymaz, I. Application of kriging method to structural reliability problems, *Structural Safety* **27**, 133-151, 2005.
- Kazarlis, S., Petridis, V. Varying fitness functions in genetic algorithms: Studying the rate of increase of the dynamic penalty terms, *Parallel Problem Solving from Nature V*, 1998.
- Kennedy, D. J. L. Moment-rotation characteristics of shear connections, *Engineering Journal*, AISC, October, 105-115, 1969.
- Kishi, N. Semi-rigid connections, *Advanced Analysis of Steel Frames*, edited by Chen, W. P. and Toma, S., CRC Press, Boca Raton, FL, 1994.
- Kishi, N., Chen, W. P. *Data Base of Steel Beam-to-Column Connections*, Structural engineering, **1/2**, Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, 1986.

- Kishi, N., Chen, W. P. Moment-rotation relations of semirigid connections with angles, *Journal of Structural Engineering*, **116**(7), 1813-1834, 1987.
- Kishi, N., Chen, W. P., Goto, Y., Matsuoka, K. G. Design aid of semi-rigid connections for frame analysis, *Engineering Journal*, 90-107, 1993.
- Kishi, N., Hasan, R., Chen, W. F., Goto, Y. Study of Eurocode 3 Steel connection clasification, *Journal of Constructional Steel Research*, **19**(9), 772-779, 1997.
- Kleijnen, J. P. C. *Statistical Tools for Simulation Practitioners*, New York: Marcel Dekker, 1987.
- Koehler, J. R., Owen, A. B. *Computer Experiments*, In Handbook of Statistics, **13** (S. Ghosh and C.R. Rao (eds.)), 261-308, Elsevier science B. V., 1996.
- Koza, J. *Genetic Programming II: Automatic Discovery of Reusable Programs*, MIT press, 1994.
- Koza, J. *Genetic Programming*, MIT press: Cambridge, MA, 1992.
- Krige, D. G. *A Statistical Approach to Some Mine Valuations and Allied Problems at the Witwatersrand*, Master's thesis of the University of Witwatersrand, 1951.
- Krishnakumar, K. Micro genetic algorithms for stationary and non stationary function optimization, *SPIE Proc. Intelligent Control and Adaptive Systems*, **1196**, 289-296, 1989.
- Krishnamurthy, N. *Analytical Investigation of Bolted Stiffened Tee-Stubs*, Report CE-MBMA-1902, Department of civil engineering, Vanderbilt University, Nashville, TN, 1978b.
- Krishnamurthy, N. Fresh look at bolted end-plate behaviour and design, *Engineering Journal*, AISC, **15**(2), 39-49, 1978a.
- Krishnamurthy, N., Graddy, D. E. Jr. Correlation between 2 and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections, *International Journal of Computers and Structures*, **6**(4/5), 381-389, 1976.
- Krishnamurthy, N., Huang, H., Jeffrey, P. K., Avery, L. K. Analitical M- ϕ curves for end-plate connections, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **105**, 133-145, 1979.
- Kuhlmann, U., Kuhnemund, F. *Rotation Capacity of Steel Joints: Verification Procedure and Component Tests*, Baniotopoulos CC, Wald F, editors. The paramount role of joints into the reliable response of structures. Proceedings of the NATO advanced research workshop. Nato Science series. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 363-72, 2000.
- Kukreti, A. R. Murray, T. M., Ghassemieh, M. Finite element modeling of large capacity stiffened steel tee-hanger connections, *Computers and Structures*, **32**(2), 409-422, 1989.
- Kukreti, A. R., Ghassemieh, M., Murray, T. M. Behaviour and design of large capacity moment end plates, *Journal of Structural Engineering*, **116**(3), 809-828, 1990.
- Kukreti, A. R., Murray, T. M., Abolmaali, A. End-plate connection moment-rotation

- relationship, *Journal of Constructional Steel Research*, **8**, 137-157, 1987.
- Langley P., Simon H. A. Applications of machine learning and rule induction, *Commun. ACM*, **38**(11), 55-64, 1995.
- Lemonge, A. C. C., Barbosa, H. J. C. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **59**, 703-736, 2004.
- Lemonis, M. E., Gantes, C. J. Mechanical modeling of the nonlinear response of beam-to-column joints, *Journal of Constructional Steel Research*, **65**, 879-890, 2009.
- Liew, J. Y., White, D. W., Chen. W. F. Limit states design of semi-rigid frames using advanced analysis: Part 1: connection modeling and classification, *Journal of Constructional Steel Research*, **26**, 1-27, 1993a.
- Liew, J. Y., White, D. W., Chen. W. F. Limit states design of semi-rigid frames using advanced analysis: Part 2: analysis and design, *Journal of Constructional Steel Research*, **26**, 29-57, 1993b.
- Lionberger, S., Weaver, W. Dynamic response of frames with non-rigid connections, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **95**, 95-114., 1969.
- Livesley, R. K. *Matrix Methods of Structural Analysis*. Pergamon Press Ltd., Londres, 1964.
- Lophaven, S. N., Nielsen H. B., Søndergaard J. *Aspects of the DACE Matlab Toolbox*, IMM, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Denmark, <http://www2.imm.dtu.dk/~hbn/dace/>, 2002a.
- Lophaven, S. N., Nielsen H. B., Søndergaard, J. *DACE, A Matlab Kriging Toolbox*. <http://www2.imm.dtu.dk/~hbn/dace/>, 2002b.
- LRFD. *Manual of Steel Construction - Load and Resistance Factor Design (LRFD)*, **I**, Structural members, Specifications, & codes. American institute of steel construction (AISC), Chicago, Illinois (EEUU), 2 edición, 1994.
- Lui, E. M., Chen, W. F, Steel frame analysis with flexible joints, *Journal of Construction Steel Research*, **8**, 167-202, 1987.
- Lui, E. M., Chen, W. F. Analysis and behaviour of flexibly jointed frames, *Engineering Structures*, **8**, 107-115, 1986.
- Maggi, Y. I., Gonçalves, R. M., Leon, R. T., Ribeiro, L. F. L. Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modelling, *Journal of Constructional Steel Research*, **61**, 689-708, 2005.
- Martin, H. D., Simpson, T. W. A study on the use of kriging models to approximate deterministic computer models, *Proceedings of DETC'03 ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Chicago (IL, USA), 2003.

- Martin, J. D., Simpson, T. W. Use of Kriging models to approximate deterministic computer models, *AIAA J.*, **43**(4), 853-863, 2005.
- Matlab (R2008a), The language of technical computing, 2008.
- McKay, M. D., Bechman, R. J., Conover, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code, *Technometrics*, **21**(2), 239-245, 1979.
- Meckesheimer, M., Booker, A. J., Barton, R. R., Simpson, T. W. Computationally inexpensive metamodel assessment strategies, *AIAA J.* **40**(10), 2053-2060, 2002.
- Michalewicz, Z. *Genetic Algorithms+Data Structures Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1992.
- Michell, A. G. M. The limits of economy of materials in frame-structures, *Philos. Mag.*, **8**, 587-597, 1904.
- Mitchell, T. J. An algorithm for the construction of D-optimal experimental designs, *Technometrics*, **16**(2), 203-210, 1974.
- Mohamadi-shooreh, M. R., Mofid, M. Parametric analyses on the initial stiffness of flush end-plate splice connections using FEM, *Journal of Constructional Steel Research*, **65**(3), 749, 2009.
- Moncarz, P. D., Gestle, K. H. Steel frames with nonlinear connections, *Journal of Structural Division*, ASCE, **107**, 1427-41, 1981.
- Monforton, G.R. y Wu, T.S. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **89** (ST6), 3713-3742, 1963.
- Morales, A., Quezada, C.V. A universal eclectic genetic algorithm for constrained optimization, *Proceedings of the 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing EUFIT'98*, 518-522, 1998.
- Moreno, A. *Un Modelo de Elementos Finitos para el Análisis de Uniones Atornilladas Viga-Pilar con Comportamiento Semirrígido*, Tesis doctoral, Universidad de La Coruña, 2005.
- Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D. Predictive models for the breeder genetic algorithms. Continuous parameter optimization, *Evolution Computat.*, **1**(1), 25-49, 1993.
- Myers, R. H., Montgomery, D.C. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley, Toronto, 1995.
- Nethercot, D. A. Joint action and the design of steel frames, *Journal of the Institution of Structural Engineers, Part A Design and Construction*, **63A**, 271-279, 1985.
- Nethercot, D. A. *Steel Beam-to-Column Connections: A Review of Test Data and Its Applicability to the Evaluation of Joint Behaviour in the Performance of Steel Frames*, CIRIA Report, RP338, 1985a.

- Nethercot, D. A. Utilization of experimentally obtained connection data in assessing the performance of steel frames, *Connection Flexibility and Steel Frames* (Ed. Chen, W.F.) Proc. of a session sponsored by the ASCE structural division, Detroit, 1985b.
- Nethercot, D. A., Zandonini, R. *Methods of Prediction of Joint Behaviour: Beam-to-Column Connections*, Structural connections: stability and strength, edited by R. Narayanan, Elsevier Applied Science Publishers, London, Chap. 2, 22-62, 1990.
- Oñate, E. *Cálculo de Estructuras por Elementos Finitos. Análisis Estático Lineal*, CIMNE, 1995.
- Owen, A. Orthogonal arrays for computer experiments, integration, and visualization, *Stat. Sin.*, **2**, 439-452, 1992.
- Patel, K. V., Chen, W. F. Nonlinear analysis of steel moment connections, *Journal of Structural Engineering*, **110**(8), 1861-1875, 1984.
- Picard, A., Giroux, Y-M., Brun, P. Discussion of analysis of flexibly connected steel frames, *Canadian Journal of Civil Engineering*, **3**(2), 350-352, 1976.
- Pilvin, A. *Modelisation du Comportement des Assemblages de Structures a Barres*, Ph. D. Thesis, Universite de Paris 6, 1983.
- Pirmoz, A., Saedi, D. A., Mazaheri, A., Ebrahim, D. H. Behavior of bolted angle connections subjected to combined shear force and moment, *Journal of Constructional Steel Research*, **64**, 436-446, 2008.
- Poggi, C., Zandonini, R. *Behaviour and Strength of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*, Connection Flexibility in Steel Frame Behaviour, ed. W.F. Chen, ASCE, 1985.
- Powell, M. J. D. A fast algorithm for nonlinear constrained optimization calculations, *Mathematics*, 630, 1978.
- Prendes, M. B., Bello, A., Del Coz, J. J. A modified elitist genetic algorithm applied to the design optimization of complex steel structures, *Journal of Constructional Steel Research*, **2**, 265-280, 2005.
- Pshenichny, B.N. Algorithms for the general problem of mathematical programming, *Kibernetika*, **5**, 120-125, 1970.
- Radziminski, J. B., Azizinamini, A. Prediction of moment-rotation behaviour of semi-rigid beam-to-column connections, *Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design*, Elsevier Applied Science Publishers, London, 1988.
- Ramberg, W., Osgood, W.R. *Description of Stress-Strain Curves by Three-Parameters*, Technical Report 902, National Advisory Committee for Aeronautics, 1943.
- Razavi, H., Abolmaali, A., Ghassemieh, M. Invisible elastic bolt model concept for finite element analysis of bolted connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(5),

647-657, 2007.

Rechenberg, I. *Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem*. Ministry of Aviation. Royal Aircraft Establishment: UK, 1965.

Reeves, C. R. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Blackwell Scientific Publications: Oxford, 1993.

Rodrigues Ornelas de Lima, L. Comportamento de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica Do Rio De Janeiro, 2003.

Sacks, J., Schiller, S. B., Welch, W. J. Design for computer experiment, *Technometrics*, **31**(1), 41-47, 1989b.

Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., Wynn, H. P. Design and analysis of computer experiments, *Statistical Science*, **4**, 409-435, 1989a.

Sánchez, G., Martí, P. Diseño óptimo de estructuras metálicas con uniones semirrígidas, *Anales de Ingeniería Mecánica*, **12**(3), 566-573, 1998.

Sánchez, G., *Diseño óptimo de estructuras metálicas con uniones semirrígidas y comportamiento no lineal*, Tesis doctoral, Universidad de Murcia, 1999.

Sherbourne, A. N., Bahaari, M. R. 3D simulation of end-plate bolted connections, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **120**(11), 3122-3136, 1994.

Sherbourne, A. N., Bahaari, M. R., Finite element prediction of end-plate bolted connection behavior. I: Parametric study, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **123**(2), 157-164, 1997.

Shewry, M., Wynn, H. Maximum entropy sampling, *Appl. Stat.*, **14**, 165-207, 1987.

Shi, G., Shi, Y., Wang, Y., Bradford, M. A. Numerical simulation of steel pretensioned bolted end-plate connections of different types and details, *Engineering Structures*, **30**(10), 2677-2686, 2008.

Simões da Silva, L. y Girão Coelho, A. An analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force, *Computers and Structures*, **79**, 873-881, 2001.

Simões da Silva, L., Santiago, A. y Vila Real, P. Post-limit stiffness and ductility of end-plate beam-to-column steel joints, *Computers and Structures*, **80**, 515-531, 2002.

Simões, L.M.C. Optimization of frames with semi-rigid connections, *Computers and Structures*, **60**(5), 531-539, 1996.

Simpson, T. W., Booker, A. J., Ghosh, D., Giunta, A. A., Koch, P. N., Yang, R. J. Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: a panel discussion, *Structural Multidisciplinary Optimization*, **27**, 302-313, 2004.

Simpson, T. W., Mauery, T. M., Korte, J. J., Mistree, F. Comparison of response surface and

- kriging models for multidisciplinary design optimization, *7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis & Optimization*, AIAA, **1**, 381-391, 1998.
- Simpson, T. W., Peplinski, J., Koch, P. N., Allen, J. K. On the use of statistics in design and the implications for deterministic computer experiments, *Design Theory and Methodology DTM'97* (held in Sacramento, CA), Paper No. DETC97/DTM-3881. ASME, 1997.
- Smith, M. *Neural Networks for Statistical Modeling*, Von Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- Sommer, W. H. *Behaviour of Welded Header Plate Connections*, Master's Thesis, University of Toronto, Canada, 1969.
- Sourochnikoff, B. Wind stresses in semi-rigid connections of steel framework, *Transactions, ASCE*, **115**, 382, 1950.
- Spyrou, S., Davison, J.B., Burgess, I.W., Plank, R.J. Experimental and analytical investigation of the 'tension zone' components within a steel joint at elevated temperatures, *Journal of Constructional Steel Research*, **60**, 867-896, 2004.
- Stark, J. W. B., Bijlaard, F. S. K. Structural Properties of Connections in Steel Frames, *Connections in Steel Frames: Behaviour, Strength and Design*, Elsevier Applied Science Publishers, London, 186-194, 1988.
- Sumner, E. A., Mays, T. W., Murray, T. M. End-Plate Moment Connections: Test Results and Finite Element Method Validation, *Fourth International Workshop on Connections in Steel Structures*, 82-93. Roanoke, Virginia (Estados Unidos), 2000.
- Swanson, J. A., Leon, R. T. Stiffness of bolted T-stub connection components, *Journal of Structural Engineering ASCE*, **127**(5), 498-505, 2001.
- Syswerda, G. Uniform crossover in genetic algorithms, *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, 2-8, 1989.
- Tagawa, H., Gurel, S. Application of steel channels as stiffeners in bolted moment connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **61**(12), 1650-1671, 2005.
- Taguchi G. *Jikken Keikakuhou, Dai3pan*, Maruzen, 1976.
- Taguchi, G., Yokoyama, Y., Wu, Y. *Taguchi Methods: Design of Experiments*, American supplier institute, Allen Park, MI, 1993.
- Taylor, R. L., Beresford, P. J., Wilson, E. L. A non-conforming element for stress analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **10**, 1211-20, 1976.
- Troup, S., Xiao, R. Y., Moy, S. S. J. Numerical modeling of bolted steel connections, *Journal of Constructional Steel Research*, **46**(362), 1-4, 1998.
- UNE-EN 1993-1-1:2005, *Eurocódigo 3: Proyecto de Estructuras de Acero. Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para Edificios*, 2008.

- UNE-ENV 1090:1996, *Ejecución de Estructuras de Acero. Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para la Edificación*, 1997.
- UNE-ENV 1993-1-1:1992, *Eurocódigo 3: Proyecto de Estructuras de Acero. Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para Edificios*, 1996.
- Urbonas, K. y Daniūnas, A. Behaviour of semi-rigid steel beam-to-beam joints under bending and axial forces, *Journal of Constructional Steel Research*, **62**, 1244-1249, 2006.
- Varadarajan, S., Chen, W., Pelka, C. J. Robust concept exploration of propulsion systems with enhanced model approximation capabilities, *Eng. Optimiz.*, **32**(3), 309-334, 2000.
- Wang, G. G., Shan, S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization, *Journal of Mechanical Design*, **129**(4), 370-380, 2007.
- Welch, W. J., Buck, R. J., Sacks, J., Wynn, H. P., Mitchell, T. J., Moriss, M. D. Screening, predicting, and computer experiments, *Technometrics*, **34**(1), 15-25, 1992.
- Weynand, K. SERICON-Data bank on joint in building frames, *Proceedings of the 1st COST C1 Workshop*, Strasbourg, 1992.
- Weynand, K., Huter, M., Kirby, P. A., Simões da Silva, L. A. P., Cruz, P. J. S. SERICON-data bank on joint in building frames, *Proceedings of the COST C1 Workshop*, Lieja, 1998.
- Whitley, D. *Foundations of Genetic Algorithms II*, Morgan Kaufmann: San Mateo, CA, 1993.
- Wilson, E. L., Taylor, R. L., Doherty, W. P., Ghabussi, T. Incompatible displacement models, *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics*, Academic Press, 1973.
- Wilson, R. B. *A Simplicial Algorithm for Concave Programming*, Ph. D. Thesis, Harvard University, Boston, 1963.
- Wu, F. S., Chen, W. F. A Design model for semi-rigid connections, *Engineering Structures*, **12**(2), 88-97, 1990.
- Xiao, R. Y., Perneti, F. Numerical analysis of steel and composite steel and concrete connections. En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds.), Eurosteel 2005: *4th European Conference on Steel and Composite Structures*, **C**, 10-253-4.10-259. Verlag Mainz, Maastricht (Holanda), 2005.
- Yee, K. L., Melchers, R.E. Moment-rotation curves for bolted connections, *Journal of Structural Engineering*, **112**, 615-635, 1986.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *El Método de los Elementos Finitos. Vol. 1, Las Bases*, CIMNE, 2004.
- Zoetemeijer, P. *Summary of the Research on Bolted Beam-to-Column Connections (period 1978-1983)*. Report no. 6-85-M, Steven Laboratory, Delft, 1983.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *El Método de los Elementos Finitos. Vol. 1, Las Bases*, CIMNE, 2004.

Zoetemeijer, P. *Summary of the Research on Bolted Beam-to-Column Connections (period 1978-1983)*. Report no. 6-85-M, Steven Laboratory, Delft, 1983.

